

# СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ВКЛАДА РАЗЛИЧНЫХ ДИСПЕРСНЫХ КОМПОНЕНТ В ОСЛАБЛЕНИЕ ЛУЧИСТОЙ ЭНЕРГИИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИМ ОБЛАКОМ

Алейник А.А.<sup>1</sup> Шефер О.В.<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Томский политехнический университет, ИШИТР, студент гр. 8В23, e-mail: aaa205@tpu.ru

<sup>2</sup>Томский политехнический университет, ИШИТР, доцент, e-mail: shefer@tpu.ru

<sup>3</sup>Томский государственный университет, ИПМКН, профессор, e-mail: shefer-ol@mail.ru

## Аннотация

Получено аналитическое выражение для коэффициента ослабления лучистой энергии с учетом распределения частиц по размерам. В формуле выделяются отдельные множители, представляющие фактор ослабления и модифицированную среднюю площадь тени рассеивателя. Предложена схема для качественной оценки вклада различных компонент среды в общее ослабление излучения кристаллическим облаком.

**Ключевые слова:** ослабление, лучистая энергия, полидисперсная среда, схема оценки

## Введение

Кристаллические облака распространены над большей частью поверхности Земли. Эти атмосферные образования могут обеспечивать как парниковый эффект, так и выхолаживание атмосферы. Исследованию ослабления электромагнитного излучения ледяными облаками во всем мире уделяется большое внимание [1–3]. Эта оптическая характеристика является значимой в изучении радиационного баланса атмосферы, распространения излучения, погодообразующих процессах, в построении моделей локального и глобального климата, а также при исследовании аэродисперсных сред оптическими методами [4, 5].

В состав кристаллических облаков входит большое разнообразие частиц различных по форме, размерам и ориентации в пространстве. К настоящему времени для хаотически ориентированных частиц большой объем результатов научного исследования по ослаблению излучения представлен в научной литературе [6, 7]. Демонстрируется, что фактор ослабления может отличаться от своего асимптотического значения, равного 2. Частицы, соизмеримые с длиной волны падающего излучения, и крупные преимущественно ориентированные пластинчатые кристаллы могут обеспечивать значения фактора экстинкции из наибольшего промежутка от 0 до 4 [8, 9].

В природных условиях в состав ледяных облаков могут входить различные виды частиц [1, 2, 10]. При этом на характеристики ослабления может влиять преимущественно одна из составляющих среды. А также, возможно, что сразу несколько компонент облака обеспечивают соизмеримый вклад в экстинкцию. Результаты численного эксперимента, касающиеся этой проблемы, практически отсутствуют в научной литературе.

В настоящей работе предлагается схема для качественной сравнительной оценки вклада различных составляющих кристаллического облака в ослабление лучистой энергии.

## Формализм

Рассмотрим среду, в состав которой входят различные частицы. Компонентами среды являются рассеиватели различных фракций и форм. Общий коэффициент ослабления определяется [1] как

$$\alpha_{\text{ext}} = \sum_{i=1}^m \alpha_{\text{ext}}^i, \quad (1)$$

где  $\alpha_{\text{ext}}^i$  – коэффициент ослабления излучения частицами определенного вида. Каждый вид имеет отличительные свойства по физико-химическим свойствам, по форме или по характеру ориентации. Здесь  $m$  есть количество видов различных компонент.

Для расчета коэффициента ослабления ( $\alpha_{\text{ext}}$ ) и фактора ослабления ( $Q_{\text{ext}}$ ) дисперсным компонентом воспользуемся следующими соотношениями:

$$\alpha_{\text{ext}} = \int_{a_{\text{min}}}^{a_{\text{max}}} S_{\text{ext}} \cdot N(a) da, \quad (2.1)$$

$$\bar{S}_{\text{sq}} = \int_{a_{\text{min}}}^{a_{\text{max}}} S_{\text{sq}} \cdot N(a) da, \quad (2.2)$$

$$Q_{\text{ext}} = \alpha_{\text{ext}} / \bar{S}_{\text{sq}}, \quad (2.3)$$

где  $\bar{S}_{\text{sq}}$  – усредненная площадь тени для ансамбля частиц,  $S_{\text{sq}}$  – площадь тени частицы,  $S_{\text{ext}}$  – сечение ослабления,  $a$  – определяющий размер частицы (в частности, для сферы или пластинки – это радиус),  $a_{\text{min}}$  – минимальный и  $a_{\text{max}}$  – максимальный размеры частиц, рассматриваемого объема.

Согласно многочисленным натурным исследованиям ледяных облаков, модифицированное гамма-распределение:

$$N(a) = C \frac{\mu^{\mu+1}}{G(\mu+1)} \cdot \frac{1}{a_m} \cdot \left(\frac{a}{a_m}\right)^{\mu} \exp\left(\frac{-\mu a}{a_m}\right) \quad (3)$$

вполне удовлетворительно описывает распределение размеров совокупности облачных кристаллов [1]. Соотношение (3) включает в себя следующие параметры:  $C$  – концентрация частиц,  $a_m$  – размер частицы (например, радиус пластинки), соответствующий максимуму функции  $N(a)$ . Для модифицированного гамма-распределения (3) средний размер  $\bar{a}$  частиц рассчитывается как  $\bar{a} = a_m(1+1/\mu)$ .  $\mu$  – безразмерный параметр, характеризующий крутизну склонов  $N(a)$  максимума (характеристика разброса частиц по размерам). В частности, для модального размера  $a_m = 50$  мкм и разных значений  $\mu$  в таблице представлены статистические характеристики ( $\bar{a}$  – среднее значение,  $D(a)$  – дисперсия,  $\sigma(a)$  – среднеквадратическое отклонение).

Таблица 1. Статистические характеристики для модифицированного гамма-распределения при  $a_m = 50$  мкм

$\mu$	$\bar{a}$ , мкм	$D(a)$ , мкм <sup>2</sup>	$\sigma(a)$ , мкм
1	100	5000	70,7
2	75	1875	43,3
3	66,7	1111	33,3
4	62,5	781,3	28
5	60	600	24,5
6	58,3	486,1	22,1
10	55	275	16,6
20	52,5	131,3	11,5
30	51,7	86,1	9,3
40	51,3	64,1	8
50	51	51	7,1

В природе наиболее редко встречаются случаи, которые могли бы быть представлены для случаев  $\mu$ , превышающие величину 30. Из таблицы видно, что для  $\mu > 30$  величина дисперсия не многим отличается от дисперсии при  $\mu = 40$ .

### Обсуждение результатов исследования

Для представления энергетической характеристики ослабления, как правило, рассматривают коэффициент ослабления ( $\alpha_{ext}$ ). Для удобства оценки  $\alpha_{ext}$  (3.3), на основе данных фактора ослабления и средней площади тени частиц представим  $\alpha_{ext} = Q_{ext} \cdot S_m$ , где  $S_m$  – модификация средней площади тени частиц. Здесь  $S_m = l^{-1} \cdot \bar{S}_{sq^*}$ ,  $\bar{S}_{sq^*}$  – средняя площадь тени частиц (3.2), но без учета концентрации в единице объема. Тогда концентрацию представим, как  $C = \kappa \cdot l^{-1}$ ,  $\kappa$  – безразмерная величина ( $C = \kappa \cdot l^{-1} = C'$  при  $\kappa = 1$ ).

Заметим, что, в научной литературе, традиционно размерность коэффициента ослабления для кристаллических облаков представляют в  $км^{-1}$ , размеры частиц – в  $мкм$  и концентрацию частиц – в  $л^{-1}$  [1, 4, 10, 11]. По этой причине, именно в этих единицах измерения демонстрируются соответствующие входные для расчета параметры и результаты расчета. Обратим внимание на согласование размерности при расчете коэффициента ослабления, который представлен в виде сомножителей  $\alpha_{ext} = Q_{ext} \cdot S_m \cdot \kappa$  (или  $\alpha_{ext} = Q_{ext} \cdot \bar{S}_{sq^*} \cdot C' \cdot \kappa$ ). Размерность  $\alpha_{ext}$  – обратная мера длины (здесь  $км^{-1}$ ), размерность  $\bar{S}_{sq^*}$  – мера площади (здесь  $мкм^2$ ), размерность  $C$  – обратный объем (здесь  $л^{-1}$ ),  $Q_{ext}$  – безразмерная величина. Очевидно, при расчете  $\alpha_{ext}$  следует согласовать соответствующие размерности входных параметров.

На рис. 1 демонстрируется зависимость  $S_m(\bar{a})$  с учетом концентрации пластинок  $C = 1 л^{-1}$ . Размерность горизонтальной шкалы  $\bar{a}$  в  $[мкм]$ , размерность вертикальной шкалы  $S_m$  в  $[км^{-1}]$  (из расчета: площадь / литр). Кривые 1–5 представляют зависимость  $S_m(\bar{a})$ , рассчитанную с учетом функции распределения частиц по размерам. Кривые 4 и 5 слабо различаются. Из рисунка видно, что чем больше дисперсия размеров частиц ( $\mu \rightarrow 1$ ), тем выше значения  $S_m$ . Для расчета коэффициента ослабления нужно умножить значение фактора ослабления на соответствующую величину  $S_m$  (принимая во внимание значения  $\bar{a}$  и  $\mu$ ). Кроме того, нужно учесть концентрацию частиц, величина которой имеет размерность  $[л^{-1}]$ , тогда на выходе размерность коэффициента ослабления будет в  $[км^{-1}]$ . Например,  $\bar{a} = 50 мкм$ ,  $\mu = 2$ ,  $S_m = 0.1 км^{-1}$  (см. рис. 1). Если  $Q_{ext} = 2$ ,  $C = \kappa л^{-1} = 5 л^{-1}$  (при  $\kappa = 5$ ), тогда  $\alpha_{ext} = S_m \cdot Q_{ext} \cdot \kappa = 0.1 км^{-1} \cdot 2 \cdot 5 = 1 км^{-1}$ .

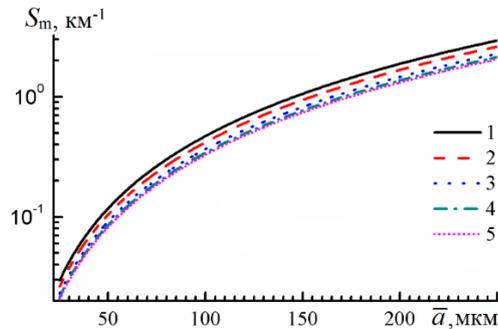


Рис. 1. Модифицированная средняя площадь тени рассеивателя в зависимости от  $\bar{a}$  среднего размера частиц. 1 –  $\mu = 1$ , 2 –  $\mu = 2$ , 3 –  $\mu = 5$ , 4 –  $\mu = 10$ , 5 –  $\mu = 20$

Напомним, что фактор ослабления для отдельной пластинки может меняться в пределах от 0 до 4. Для системы преимущественно ориентированных пластинок, после усреднения по размерам, фактор ослабления, как правило, принимает значения не ниже 0.1 и не выше 3.9. Тогда легко провести качественную оценку интервала возможных значений коэффициента ослабления. Нижняя граница составляет:  $\alpha_{ext} = 0.1 \cdot S_m \cdot \kappa$  (при  $Q_{ext} = 0.1$ ), верхняя граница:  $\alpha_{ext} = 3.9 \cdot S_m \cdot \kappa$  (при  $Q_{ext} = 3.9$ ).

Итак, предлагается следующая схема оценивания микрофизических параметров атмосферных ледяных частиц. Коэффициент ослабления излучения ( $\alpha_{ext}(\lambda)$ ) представляется в виде сомножителей фактора ослабления ( $Q_{ext}$ ), средней площади тени частиц (без учета

концентрации, т. е.  $\bar{S}_{sq*} = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} S_{sq} \cdot f(a) da$ ) и концентрации частиц в единице объема (С). Кроме

того, для удобства оценивания коэффициента ослабления (измеренного в км-1), когда рассматривается размер частиц в мкм и концентрация в л-1, приемлемо ввести концентрацию как  $C = C' \cdot \kappa$ . Здесь  $\kappa$  безразмерный параметр, соответствующий любому значению С с размерностью [л-1]. Напомним, что  $\alpha_{ext}(\lambda)$  линейно зависит от С. Приведение величины  $\bar{S}_{sq*}$  к величине  $S_m$  состоит в учете размерностей всех величин входных параметров, чтобы размерность  $S_m$  была в км-1 (как у  $\alpha_{ext}(\lambda)$ ). Тогда, оценивая значения  $S_m$  (при необходимости умножая на  $\kappa$ ), легко провести сравнительный качественный анализ (без учета фактора ослабления) величин ослабления излучения дисперсными компонентами, различными по микрофизическим свойствам. Если абсолютная разница соответствующих величин  $S_m$  составляет менее одного порядка, то для дальнейшего анализа следует учитывать тонкую структуру фактора ослабления.

Следует отметить, что модифицированная величина  $S_m$  главным образом зависит от средних размеров кристаллов и слабо зависит от дисперсии размеров (или параметра  $\mu$ ). Величина  $C \cdot \bar{S}_{sq*} = \kappa \cdot S_m$  легко определяется на промежутке длин волн, где из  $\alpha_{ext}(\lambda) = const$ , учитывая, что  $Q_{ext} = 2$ . Но если известна концентрация частиц в единице объема, то элементарно определить  $S_m$ . Величины  $\bar{a}$  и  $\mu$  (также фактор формы частиц для пластинчатых кристаллов) могут быть определены по особенностям спектрального хода  $Q_{ext}(\lambda)$ . Оценив  $\bar{a}$  и  $\mu$ , величины  $\kappa$  и  $S_m$  могут быть скорректированы (при неизвестной концентрации).

На основе результатов расчета  $S_m$ , полученных на основе интегрального представления средней площади тени рассеивателя (рис. 1 и формула (2.2)), получим соответствующие аналитические выражения при разных значениях  $\mu$ . В этом случае линии регрессии вида  $y = k \cdot x^t$  являются наиболее приемлемыми для представления зависимости  $S_m(\bar{a})$ . Установлено, что при  $t \approx 2$  отклонение составляет не более  $10^{-5}$ , а  $k$  принимает значения из интервала от  $3.4 \cdot 10^{-5}$  до  $4.7 \cdot 10^{-5}$  с изменением  $\mu$  от 20 до 1. В этом случае регрессионные линии  $S_m(\bar{a})$  представляют соответствующие численно полученные зависимости  $S_m(\bar{a})$  с достоверностью  $R2 \approx 1$  (с отклонением значений коэффициента детерминации  $R2$  не более  $10^{-8}$ ).

На рис. 2 иллюстрируется линия тренда  $k_M(\mu) = 4.624 \cdot 10^{-5} \cdot \mu^{-0.1373}$  при  $R2 \approx 0.99$ , полученная для коэффициента  $k_M(\mu)$  ( $k_M = k_M(S_m)$ ). Тогда на основе корреляционных представлений аналитическое выражение для средней площади тени рассеивателя запишем как

$$S_M(\bar{a}, \mu) = 4.624 \cdot 10^{-5} \cdot \mu^{-0.1373} \cdot \bar{a}^2. \quad (4)$$

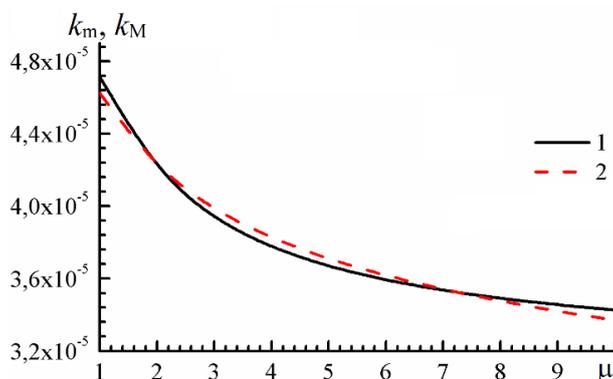


Рис. 2. Коэффициенты  $k_m$  и  $k_M$  для модифицированной площади тени рассеивателя и соответствующей регрессионной зависимости, полученные при разных значениях  $\mu$  и на основе: 1-  $S_m(\bar{a}, \mu)$ , 2-  $S_M(\bar{a}, \mu)$

На рис. 3 демонстрируется относительная ошибка ( $\Delta = \text{abs}(S_m - S_M) / S_M$ ), рассчитанная при условии что приближенной величиной является корреляционная зависимость  $S_M(\bar{a}, \mu)$  (4), а в качестве точной величины рассматривается модифицированная площадь тени рассеивателя  $S_m(\bar{a}, \mu)$ , рассчитанная на основе интегрального представления (2.2). Из рисунка видно, что относительная ошибка  $\Delta(\bar{a})$  составляет менее 2% при разных значениях  $\mu$ .

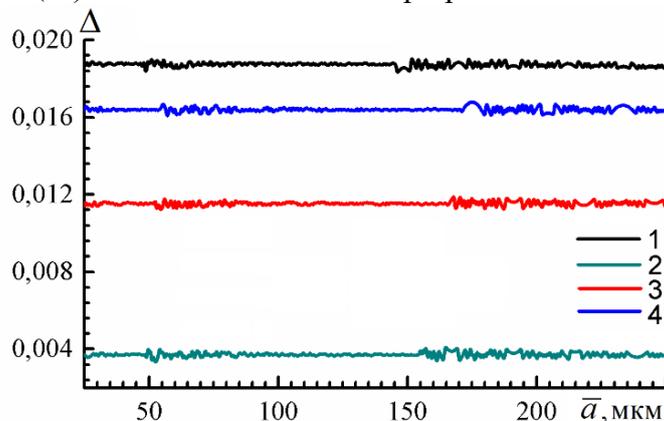


Рис. 3. Относительная ошибка  $\Delta = \text{abs}(S_m - S_M) / S_M$ , для разных  $\mu$ : 1 –  $\mu = 1$ , 2 –  $\mu = 2$ , 3 –  $\mu = 5$ , 4 –  $\mu = 10$

Полученное выражение (4) позволяет элементарно и с высокой точностью рассчитать значение  $SM(\bar{a}, \mu)$ . Оно позволяет оперативно качественно оценить вклад в ослабление различных составляющих дисперсной среды с учетом их средних размеров и характеристики  $\mu$  (или дисперсии). Выражение для коэффициента ослабления, принимая во внимание выражение (4), представляется как  $\alpha_{\text{ext}} = Q_{\text{ext}} \cdot SM(\bar{a}, \mu)$ .

Из рис. 1 видно, что на значения  $SM(\bar{a}, \mu)$  преимущественно влияет размер частицы. Как отмечалось выше, характеристика разброса частиц по размерам в меньшей мере оказывает воздействие на величину  $SM$ . Следует отметить, что в научной литературе при анализе ослабления лучистой энергии кристаллическим облаком практически не рассматривают влияние параметра  $\mu$ . Проведем оценку учета разброса частиц по размерам при определении характеристики ослабления  $SM(\bar{a}, \mu)$  (или  $S_m(\bar{a}, \mu)$ ).

На рис. 4 показаны значения относительной ошибки, рассчитанной как  $\Delta = \text{abs}(S_{\text{точн}} - S_{\text{прибл}}) / S_{\text{точн}}$ .

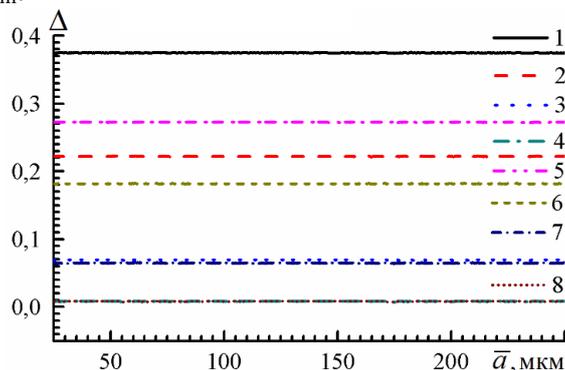


Рис. 4. Относительная ошибка  $\Delta = \text{abs}(S_{\text{точн}} - S_{\text{прибл}}) / S_{\text{точн}}$  для разных  $\mu$ : 1 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 10$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 1$ , 2 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 10$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 2$ , 3 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 10$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 5$ , 4 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 10$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 9$ , 5 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 1$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 10$ , 6 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 2$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 10$ , 7 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 5$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 10$ , 8 –  $S_{\text{точн}} = S_M$  при  $\mu = 9$ ,  $S_{\text{прибл}} = S_M$  при  $\mu = 10$ .

Линии 1–4 демонстрируют  $\Delta$  при точном значении  $S_M(\bar{a}, \mu)$  для  $\mu = 10$ , при этом рассматриваются случаи (приближенные), когда  $\mu = \{1, 2, 5, 9\}$ . Линии 5–8 демонстрируют обратную ситуацию, когда приближенным является  $S_M(\bar{a}, \mu)$   $\mu = 10$ , а точными являются случаи  $\mu = \{1, 2, 5, 9\}$ . При любых вариантах, рассмотренных на рис. 2, величина  $\Delta(\bar{a}) \approx \text{const}$  (изменяется не более чем на  $0.5 \cdot 10^{-4}$ ). Из рисунка видно, что не учёт параметра  $\mu$  может привести к возникновению относительной ошибки почти 40%.

### Заключение

В работе выражение для коэффициента ослабления представлено в виде произведения фактора ослабления и модифицированной средней площади тени рассеивателя. На основе корреляционного анализа для модифицированной характеристики получено простое аналитическое выражение, позволяющее с высокой точностью оценить влияние на нее параметров распределения частиц по размерам. Представленное выражение позволяет проводить качественную (с точностью до значения фактора ослабления) сравнительную оценку вклада различных компонент среды в общее ослабление оптического излучения кристаллическим облаком. Предложенная схема обеспечивает выделение доминирующего влияния того или иного вида рассеивателей на ослабление излучения. Такой подход позволит значительно упростить процесс количественной оценки экстинкции для многокомпонентной аэродисперсной среды.

### Список использованных источников

1. Волковицкий О.А., Павлова Л.Н., Петрушин А.Г. Оптические свойства кристаллических облаков. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 200 с.
2. Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A., editors. Scattering, absorption, and emission of light by small particles. Cambridge U. Press; 2002. – 486 p.
3. IPCC. The physical science basis: contribution of working group 1 to the fifth assessment report of the IPCC. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. – 1552 p.
4. Platt C.M.R., Abshire N.L., McNice G.T. Some microphysical properties of an ice cloud from lidar observation of horizontally oriented crystals // *Appl. Meteorol.* – 1978. – V. 17. – С. 1220-1224.
5. Noel V., Sassen K. Study of planar ice crystal orientations in ice clouds from sacking polarization lidar observations // *J. Appl. Met.* – 2005. – V. 44. – С. 653–664.
6. Moosmüller H., Sorensen C.M. Small and large particle limits of single scattering albedo for homogeneous, spherical particles // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* – 2018. – V. 204. – С. 250-255.
7. Baum B., Yang P., Heymsfield A., Bansemir A., Cole B., Merrelli A., Schmitt S., Wang C. Ice cloud single-scattering property models with the full phase matrix at wavelengths from 0.2 to 100  $\mu\text{m}$  // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* – 2014. – V. 146. – С. 123–139.
8. Yang P., Wendish M., Bi L., Kattawar G., Mischenko M., Hu Y. Dependence of extinction cross-section on incident polarization state and particle orientation // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* – 2011. – V. 112. – С. 2035–2039.
9. Shefer O. Extinction of radiant energy by large atmospheric crystals with different shapes // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* – 2016. – V. 178. – С. 350–360.
10. McFarlane S.A., Marchand R.T. Analysis of ice crystal habits derived from MISR and MODIS observations over the ARM Southern Great Plains site // *J. Geophys. Res.* – 2008. – V. 113. – D07209.
11. Fu Q., Yang P., Sun W.B. An accurate parameterization of the infrared radiative properties of cirrus clouds for climate models // *Journal of Climate.* – 1998. – V. 11. – С. 2223–2237.