

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ ТЕОРИЙ
ПРОЧНОСТИ ДЛЯ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ПОМОЩИ ЭВМ

Э. М. МИХАЙЛОВСКИЙ, Л. М. СЕДОКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Значительное количество существующих теорий прочности для хрупких материалов, разноречивых как по исходным посылкам, так и по экспериментальному подтверждению, весьма затрудняет применение этих теорий в инженерной практике.

Попытки оценки достоверности теорий прочности с помощью диаграммы предельных напряженных состояний [1] или путем вычисления отклонения теоретических расчетов от фактических данных для отдельных видов напряженного состояния и какого-либо одного материала [2] нельзя считать убедительными.

Ниже изложен метод количественной оценки критериев хрупкой прочности для целых областей плоского напряженного состояния с помощью ЭЦВМ «Минск-1». Использовались как результаты исследования прочности различных хрупких материалов, известные по литературным источникам, так и свои собственные. Почти все испытания проведены на тонкостенных трубчатых образцах. Перечень материалов, результаты испытания которых при плоском напряженном состоянии использованы в настоящей работе, приведен в таблице.

Схема расчета проста. В каждом опыте зарегистрированы предельные значения главных напряжений σ_1 и σ_2 (или σ_3), соотношение которых $n = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ или $n = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}$. Расчетную формулу по определенному критерию прочности можно преобразовать к виду

$$\sigma'_1 = f(\sigma_p, \nu, n), \quad (1)$$

где σ_p — предел прочности на растяжение;
 ν — коэффициент хрупкости материала;

$$\nu = \frac{\sigma_p}{|\sigma_c|};$$

σ_c — предел прочности при сжатии;

σ_1 — теоретическое значение предельной величины одного из главных напряжений при данном соотношении главных напряжений — n .

Сопоставляя фактическое и теоретическое значения предельного главного нормального напряжения, можно для целой области напря-

женных состояний вычислить относительное среднее квадратическое отклонение теоретических расчетов от опытных данных по формуле

$$\Delta_{\text{ср}}^{\text{кв}} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{\sigma'_i - \sigma_1}{\sigma_1} \right)^2}, \quad (2)$$

где k — количество опытов в исследуемой области плоского напряженного состояния;

σ'_i — теоретическое значение одного из главных напряжений, вычисляемого по формуле (1);

σ_1 — фактическое значение главного напряжения.

Таблица 1

№ п. п.	Материал	σ_p , кг/мм ²	σ_c , кг/мм ²	ν	Данные
1	Стекло	5,17	44,2	0,11	авторов
2	Гипс	0,40	3,0	0,13	Давиденкова Н. Н., Ставрогина А. Н.
3	Пластмасса К-18-2	4,70	19,3	0,24	Шанникова В. М., Кана К. Н.
4	Серый чугун	19,6	63,2	0,31	Корнета и Грасси
5	„	12,3	34,6	0,36	Авторов
6	Пластмасса ЭЗЛ-120	7,00	14,9	0,48	Шанникова В. М., Кана К. Н.
7	Закаленная сталь У7	170	180	0,94	Бурмакиной О. П., Савицкого Ф. С.
8	Закаленная сталь У8	181	193	0,94	«—»

Для анализа достоверности теорий прочности аналитическое выражение ряда из них было аппроксимировано уравнением

$$\sigma_{\text{экв}}^2 = \sigma_1^2 + \nu^2 \sigma_2^2 - C \nu \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_p^2. \quad (3)$$

Коэффициент C в уравнении (3) для идеально пластичных материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию ($\nu = 1$), зависит от сопротивления чистому сдвигу

$$C = \left(\frac{\sigma_p}{\tau_{\text{сд}}} \right)^2 - 2. \quad (4)$$

Используя соотношения классических теорий прочности для чистого сдвига, можно найти величину коэффициента C . Так, по теории наибольших нормальных напряжений $C = -1$, по теории наибольших касательных напряжений $C = 2$, по теории наибольших удлинений $C = 0,25$ и по энергетической теории $C = 1$.

Подставляя указанные значения коэффициента C в зависимость (3), получаем расчетные уравнения по классическим теориям, обоб-

щенным на хрупкие материалы. Преобразовав уравнение (3) к виду (1) будем иметь

$$\sigma_1' = \frac{\sigma_p}{\sqrt{1 + \nu^2 n^2 - C \nu n}}. \quad (5)$$

Для зоны «растяжение — сжатие», используя зависимость (2) и (5), на ЭЦВМ «Минск-1» было рассчитано относительное среднее квадратическое отклонение. Причем значение C задавалось через 0,5.

Результаты этих вычислений приведены на рис. 1. Как видно из рисунка, минимум разницы теоретических и экспериментальных результатов для всех исследованных материалов расположен вблизи значения C , соответствующего теории наибольших удлинений.

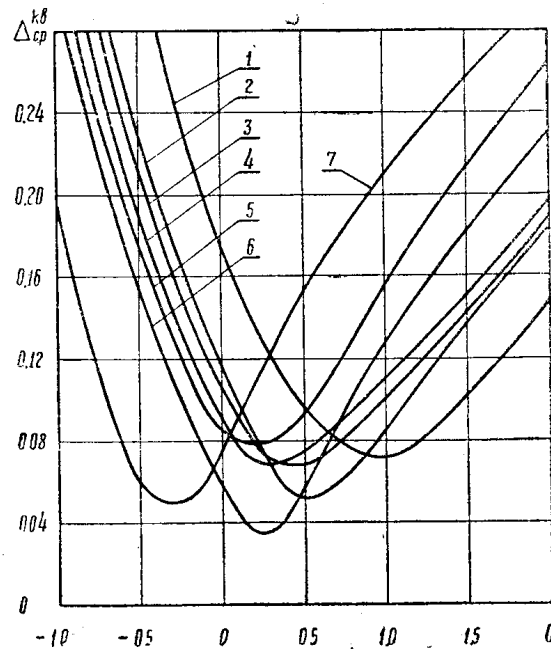


Рис. 1. Изменение относительной средне-квадратической ошибки расчетов в зависимости от коэффициента C для некоторых хрупких материалов: 1 — гипс ($\nu=0,13$), 2 — закаленная сталь У7 ($\nu=0,94$), 3 — пластмасса ЭЗЛ-120 ($\nu=0,48$), 4 — пластмасса К-18-2 ($\nu=0,24$), 5 — серый чугун ($\nu=0,36$), 6 — серый чугун ($\nu=0,31$), 7 — стекло ($\nu=0,11$)

Для теорий прочности, не описывающихся уравнением (3), также были рассчитаны средние квадратические отклонения (2) путем непосредственных вычислений.

Суммировав по каждой теории прочности средние квадратические отклонения для всех материалов в зонах «растяжение — растяжение» и «растяжение — сжатие» (отдельно по каждой зоне)

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^m \Delta_{ср i}^{кв}}{m}, \quad (6)$$

где m — количество исследованных материалов, установим точность расчетов по каждому критерию прочности в исследуемой зоне

$$P = (1 - \Delta) \cdot 100\%. \quad (7)$$

Из рис. 2 следует, что наибольшей достоверностью для испытанных материалов в анализируемых областях плоского напряженного состояния обладают теория А. А. Лебедева и критерий наибольших удлинений для хрупких материалов, записываемые уравнениями:

$$\sigma_1^2 + \nu^2 \sigma_2^2 - \nu^2 \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_p^2, \quad (8)$$

$$\sigma_1^2 + \nu^2 \sigma_2^2 - 0,25\nu\sigma_1 \sigma_2 = \sigma_p^2. \quad (9)$$

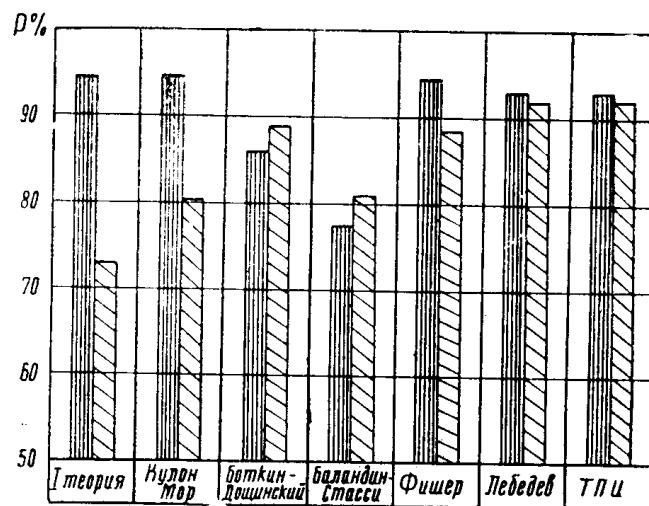


Рис. 2. Точность различных теорий прочности для хрупких материалов по результатам расчетов:  — для зоны «растяжение — растяжение»;  — для зоны «растяжение — сжатие»

Таким образом, применение ЭЦВМ позволило впервые дать количественный анализ достоверности теорий прочности для хрупких материалов при плоском напряженном состоянии и обосновать надежность выбора того или иного критерия прочности в инженерной практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 1, М., Машгиз, 1956.
2. В. М. Шанников, К. Н. Кан. Исследование статической прочности жестких пластмасс при плоском напряженном состоянии, пластические массы. «Химия», 1964, № 1.