

СОПОСТАВЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ТЕОРИЙ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

В. Н. РАКИТЯНСКИЙ, Л. М. СЕДОКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Расчеты на прочность хрупких материалов при сложном напряженном состоянии носят ориентировочный характер. Классические теории, оценивающие прочность по основным параметрам сопротивления материалов (нормальные напряжения, линейные деформации, касательные напряжения, энергия формоизменения), дают большое расхождение с экспериментальными результатами для хрупких материалов. Причиной этому служит условие равенства пределов прочности на растяжение и сжатие, а реальные хрупкие материалы имеют существенно разные значения указанных характеристик прочности. Это обстоятельство привело к разработке новых теорий прочности, главной особенностью которых является учет различия сопротивления хрупких материалов растяжению σ_p и сжатию σ_c . Для таких материалов вводится коэффициент хрупкости

$$\nu = \frac{\sigma_p}{\sigma_c}, \quad (1)$$

который изменяется от 0 до 1,0. Новые теории прочности экспериментально проверялись по узкому набору исследованных материалов: по чугунам [1], по бетонам [2], по термореактивным пластмассам [3]. Оценка достоверности по ряду материалов с различными физико-механическими свойствами была сделана в работе [4].

Ниже дано сопоставление ряда теорий прочности по 19 материалам (табл. 1), результаты экспериментов которых получены различными авторами. В области двухосного растяжения, как показано в работе [4], фактическая прочность хрупких материалов удовлетворительно согласуется по первой теории, а также по критериям Фишера и Мора. Контуры этих теорий в данном классе напряженного состояния совпадают.

В классе смешанного плоского напряженного состояния контуры предельной прочности, построенные по различным теориям прочности, имеют большое расхождение между собой. Поэтому сопоставление теоретического расчета с фактическими значениями представляет научный интерес.

Экспериментальные результаты по материалам, перечисленные в табл. 1, были аппроксимированы уравнениями вида

$$\sigma_1^2 + \nu^2 \sigma_3^2 - C \nu \sigma_1 \sigma_3 = \sigma_p^2, \quad (2)$$

Таблица 1

№ п.п.	Материал	ν	C	$\Delta_{\max}$ по различным теориям прочности в %						
				I теория	Мора	Миролю- бова	Баландина	Фишера	Лебедева	ТПИ
1	Закаленная сталь У8А	0,94	0,46	53	22	9,5	9,5	9,5	8,5	4,7
2	Титановый сплав ВТ-14	1,0	0,70	64	17	5,1	5,1	5,1	5,1	9,6
3	Титановый сплав ВТ-6С	1,0	1,1	74	12	1,5	1,5	1,5	1,5	7,0
4	Ковкий чугун	0,65	0,17	45	27	16	14	15	9,7	1,8
5	Ковкий чугун	0,8	0,46	45	22	10	9,3	9,5	6,3	4,6
6	Серый чугун	0,27	0,23	45	28	18	10	15	1,0	0,5
7	Серый чугун	0,3	0,11	42	30	19	80	18	4,0	3,0
8	Серый чугун	0,315	0,7	60	19	7,4	13	4,0	10	11
9	Модифицированный чу- гун	0,41	0,33	51	25	14	7,0	13	1,8	1,8
10	Серый чугун	0,36	0,05	39	31	21	12	19	7,3	4,9
11	Пластмасса К-18-2	0,24	0,39	50	25	14	15	12	3,6	3,3
12	ЭЗА-120	0,48	0,36	50	25	13	8,0	12	2,6	2,5
13	Закаленная сталь У7	0,94	0,51	53	21	8,7	8,5	8,7	7,7	5,6
14	Высококремнистый чу- гун	0,15	0,34	51	27	16	3,1	13	4,1	2,3
15	Стекло С-100	0,11	0,5	22	43	34	27	32	17	20
16	Гипс	0,13	0,45	56	23	13	37	9,1	9,5	6,5
17	Стекло	0,05	-0,3	64	80	62	117	56	20	21,5
18	Бетон	0,11	0,4	56	23	13	41	9,6	9,2	5,6
19	Пластмасса К-18-36	0,23	0,1	24	12	11	7	11	2,0	2,0

где σ_1, σ_3 координаты в осях главных напряжений. Значение переменного параметра определялось методом наименьших квадратов. Величины коэффициента C , входящего в уравнение (2) для каждого материала при минимальном значении среднеквадратического отклонения $\Delta_{\text{ср}}^{\text{кв}}$, вынесены в таблицу.

Полученные кривые аппроксимации экспериментальных результатов сравнивались с контурами расчетных уравнений по теории наибольших нормальных напряжений О. Мора, П. П. Баландина, И. Н. Миролюбова, Фишера, А. А. Лебедева и критерию, разработанному на кафедре сопротивления материалов ТПИ, основанному на теории максимальных линейных деформаций [5].

Параметром оценки критериев принято максимальное отклонение текущего радиуса фактического контура прочности $\rho_{\text{ф}}$ (аппроксимации), являющегося геометрической суммой главных напряжений в момент разрушения, и радиуса по соответствующей теории прочности $\rho_{\text{т}}$ при одном и том же соотношении главных напряжений $n = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}$

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{|\Delta\rho|_{\text{max}}}{\rho_{\text{ф}}} = \frac{(\rho_{\text{ф}} - \rho_{\text{т}}) 100\%}{\rho_{\text{ф}}}, \quad (3)$$

Δ_{max} — достоверность теории по максимальному отклонению в процентах. Результаты, сведенные в табл. 1, были получены на машине БЭСМ-4. Средние значения достоверности по каждой теории прочности для всех материалов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Теория	Расчетное уравнение	$\Delta_{\text{max}}^{\text{ср}} \%$
Первая теория	$\sigma_1 = \sigma_p; \nu\sigma_3 = -\sigma_p$	50
Мора	$\sigma_1 - \nu\sigma_3 = \sigma_p$	27
Баландина	$\frac{1-\nu}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}\sqrt{(1-\nu)^2(\sigma_1 + \sigma_3)^2 + 4\nu(\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3)} = \sigma_p$	20
Миролюбова	$\frac{1-\nu}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1+\nu}{2}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} = \sigma_p$	16,7
Фишера	$\sigma_1^2 + \nu^2\sigma_3^2 - \nu\sigma_1\sigma_3 = \sigma_p^2$	14,4
Лебедева	$\sigma_1^2 + \nu^2\sigma_3^2 - \nu^2\sigma_1\sigma_3 = \sigma_p^2$	6,4
ТПИ	$\sigma_1^2 + \nu^2\sigma_3^2 - 0,25\nu\sigma_1\sigma_3 = \sigma_p^2$	6,2

В результате сопоставления данных таблиц можно сделать следующие выводы:

1. Оценка надежности применения механических теорий прочности может быть проведена двояко:

а) по среднеквадратическому отклонению теоретического расчета от аппроксимированных фактических результатов;

б) по максимальному отклонению от фактических результатов (3).

2. Оценки надежности теорий прочности по этим двум параметрам принципиально совпадают [4].

3. Оценка надежности теорий прочности по максимальному отклонению является более чувствительной к критериям прочности.

4. Оценка надежности рассмотренных теорий прочности (кроме П. П. Баландина) по максимальному отклонению (3) оказалась мало чувствительной к исследованным материалам.

5. Теория П. П. Баландина дает удовлетворительное совпадение для материалов с коэффициентом ν от 1 до 0,4. Для очень хрупких материалов ($\nu < 0,4$) максимальное отклонение увеличивается в несколько раз.

6. Наилучшее приближение к экспериментальным значениям по всем исследованным материалам в классе смешанного плоского напряженного состояния имеют два критерия — ТПИ и А. А. Лебедева. Максимальное отклонение (3) для этих критериев прочности составляет 6,2% и 6,4% соответственно.

7. Наибольшее максимальное отклонение от фактической прочности дали две теории: наибольших нормальных напряжений (50%) и О. Мора (27%).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Fischer, J. Holloman. Metals Technology. 1947, 14, No 5.
 2. Г. А. Геннев, К. Н. Киссюк. К вопросу обобщения теории прочности бетона. «Бетон и железобетон», 1965, № 2.
 3. В. М. Шинников, К. Н. Кан. Исследование статистической прочности жестких пластмасс при плоском напряженном состоянии. «Пластические массы», 1964, № 1.
 4. Э. М. Михайловский, Л. М. Седоков. Результаты исследования достоверности теорий прочности для хрупких материалов при помощи ЭВМ (в издаваемом сборнике).
 5. Л. М. Седоков. Критерий прочности для хрупких материалов при плоском напряженном состоянии. «Вестник машиностроения», 1972, № 5.
-