ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМЕНИ С. М. КИРОВА

Том 267 1975

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ БЕТАТРОНОВ

М. С. АЛЕЙНИКОВ, Н. С. БОЛЬНЫХ, В. А. КОЧЕГУРОВ, А. А. НОВИКОВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры приборов и устройств систем автоматики)

У бетатронов, нашедших большое практическое применение в промышленности, имеются значительные колебания интенсивности тормозного γ-излучения, которые определяются как входными параметрами, изменяющимися по случайному закону с нормальным распределением [1], так и неконтролируемыми помехами. В связи с этим возникает задача поиска и поддержания максимума интенсивности излучения бетатронов при непрерывных колебаниях входных параметров и наличии помех. Для обоснованного выбора алгоритма управления необходимо исследование бетатронов как объектов автоматического управления. Сведения о свойствах объекта управления дает математическое описание, то есть уравнения, описывающие статические и динамические связи, реально существующие между входными и выходными величинами. Как показано в работе [1], для этих целей целесообразно применение статистических методов. Интенсивность γ-излучения зависит от таких входных параметров, как напряжение на обмотке электромагнита, инжекторе, инфлекторе, момента подачи напряжения на инжектор (фаза инжекции) и инфлектор (фаза инфлекции), а также фазы сброса ускоренных электронов на мишень и ряда других факторов. В работе [2] получено уравнение множественной регрессии (без учета малозначимых связей и факторов) по результатам пассивного эксперимента. Недостатком пассивного эксперимента является то, что уравнение связи, полученное на материале этого эксперимента, не несет существенно полезной информации о процессе в большом интервале входных переменных [3]. Это объясняется следующими причинами:

1. Слишком узок интервал изменения входных и выходных переменных, т. е. данные собираются фактически в одной точке.

2. Исходные предпосылки, на которых базируются методы обработки результатов пассивного эксперимента, зачастую не выполняются.

Кроме этого, пассивный эксперимент требует разработки специальных датчиков, регистрирующей аппаратуры, которая не всегда отвечает требованиям по точности, и связан со значительным объемом вычислений.

Для получения максимальной информации об исследуемом процессе при минимальном количестве экспериментов (с учетом результатов пассивного эксперимента) воспользуемся методами планирования экстремальных экспериментов [3].

Неизвестную функцию $y=f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ представим, как и при обработке результатов пассивного эксперимента, в виде полинома регрессии 2-го порядка:

$$y=b_0+\sum_{i=1}^{n} b_i x_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_i x_j+\sum_{i=1}^{n} b_{ii}x_i^2+\cdots \quad (1)$$

Для того, чтобы оценить все $k=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ коэффициентов квадратичной модели, необходимо выбрать план, в котором каждая переменная варьируется хотя бы на трех различных уровнях и матрица нормальных уравнений невырождена. Кроме того, план должен удовлетворять определенному критерию оптимальности, а именно, экспериментальные точки в факторном пространстве следует располагать, исходя из условий ортогональности и рототабельности планирования, или потребовать, чтобы выбранный план был D-оптимальным [3, 4].

Практически следует применять планы, требующие наименьших затрат на постановку эксперимента и позволяющие просто вычислить коэффициенты модели (1). Наиболее часто на практике для получения математического описания изучаемого объекта используют центральные композиционные ортогональные (ОЦКП) и рототабельные планы (РЦКП), разработанные Боксом. Их получают добавлением «звездных точек типа ($\pm\alpha$, 0, ..., 0), (0, $\pm\alpha$, 0, ..., 0), (0, 0, ..., 0, $\pm\alpha$) и некоторого числа центральных точек n_0 (0, 0, ..., 0) к «ядру», образованному полным факторным экспериментом (ПФЭ) типа 2^n или его регулярной репликой. Число опытов композиционного рототабельного планирования определяется формулой:

$$N=2^n+2n+N_0. \quad (2)$$

где N_0 — число центральных точек,
2^n — ПФЭ,
$2n$ — число звездных точек,
n — число факторов.

Для выбора существенных факторов требуется постановка отсеивающих экспериментов, требующих в ряде случаев больших затрат. Поэтому в таких случаях важно перед планированием основного эксперимента использовать всю имеющуюся априорную информацию, не прибегая к постановке экспериментов. Большую пользу здесь дают результаты обработки данных пассивного эксперимента и проведение априорного ранжирования факторов, основанного на опросе квалифицированных специалистов, обслуживающих ускоритель. Степень совпадения данных априорного ранжирования и результатов обработки данных пассивного эксперимента, который был проведен в одной области факторного пространства, оказались сравнительно близкими [2].

Для получения уравнения связи нелинейного вида (для тех же факторов, что и в [2]) используем матрицу рототабельного ЦКП. Интервал варьирования для каждого параметра выбран из условия $\lambda_{i\min}\geqslant 4\delta_i$, где δ_i — среднеквадратическая погрешность измерения. Значения основного уровня и шагов варьирования по каждому фактору приведены в табл. 1.

После обработки результатов эксперимента получен аппроксимирующий полином вида:

Таблица 1

План эксперимента

Основной уровень	$\varphi=120$ *мсек*	$U_{маг}=250$ *в*	$U_{инж}=120$ *в*	$U_{инф}=105$ *в*
Шаг варьирования	$\lambda=5$ *мсек*	$\lambda=\pm 10$ *в*	$\lambda=\pm 5$ *в*	$\lambda=\pm 5$ *в*

Обозначения факторов

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_4^2	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_2x_3	x_2x_4	x_3x_4	$У$
+1	−1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,02
+1	+1	−1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	−1	−1	+1	−1	0,1
+1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	−1	−1	+1	0,02
+1	−1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	−1	−1	+1	−1	0,1
+1	+1	+1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	−1	−1	+1	0,01
+1	+1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	1	+1	−1	−1	4,2
+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	+1	+1	−1	−1	3,5
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1,5
+1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	+1	−1	−1	0,014
+1	+1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	+1	+1	+1	2,8
+1	−1	+1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	5,0
+1	−1	−1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	−1	+1	−1	0,65
+1	+1	+1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	−1	−1	0,00
+1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	3,0
+1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	5,5
+1	+1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	−1	+1	−1	0,02
1	−2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01
1	+2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01
1	0	−2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0	0	2,3
1	0	+2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0	0	0,03
1	0	0	−2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0	4,3
1	0	0	−2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0	3,3
1	0	0	0	−2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	0,06
1	0	0	0	+2	0	0	0	+4	0	0	0	0	0	0	2,0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,2

$$y_p=5{,}15-1{,}25\,x_1^2-0{,}976\,x_2^2-0{,}32\,x_3^2-1{,}04\,x_4^2-$$
$$-0{,}124\,x_1x_3-1{,}4\,x_1x_2+0{,}91\,x_1x_4+0{,}255\,x_2x_3- \quad (3)$$
$$-0{,}67\,x_2x_4+0{,}585\,x_3x_4,$$

где

$$x_i=\frac{X_i-X_i^*}{\lambda_i}. \quad (4)$$

X^* — основной уровень фактора,
λ_i — шаг варьирования фактора,

x_i — кодовое значение фактора.

Проверка адекватности полученной модели бетатрона проведена с помощью критерия Фишера [3]:

$$F_т > F_p.$$

$$F = \frac{\sigma^2_{ag}}{\sigma^2_y} - \frac{N_c - 1}{f}; \tag{5}$$

где N_c — количество центральных точек,

f — число степеней свободы.

$F_т$ берется для $k_1 = f$ и $k_2 = N_c - 1$ обычно при 5%-ном уровне ошибок.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. С. Алейников, В. А. Кочегуров. Изв. ТПИ, т. 193, Томск.
2. В. В. Налимов, Н. А. Чернова. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965.
3. Проблемы планирования эксперимента. Под редакцией Г. К. Круга. М., «Наука», 1969.