

О НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЦЕНТРА

В. М. РАЗИН

Характерной особенностью современных вычислительных центров (ВЦ) является наличие нескольких однотипных универсальных цифровых вычислительных машин (ЦВМ), работающих в мультипроцессорном режиме. Работа этих ЦВМ координируется с помощью центральной ЦВМ — диспетчера. Для повышения надежности работы ВЦ предусматривается наличие некоторого количества резервных ЦВМ. Обслуживание всех ЦВМ производится некоторым количеством ремонтных бригад. В работе [1] ситуация, когда число κ отказавших ЦВМ превышает число n резервных, рассматривается как отказ ВЦ. Вероятность отказа ВЦ $P(\kappa > n)$ подсчитывается при этом по формуле

$$P(\kappa > n) = 1 - P(\kappa \leq n) = 1 - \left\{ \sum_{\kappa=0}^q \frac{m!}{\kappa! (m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{\kappa} + \sum_{\kappa=q+1}^n \frac{m!}{q^{\kappa-q} \cdot q! (m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{\kappa} \right\} P_0, \quad (1)$$

где m — общее число ЦВМ в ВЦ;
 n — число резервных ЦВМ;
 κ — число неисправных машин;
 q — число ремонтных бригад;

$\lambda = \frac{1}{T_0}$; T_0 — среднее время безотказной работы ЦВМ;

$\mu = \frac{1}{T_B}$; T_B — среднее время восстановления ЦВМ.

Вероятность P_0 того, что все ЦВМ исправны, определяется соотношением

$$P_0 = \left\{ 1 + \sum_{\kappa=1}^q \frac{m!}{\kappa! (m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{\kappa} + \sum_{\kappa=q+1}^n \frac{m!}{q^{\kappa-q} \cdot q! (m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{\kappa} \right\}^{-1}. \quad (2)$$

В предположении $\frac{\lambda}{\mu} \ll 1$ в работе [1] получено приближенное соотношение

$$P(\kappa > n) \cong 1 - \left[1 + m \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) + \frac{m(m-1)}{2} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \right] P_0. \quad (3)$$

Расчеты, проведенные для конкретного случая ($\frac{\lambda}{\mu} = 0,1$, $m=7$, $n=3$, $q=2$), показали, что формула (3) дает большую погрешность. Вероятность отказа, подсчитанная по формуле (3), оказалась в 7 раз более высокой по сравнению с той же величиной, вычисленной по точной формуле (1) с учетом точного соотношения (2). В связи с этим представляется целесообразным получить более точное приближение для оценки $P(\kappa > n)$.

При $n > q$ соотношение (1) с учетом (2) может быть приведено к виду

$$P(\kappa > n) = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \Delta} \cdot \delta}, \quad (4)$$

где

$$\Delta = \sum_{\kappa=1}^q \frac{m!}{\kappa! (m - \kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa} + \sum_{\kappa=q+1}^n \frac{m!}{q^{\kappa-q} \cdot q! (m - \kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa}, \quad (5)$$

$$\delta = \sum_{\kappa=n+1}^m \frac{m!}{q^{\kappa-q} \cdot q! (m - \kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa}. \quad (6)$$

Ориентировочные подсчеты показывают, что в большинстве практических случаев $\delta \ll \Delta < 1$ и приближенная формула принимает вид $P(\kappa > n)$

$$P(\kappa > n) \cong \frac{\delta}{1 + \Delta}. \quad (7)$$

В рассмотренном выше примере $\Delta \cong 0,96$, $\delta \cong 0,0121$ и $P(\kappa > n) \cong 0,00615$. Расчет по точной формуле (1) дает $P(\kappa > n) \cong 0,0062$, что свидетельствует о хорошем приближении. При определенном соотношении параметров может иметь место случай $\Delta \ll 1$ (в особенности при $\frac{\lambda}{\mu} < 0,05$), тогда расчеты следует вести по приближенной формуле

$$P(\kappa > n) \cong \delta. \quad (8)$$

По аналогичной методике могут быть получены приближенные расчетные формулы для оценки надежности ВЦ в случае $n=q$ или $n < q$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Голубев-Новожилов. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., «Советское радио», 1967.