

**О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ АНАЛИЗА  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР В МАШИНОСТРОЕНИИ**

Б. К. ЖИГАЛОВ

(Представлена профессором доктором А. Н. Ереминым)

Геометрическая структура изделия машиностроительного производства может рассматриваться как некоторое множество, состоящее из элементарных поверхностей, связанных между собой определенным образом. Каждая элементарная поверхность структуры связана с базовыми поверхностями линейными и угловыми координатами. Таким образом, в геометрической структуре существуют линейные и угловые связи и, следовательно, линейные и угловые базы.

В зависимости от этапов машиностроительного производства геометрические структуры могут быть разделены на конструкторские, технологические (сборочные и подетальные) и контрольные. Для данного изделия эти структуры состоят из одних и тех же поверхностей, но связанных между собой различными связями. Кроме перечисленных структур, при изготовлении деталей формируются производственные геометрические структуры, элементы которых принадлежат орудиям производства (входят в систему СПИД).

Все указанные структуры взаимосвязаны между собой: конструкторская структура является исходной для формирования последующей технологической структуры, а технологическая — для производственной структуры. Образуется некоторая «иерархия» структур, взаимосвязанных между собой. [1]. Кроме прямых («директивных») связей между структурами существуют и обратные связи, которые являются исполнительными.

Выявление связей в геометрических структурах является сложным и трудоемким процессом, который необходимо осуществлять при конструкторских и технологических разработках. Для исследования геометрических структур предложено применить методы новой математической дисциплины — теории графов, предметом которой является изучение множеств [1, 2]. Теория графов позволяет произвести математическое описание геометрической структуры изделия путем построения графов, в которых элементарные поверхности являются вершинами, а связи между ними — ребрами. Применение новых методов позволяет формализовать и упростить сложные и трудоемкие расчеты конструкторских и технологических размеров и допусков на них. Так как процессы образования поверхностей в изделии являются процессами нециклическими, то они могут быть описаны «деревьями», являющимися таким видом связных графов, которые не имеют циклов, т. е. в кото-

рых любые две вершины связаны только одним единственным маршрутом [3].

Построение дерева технологической структуры показано на примере зубчатого механизма с рейкой (рис. 1), являющегося сборочной структурой. Все поверхности структуры обозначены порядковыми номерами и нанесены на дерево структуры в качестве его

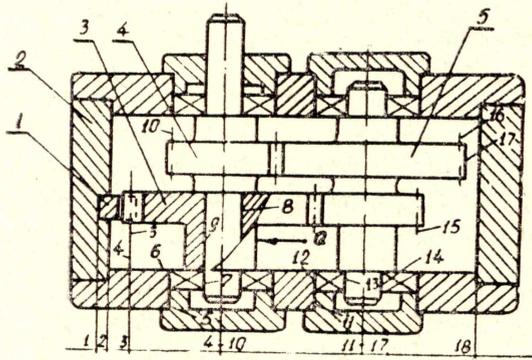


Рис. 1. Зубчатый механизм: 1 — рейка, 2 — корпус, 3 — шестерня, 4 — трибка, 5 — двойчатка

вершин (рис. 2, а). Одна из вершин принята за корень (поверхность 2), от которого начинается построение дерева. Ребрами дерева являются линейные технологические связи, к которым относятся размеры между поверхностями или между осями поверхностей, деталей, входящих в структуру, выполняемые в процессе изготовления изделия, т. е. в процессе обработки деталей и сборки. Ребра имеют ориентацию, отмеченную стрелками, в направлении от базовой поверхности к поверхности, получаемой в процессе изготовления.

При правильном построении дерева в нем не должно образовываться циклов, т. е. замкнутых маршрутов, и не должно быть разрывов, так как дерево является связным графом. При выполнении этого условия количество связей в структуре должно быть на единицу меньше количества поверхностей в ней.

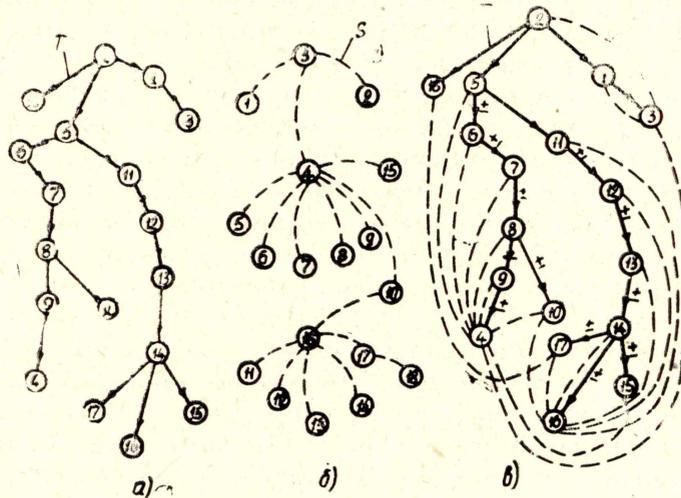


Рис. 2. Графы геометрических структур: а — дерево технологической сборочной структуры; б — дерево конструкторской структуры; в — граф технологической сборочной структуры. Обозначения: Т — технологические связи; S — конструкторские связи

Кроме дерева линейных связей аналогично может быть построено дерево, ребрами которого будут являться угловые технологические связи.

Построение дерева конструкторской структуры. На поверхностях рассматриваемого изделия может быть построено дерево, ребрами которого будут являться конструкторские связи, создаваемые в процессе конструирования изделия (рис. 2, б). Часть конструкторских связей будет совпадать с технологическими связями. Количество конструкторских связей также должно быть на единицу меньше количества поверхностей в структуре. Деревья технологических и конструкторских структур, построенные для одного и того же изделия, имеют одинаковое количество вершин и ребер. Такие деревья называются равномошными.

Замыкание дерева технологической структуры. Любые две вершины дерева технологической структуры связаны между собой нециклическим (незамкнутым) маршрутом, в котором ребра и вершины не повторяются. Такие маршруты в теории графов носят название простых цепей [3]. Незамкнутые простые цепи могут быть замкнуты связями, не входящими в технологическую структуру. При этом образуются циклические маршруты, называемые простыми циклами. Такие простые циклы представляют собой размерные цепи, в которых составляющими звеньями являются технологические связи. Замыкание технологического дерева может быть произведено связями другой структуры, например, конструкторской, путем совмещения технологического и конструкторского деревьев. При этом могут быть образованы и кратчайшие простые циклы, состоящие из двух ребер. Таким циклам соответствуют двухзвенные размерные цепи, которые образуются при совпадении конструкторских и технологических связей.

Так как конструкторское и технологическое деревья равномошны, количество размерных цепей, образованных при замыкании, будет равно количеству ребер дерева, т. е. будет равно количеству конструкторских или количеству технологических связей.

При замыкании технологического дерева образуется новый граф, имеющий циклы (рис. 2, в). В этом графе все размерные цепи, входящие в структуру, видны отчетливо и наглядно. Легко просматривается также и взаимосвязь между размерными цепями структуры.

Нахождение уравнений размерных цепей и определение знака звеньев. С помощью графа технологической структуры можно найти уравнения размерных цепей. Для этого надо найти тот единственный маршрут между двумя вершинами, который в дереве является простой цепью. Ребра, входящие в этот маршрут, будут составляющими звеньями размерной цепи, а расстояние между вершинами — замыкающим звеном. Звенья размерных цепей индексируются номерами связываемых поверхностей.

Знаки звеньев могут быть определены с помощью простых правил. Если пронумеровать поверхности структуры последовательно порядковыми номерами, то можно принять положительным направление связи от меньшего номера поверхности к большему. Тогда, если при обходе на графе звеньев замкнутой цепи в том или ином направлении мы будем перемещаться от меньшего номера к большему, знак звена будет положительным.

В том случае, когда порядок нумерации нарушен, и более удаленная от начала отсчета поверхность будет иметь меньший номер, ориентация связи будет отрицательной. Тогда знак звена, полученный при обходе размерной цепи на графе, надо поменять на обратный. Например, знак связи между осью трибки (поверхность 8, рис. 1) и осью отверстия шестерни (поверхность 9) будет отрицательным, если зазор между отверстием и валом выбран в направлении стрелки Q, так как ось 8 имеет меньший номер, но находится дальше от начала отсчета. На гра-

фе технологической структуры отрицательные ребра отмечены знаком минус. Для звеньев с векторными погрешностями, к которым относятся эксцентриситеты, знак звена является переменным. На графе эти звенья отмечены знаком  $\pm$ .

Для примера приведено уравнение размерной цепи для замыкающего звена  $S_{3,4}$  между средней линией рейки (поверхность 3, рис. 1) и осью делительной окружности шестерни (поверхность 4).

$$-S_{3,4} - T_{1,3} + T_{1,2} + T_{2,5} \pm T_{5,6} \pm T_{6,7} \pm T_{7,8} - T_{8,9} \pm T_{4,9} = 0.$$

Если найти уравнения для всех замыкающих звеньев структуры, то мы получим систему уравнений размерных цепей, решение которой производится известными методами и является вполне определенным, так как количество неизвестных в системе уравнений равно количеству уравнений.

Технологическая поддетальная структура состоит из элементарных поверхностей, получаемых в процессе изготовления заготовки и обработки детали, связанных между собой определенным образом технологическими связями. Технологическими связями будут являться те линейные или угловые координаты, которые определяют положение обработанной поверхности относительно технологических баз. Отличительным признаком технологических баз является их непосредственная связь с производственной структурой. Технологическая структура также описывается двумя деревьями: деревом линейных связей и деревом угловых связей.

Дерево поддетальной технологической структуры замыкается конструкторскими размерами и припусками. Ниже приводится пример построения графа технологической поддетальной структуры. На рис. 3 показана схема технологического процесса изготовления детали. На схеме линейные технологические связи обозначены линиями с односторон-

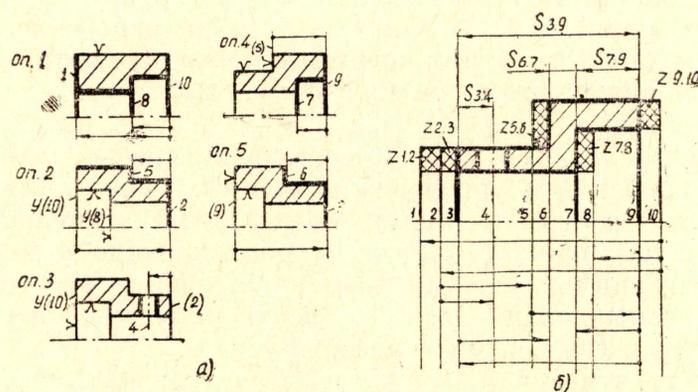


Рис. 3. Схема технологического процесса: а — операционные эскизы; б — размерная схема

ними стрелками, направленными от базовых к обработанным поверхностям. Угловые базы, не совпадающие с линейными, обозначены буквами У. На технологических эскизах базовые поверхности выделены скобками. Построение дерева линейных связей начинается от корня (поверхность 10, рис. 4 а). При замыкании дерева конструкторскими размерами и припусками образуется граф линейных связей поддетальной технологической структуры (рис. 4, а). Дерево угловых связей показано на рис. 4, б.

По графу поддетальной технологической структуры находятся размерные цепи и их уравнения для каждого замыкающего звена. Всего размерных цепей должно быть 9, по количеству ребер в дереве.

$$\begin{aligned}
S_{3,4} &= T_{3,9} - T_{5,9} - T_{2,5} + T_{2,4}, \\
S_{3,9} &= T_{3,9}, \\
S_{6,7} &= -T_{3,6} + T_{3,9} - T_{7,9}, \\
S_{7,9} &= T_{7,9}, \\
Z_{1,2} &= T_{1,10} - T_{2,10}, \\
Z_{2,3} &= T_{2,5} + T_{5,9} - T_{3,9}, \\
Z_{5,6} &= T_{5,9} - T_{3,9} + T_{3,6}, \\
Z_{7,8} &= T_{7,9} - T_{5,9} - T_{2,5} + T_{2,10} - T_{8,10}, \\
Z_{9,10} &= -T_{5,9} - T_{2,5} + T_{2,10}.
\end{aligned}$$

По найденным уравнениям размерных цепей могут быть рассчитаны технологические размеры и допуски на них. Известными величинами в системе уравнений будут конструкторские размеры и припуски. При этом в качестве номинальных значений припусков принимает-

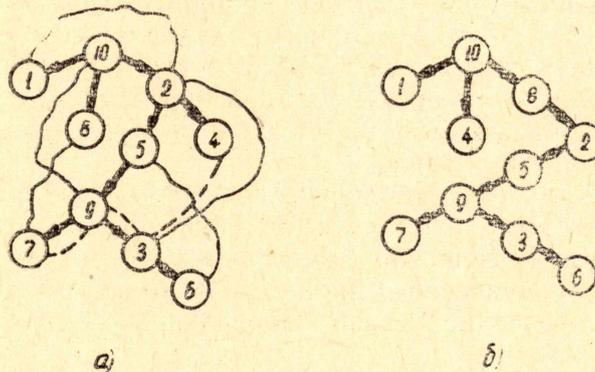


Рис. 4. Графы подетальной технологической структуры: а — граф линейных связей; б — дерево угловых связей. Обозначения:  $T$  — технологические линейные связи;  $T_y$  — технологические угловые связи;  $S$  — конструкторские связи;  $Z$  — припуски

ся толщина того дефектного слоя материала, который подлежит обязательному удалению с поверхности детали.

Построение дерева угловых связей позволяет определить погрешности поворотов между любыми поверхностями детали. Например, непараллельность оси 4 к поверхности 2 определится из уравнения

$$\varepsilon_{\varphi 2,4} = \varepsilon_{\varphi 4,10} + \varepsilon_{\varphi 8,10} + \varepsilon_{\varphi 2,8},$$

где  $\varepsilon_{\varphi i}$  — угловая погрешность.

Применение теории графов для анализа геометрических структур дает следующие преимущества:

1. Представляется возможность по дереву легко и быстро выявить все размерные цепи в технологических и конструкторских структурах и произвести расчеты размеров и допусков.

2. Могут быть найдены наиболее рациональные схемы расстановки размеров с учетом принципа «наискратчайшего пути».

3. Построение дерева позволяет избежать ошибок в простановке размеров, так как недостающие и излишние размеры будут сразу же обнаружены.

4. Построение единой системы связанных размерных цепей позволяет избежать ошибок при расчетах, так как каждая ошибка будет неизбежно выявлена.

5. Снижается трудоемкость расчетов, и исчезает зависимость от опыта и квалификации исполнителя.

6. Выявление при помощи графов угловых связей позволяет определить погрешности поворотов и правильно определить и увязать технические условия.

7. Создается возможность применения вычислительных машин для размерных расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. С. Мордвинов. Новый метод расчета операционных размеров и допусков. Автореферат диссертации. М., 1966.

2. Б. С. Мордвинов. Исследование геометрических структур с применением методов теории графов. Известия вузов СССР. «Машиностроение», № 3, 1965.

3. О. О р е. Теория графов. М., «Наука», 1968.

---