ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 263 1975

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ СОСТАВНЫХ ШЛИФОВАЛЬНЫХ КРУГОВ

В. А. ГОВОРУХИН

(Представлена научным семинаром кафедры станков и резания металлов и кафедры технологии машиностроения)

Любой шлифовальный круг представляет собою кольцо с большой толщиной стенки, поэтому его можно рассматривать как толстостенное кольцо. В книге [4] приводятся расчетные уравнения для определения радиальных σ_r и тангенциальных σ_t напряжений, возникающих в диске под действием инерционных сил при вращении диска

$$\sigma_r = B - \frac{A}{2r^2} - \frac{3+\mu}{8g}\gamma\omega^2 r^2, \tag{1}$$

$$\sigma_t = B + \frac{A}{2r^2} - \frac{1+3\mu}{8g}\gamma\omega^2 r^2, \tag{2}$$

где

B и A — постоянные интегрирования, определяемые подстановкой в уравнения (1) и (2) граничных условий;
r — текущий радиус;
μ — коэффициент Пуассона материала диска;
g — ускорение земного притяжения;
γ — удельный вес материала диска;
ω — угловая скорость вращения диска.

Уравнения (1) и (2) справедливы только для материалов, подчиняющихся закону Гука. В работах [1, 2] показано, что у шлифовальных кругов на керамической связке существует линейная зависимость между нагрузкой и деформацией вплоть до разрушения кругов. Следовательно, для расчета на прочность шлифовальных кругов на керамической связке правомочно использовать указанные уравнения.

Если рассмотреть шлифовальный круг без воздействия на него внешней нагрузки от сил резания, то на внешней поверхности его радиуса r_2 и внутренней — радиуса r_1 радиальные напряжения σ_{r1} и σ_{r2} должны быть равными. Если с учетом этого обстоятельства определить постоянные интегрирования A и B в уравнениях (1) и (2), то последние примут вид

$$\sigma_r = C\left(1 + \alpha_2^2 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha^2} - \alpha^2\right), \tag{3}$$

$$\sigma_t = C\left(1 + \alpha_2^2 + \frac{\alpha_2^2}{\alpha^2} - D\cdot\alpha^2\right), \tag{4}$$

где
$$\alpha = \frac{r}{r_2}, \quad \alpha_2 = \frac{r_1}{r_2},$$
$$C = \frac{3+\mu}{8g}\gamma (r_2 \cdot \omega)^2, \qquad D = \frac{1+3\mu}{3+\mu}.$$

Уравнения (3) и (4) позволяют рассчитать радиальные и тангенциальные напряжения в любой точке вращающегося круга. Расчет показывает, что касательное напряжение на внутренней поверхности круга достигает максимальной величины и намного превосходит по величине радиальное напряжение, достигающее своей максимальной величины при

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}.$$

Разрушение круга наступает в тот момент, когда касательные напряжения, как наибольшие, в какой-либо точке его согласно первой теории прочности достигают предела прочности материала круга.

Составной шлифовальный круг представляет металлическое кольцо, на котором закреплено абразивное кольцо с помощью клеевой композиции толщиной до 1 *мм*.

Обозначим

r_1 — внутренний радиус металлического кольца,
$r_{1Н}$ — наружный радиус металлического кольца,
$r_{2В}$ — внутренний радиус абразивного кольца,
r_2 — наружный радиус абразивного кольца.

Уравнения (1) и (2) позволяют и для составного шлифовального круга определить постоянные интегрирования, а, следовательно, радиальные и тангенциальные напряжения, если в них подставить граничные условия.

Для внутреннего кольца

если
$$r = r_1, \quad \text{то} \quad \sigma_{r1} = 0,$$
$$r = r_{1Н}, \quad \text{то} \quad \sigma_{r1Н} = \sigma_1.$$

Для наружного кольца

если
$$r = r_{2В}, \quad \text{то} \quad r_{r2В} = \sigma_2,$$
$$r = r_2, \quad \text{то} \quad \sigma_{r2} = 0.$$

Здесь σ_1 и σ_2 представляют радиальные напряжения на клеевом стыке со стороны внутреннего и наружного колец.

Для внутреннего кольца

$$A_1 = 2r_{1Н}^2 \cdot r_1^2 \left(\frac{\sigma_1}{r_{1Н}^2 - r_1^2} + C_1 \cdot \omega^2\right),$$
$$B_1 = \sigma_1 \cdot \frac{r_{1Н}^2}{r_{1Н}^2 - r_1^2} + C_1 (r_{1Н}^2 + r_1^2) \cdot \omega^2.$$

Для наружного кольца

$$A_2 = 2r_2^2 \cdot r_{2В}^2 \cdot \left(-\frac{\sigma_2}{r_2^2 - r_{2В}^2} + C_2 \cdot \omega^2\right),$$
$$B_2 = -\sigma_2 \cdot \frac{r_{2В}^2}{r_2^2 - r_{2В}^2} + C_2 (r_2^2 + r_{2В}^2) \cdot \omega^2,$$

где

$$C_1 = \frac{3 + \mu_1}{8g}\gamma_1, \qquad D_1 = \frac{1 + 3\mu_1}{8g}\gamma_1,$$

$$C_2 = \frac{3 + \mu_2}{8g}\gamma_2, \qquad D_2 = \frac{1 + 3\mu_2}{8g}\gamma_2,$$

μ_1, μ_2 — коэффициент Пуассона для внутреннего и наружного колец соответственно,

γ_1, γ_2 — удельный вес материала внутреннего и наружного колец соответственно.

При заданной конструкции круга все величины, входящие в уравнения (1) и (2), известны, кроме σ_1 и σ_2, которые зависят от толщины клеевого слоя и модуля упругости клеевой композиции. Однако, если пренебречь влиянием тонкого клеевого слоя, то напряжения σ_1 и σ_2 можно приравнять

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma.$$

Но и после этого остаются три неизвестных величины (σ_r, σ_t, σ) при двух уравнениях.

Третье уравнение получим из совместности деформаций [3].

Относительное тангенциальное удлинение материала на наружной поверхности внутреннего кольца

$$\varepsilon_{t1\text{н}} = \frac{\Delta r_{1\text{н}}}{r_{1\text{н}}} = \frac{1}{E_1}(\sigma_{t1\text{н}} - \mu_1 \cdot \sigma_1),$$

на внутренней поверхности наружного кольца

$$\varepsilon_{t2\text{в}} = \frac{\Delta r_{2\text{в}}}{r_{2\text{в}}} = \frac{1}{E_2}(\sigma_{t2\text{в}} - \mu_2 \cdot \sigma_2),$$

где E_1 и E_2 — модуль упругости материала внутреннего и наружного колец.

Предполагая равенство $\varepsilon_{t1\text{н}} = \varepsilon_{t2\text{в}}$ ввиду $r_{1\text{н}} \simeq r_{2\text{в}}$ получим

$$\sigma = \frac{\sigma_{t2\text{в}} \cdot E_1 - \sigma_{t1\text{н}} \cdot E_2}{E_1 \cdot \mu_2 - E_2 \cdot \mu_1}. \tag{5}$$

Подсчитаем напряжения $\sigma_{t2\text{в}}$ и $\sigma_{t1\text{н}}$ по уравнению (2)

$$\sigma_{t1\text{н}} = \sigma\left(\frac{r_{1\text{н}}^2 + r_1^2}{r_{1\text{н}}^2 - r_1^2}\right) + 2C_1 \cdot r_1^2 + r_{1\text{н}}^2(C_1 - D_1),$$

$$\sigma_{t2\text{в}} = -\sigma\left(\frac{r_2^2 + r_{2\text{в}}^2}{r_2^2 - r_{2\text{в}}^2}\right) + 2C_2 \cdot r_2^2 + r_{2\text{в}}^2(C_2 - D_2)$$

и подставим их в уравнение (5). Тогда

$$\sigma = \frac{V^2 \cdot E_1 \cdot \gamma_2 \cdot [(3 + \mu_2) + \alpha_2^2(1 - \mu_2)] - E_2 \cdot \gamma_1 \cdot [(3 + \mu_1)\alpha^2 + \alpha_2^2(1 - \mu_1)]}{4gE_1\left(\mu_2 + \frac{1 + \alpha_2^2}{1 - \alpha_2^2}\right) + 4 \cdot g \cdot E_2 \cdot \left(\frac{1 + \alpha_1^2}{1 - \alpha_1^2} - \mu_1\right)},$$

где

$$\alpha_1 = \frac{r_1}{r_{1\text{н}}}, \quad \alpha_2 = \frac{r_{2\text{в}}}{r_2}, \quad \alpha = \frac{r_1}{r_2}.$$

Введем обозначения:

$$M_1 = E_2 \cdot \gamma_1 \cdot [(3 + \mu_1) \cdot \alpha^2 + \alpha_2^2(1 + \mu_1)],$$

$$M_2 = E_1 \cdot \gamma_2 \cdot [(3 + \mu_2) + \alpha_2^2(1 - \mu_2)],$$

$$N_1 = 4g \cdot E_2 \left(\frac{1+\alpha_1^2}{1-\alpha_1^2} - \mu_1 \right),$$

$$N_2 = 4g \cdot E_1 \left(\frac{1+\alpha_2^2}{1-\alpha_2^2} + \mu^2 \right).$$

Тогда радиальное напряжение в клеевом соединении будет равно

$$\sigma = V^2 \frac{M_2 - M_1}{N_2 + N_1}. \tag{6}$$

Окончательно радиальные и тангенциальные напряжения во внутреннем и наружном кольцах определяются по уравнениям:

$$\sigma_{t1} = V^2 \cdot \left\{ \frac{M_2 - M_1}{N_2 + N_1} \cdot \left[\frac{1}{1-\alpha_1^2} + \frac{r_1^2}{r^2 (1-\alpha_1^2)} \right] + \right.$$

$$\left. + C_1 \left(\alpha_2^2 + \alpha^2 + \frac{r_1^2}{r^2} \alpha_2^2 \right) - D_1 \frac{r^2}{r_2^2} \right\}, \tag{7}$$

$$\sigma_{r1} = V^2 \cdot \left\{ \frac{M_2 - M_1}{N_2 + N_1} \cdot \left[\frac{1}{1-\alpha_1^2} - \frac{r_1^2}{r^2 (1-\alpha_1^2)} \right] + \right.$$

$$\left. + C_1 \left(\alpha_2^2 + \alpha^2 - \frac{r^2}{r_2^2} - \frac{r_1^2}{r^2} \alpha_2^2 \right) \right\}, \tag{8}$$

$$\sigma_{t2} = V^2 \left\{ - \frac{M_2 - M_1}{N_2 + N_1} \cdot \left[\frac{\alpha_2^2}{1-\alpha_2^2} + \frac{r_{2В}}{r^2 (1-\alpha_2^2)} \right] + \right.$$

$$\left. + C_2 \left(1 + \alpha_2^2 + \frac{r_{2В}^2}{r^2} \right) - D_2 \cdot \frac{r^2}{r_2^2} \right\}, \tag{9}$$

$$\sigma_{r2} = V^2 \left\{ \frac{M_2 - M_1}{N_2 + N_1} \cdot \left[\frac{r_{2В}^2}{r^2 (1-\alpha_2^2)} - \frac{\alpha_2^2}{1-\alpha_2^2} \right] + \right.$$

$$\left. + C_2 \left(1 + \alpha_2^2 - \frac{r^2}{r_2^2} - \frac{r_{2В}^2}{r^2} \right) \right\}. \tag{10}$$

Полученные уравнения для расчета напряжений не являются принципиально новыми. В подобном виде они получены в работе [2]. Однако авторы при их выводе допустили ошибку, иногда значительно влияющую на абсолютную величину напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Ипполитов. Абразивно-алмазная обработка. М., «Машиностроение», 1969.
2. E. O. Kienzle, H. I. Grasemann, K. Grüning. Wege zur Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit von Schleifscheiben, «VDI Zeitschrift», № 26, 1963.
3. Справочник машиностроителя. Т. 3, М., Машгиз, 1962.
4. Н. М. Беляев. Сопротивление материалов. М., Гостехиздат, 1958.