ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 269 1976

К ВОПРОСУ АНАЛИЗА КАЛЕНДАРНЫХ ПЛАНОВ

А. И. ГУДЗЕНКО, Л. В. КОЧНЕВ, Л. В. ПЕРФИЛЬЕВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматизированных систем управления и лаборатории управления)

Вопросы календарного планирования сложных комплексов операций являются весьма сложным моментом оптимального планирования. Они составляют основу математического обеспечения таких подсистем АСУ, как подготовка нового производства, оперативно-календарное планирование основного производства (особенно единичного и мелкосерийного) и др. Известные работы по календарному планированию рассматривают лишь вопросы синтеза планов, в том числе оптимальных [1, 2]. В настоящей работе сделана попытка анализа календарного плана, позволяющего оценить влияние отдельных параметров системы на качество плана.

При решении практических задач календарного планирования довольно часто возникают ситуации, когда построенный некоторым методом календарный план, даже оптимальный, не удовлетворяет каким-либо ограничениям, т. е. недействителен. Анализ плана в этом случае может оказаться весьма эффективным средством его улучшения.

Рассмотрим календарное планирование выполнения на N аппаратах M изделий. Причем технология изготовления каждого m-го изделия, $m=\overline{1, M}$, описывается в наиболее общем случае, сетевым графиком Γ_m, $\Gamma_m=(U_m, V_m)$. Здесь U_m есть множество вершин графа Γ_m, а V_m есть множество направленных дуг графа — $V_m=\{(ij)\}_m$. Причем граф раскрашен, т. е. индексация вершин произведена с учетом порядка предшествования, заданного V_m.

В терминах сетевого планирования каждая вершина j суть событие, заключающееся в выполнении всех операций (дуг) (ij), имеющих j конечной вершиной. Каждая операция $(ij)_m$ характеризуется параметрами: $\tau^-(ij)_m$ и $\tau^+(ij)_m$ — соответственно «оптимистическая» и «пессимистическая» оценки времени выполнения операции; $n(ij)_m$ — индекс аппарата, обслуживающего операцию. Более удобно задавать не временные, а объемные оценки операции — $Q^-(ij)_m$ и $Q^+(ij)_m$. Тогда

$$\tau^-(ij)_m=\frac{Q^-(ij)_m}{x_n}; \tag{1}$$

$$\tau^+(ij)_m=\frac{Q^+(ij)_m}{x_n}, \tag{2}$$

где x_n — мощность n-го аппарата.

Используя один из известных алгоритмов [1, 2, 3], построим календарный план выполнения набора заявок $G=\{\Gamma_1, \Gamma_2 ..., \Gamma_M\}$ с учетом моментов поступления заявок $t_m^{\text{н}}$. Для определенности считаем время выполнения операций $\tau(ij)_m$ рабным математическому ожиданию (например, для β - распределения τ).

Предположим, что использованный алгоритм достаточно эффективен и, следовательно, построенный календарный план $R=(A, \{t^{\text{н}}(ij)_m\})$ близок к оптимальному. План R составляют его структура A, т. е. последовательность выполнения операций, и множество моментов начала операций $t^{\text{н}}(ij)_m$, $(ij)_m \subset V_m$, $m=\overline{1,M}$.

В качестве меры эффективности плана будем использовать наиболее распространенную форму

$$F(R)=\max t_m^0 \to \min. \tag{3}$$

Предположим, что найден некоторый план R^*, оптимальный по критерию (3), однако он может не удовлетворять заданным ограничениям, например:

$$t_m^0 \leqslant t_m^{\text{од}}, \ m=\overline{1, M}, \tag{4}$$

где $t_m^{\text{од}}$ — директивный срок выполнения m-й заявки. Возникает задача определения причин, не позвволяющих выполнить указанные условия, иначе говоря, задача анализа плана и отыскания в нем «узких» мест. Введем необходимые определения.

Определение 1. Путем L календарного плана R будем считать такую последовательность операций $(ij)_m^n$, $m=\overline{1, M}$; $n=\overline{1, N}$, чтобы каждая смежная пара операции в пути удовлетворяла одному из двух либо обоим вместе условиям:

а) операции $(ij)_m$ и $(jl)_m$ принадлежат одной заявке и одна из операций по структуре Γ_m непосредственно предшествует другой, а моменты окончания первой операции и начала второй совпадают:

$$t^0(ij)_m=t^{\text{н}}(jl)_m; \tag{4'}$$

б) предыдущая в пути операция $(i_1 j_1)_{m_1}^n$ предшествует согласно принятой дисциплине обслуживания P операции $(i_2 j_2)_{m_2}^n$, т. е.

$$t^0(i_1 j_1)_{m_1}^n=t^{\text{н}}(i_2 j_2)_{m_2}^n, \ m_1 \neq m_2 \tag{5}$$

и

$$t^{\text{н}}(i_2 j_2)_{m_2}^n > t(i_2)_{m_2}, \tag{6}$$

где $t(i_2)_{m_2}$ — момент свершения события i_2 в m_2-й заявке.

Если при выполнении условия (5) вместо неравенства (6) имеем равенство

$$t^{\text{н}}(i_2 j_2)_{m_2}^n=t(i_2)_{m_2}, \tag{7}$$

вершина $(i_2)_{m_2}$ является точкой разветвления путей в календарном плане. В качестве элементарного пути будем считать последовательность операций, удовлетворяющих определению 1, включающую одну начальную и одну конечную операцию и отличающуюся от остальных путей хотя бы одним элементом (операцией). Если для какого-либо узла (вершины) плана выполняются одновременно условия а) и б) либо два или более раз условие а), происходит разветвление пути L, подходящего к данному узлу, на два или более путей. Следует заметить, что началом пути считается операция, являющаяся последней на одном из аппаратов. Построение и анализ путей производится от конечных операций плана.

На рис. 1 показан заключительный фрагмент календарного плана выполнения четырех заявок $m_1, \ldots, m_4$ на трех аппаратах n_1, n_2, n_3. Вершины графов $\Gamma_{m_1}, \ldots, \Gamma_{m_4}$ обозначены соответственно индексами i, j, l и p с порядковыми номерами. Выделено два пути — L_1 и L_2, сливающиеся в один L в точке (n_1, j_5, i_2). В точке $(n_2; j_3)$ путь L в силу одновременного выполнения условий а) и б) разветвляется на два пути — L' и L''.

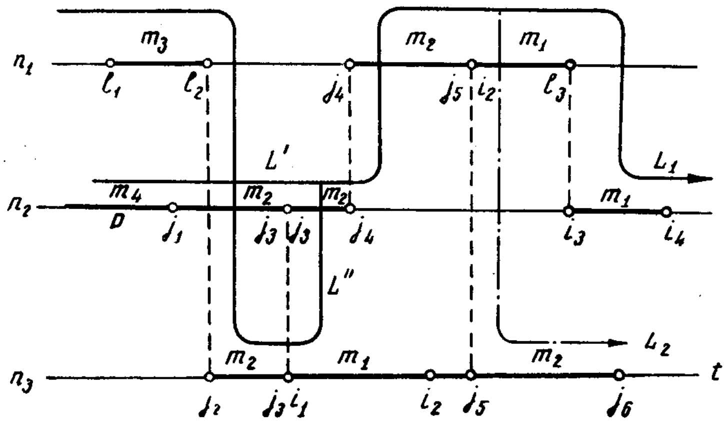

Рис. 1.

Таким образом, семейство путей в календарном плане $\{L\}$ можно представить в виде дерева с корнями, стволом и ветвями. Корни дерева либо нескольких деревьев образуют конечные операции комплекса G, на котором построен план, а ветви образуются в результате разветвления при движении к начальным операциям плана.

Если временные оценки операций $\tau(ij)^n_m$ заданы в общем случае дробными числами, вероятность разветвления путей весьма мала. Однако на практике довольно часто $\tau(ij)^n_m$ задаются целыми числами и ветвление путей становится возможным. При анализе календарного плана наибольший интерес представляет путь, влияющий на завершение всего комплекса операций G. Для этого введем.

Определение 2. Лимитирующим путем календарного плана R будем называть путь L^*, конечная операция которого $[(ij)^n]^*$ имеет

$$t^0[(ij)^n_m]^* = \max_R t^0(ij)^n_m. \tag{8}$$

Из определений 1 и 2 вытекает алгоритм построения лимитирующего пути L^* в плане R:

1^0. Находится операция $[(ij)^n_m]^*$, удовлетворяющая (8).

2^0. Текущее время t определяется как

$$t = t^{\text{н}}[(ij)^n_m]^*. \tag{9}$$

3^0. Из плана $R = \{t^{\text{н}}(ij)^n_m;\ t^{\text{с}}(ij)^n_m\}$ выбираются операции $(ij)^n_m$, для которых

$$t^0(ij)^n_m = t,$$

и выполняются условия а) или б).

Данные операции образуют подмножество последующих операций $\{(ij)\}_c$.

4^0. Если $\{(ij)\}_c v \neq \varnothing$, выбираем операцию $[(ij^n_m]^* \subset \{(ij)\}_c$, которой соответствует (для определенности)

$$t^н[(ij)^n_m]^* = \max_{\Omega_c} t^н(ij)^n_m, \tag{10}$$

где

$$\Omega_c \equiv (ij)^n_m \subset \{(tj)\}_c.$$

Выбранная операция $[(ij)^n_m]^*$ включается в лимитирующий путь Z^*, а оставшиеся в $\{(ij)\}_c$ операции переписываются в подмножество «ветвящихся» операций $\{(ij)\}_p$, после чего начинается следующий цикл формирования L^* (переход к 2^0).

5^0. Если $\{(ij)\}_p = \varnothing$ — переход к 6^0, в противном случае выбирается $[(ij)^n_m]^*$:

$$t^0[(ij)^n_m]^* = \max_{\Omega_p} t^0(ij)^n_m, \tag{11}$$

данная операция включается в L^* и начинается формирование новой ветви Z^* (переход к 2^0).

6^0. Дерево лимитирующего пути L^* построено; формирование и выдача результатов на печать.

Найденный лимитирующий путь календарного плана позволяет произвести его анализ с целью выявления как наиболее загруженных аппаратов, так и наиболее напряженных операций. Рассмотрим задачу перераспределения мощностей (пропускных способностей) между аппаратами обслуживания системы с использованием введенного понятия лимитирующего пути.

Требуется распределить ограниченные однородные ресурсы (например, людей, оборудование, финансы, время и т. п.) между N аппаратами системы с тем, чтобы минимизировать время выполнения всего комплекса операций $F(R)$ при условиях вида

$$\sum_{n=1}^{N} x_n = S, \tag{12}$$

$$x_n \geqslant 0, \quad n = \overline{1, N}. \tag{13}$$

Очевидно, что аппараты, на которые выпадает большое число операций лимитирующего пути, являются при данном календарном плане наиболее загруженными. Представляется возможным организовать на основе анализа календарного плана и выделения в нем лимитирующего пути итеративную процедуру распределения ресурсов по аппаратам.

Время загрузки n-го аппарата β_n как относительное суммарное время выполнения данным аппаратом операций, принадлежащих лимитирующему пути:

$$\beta_n = \frac{1}{t^0_G} \sum_{(ij)^n_m \subset L^*} \tau(ij)^n_m, \quad n = \overline{1, N}. \tag{14}$$

Тогда адаптивный алгоритм оптимизации x^*_n, $n = \overline{1, N}$, запишется как

$$\tilde{x}^{(s+1)}_n = x^s_n + \gamma_{ns}(\beta^s_n - \overline{\beta}^s)\, x^s_n.$$

Здесь

$$\overline{\beta}^s = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \beta^s_n;$$

γ_{ns}— элемент матрицы $\|\gamma\|$, которую, в первом приближении, целесообразно взять единичной диагональной.

Учет условия (12) производится формулой

$$x_n^s = \frac{\tilde{x}_n^s}{\sum_{n=1}^{N} \tilde{x}_n^s}. \tag{16}$$

Окончание поиска определяется обычными методами [4].

Экспериментальное исследование предложенного алгоритма на ЭЦВМ показало его достаточно быструю монотонную сходимость. Оптимизация параметров x_n, проведенная на математической модели реальной научно-исследовательской организации, позволила на 7% сократить продолжительность выполнения запланированных работ.

Описанный выше алгоритм вычисления лимитирующего пути является эффективным инструментом анализа календарных планов с целью осуществления управления каким-либо производственным процессом. Ниже рассматриваются некоторые вопросы использования этого алгоритма при управлении процессом подготовки нового производства. Как уже отмечалось, основу математического обеспечения подсистемы подготовки нового производства составляет математическая модель процесса, позволяющая получить оптимальный календарный план выполнения всего комплекса. Такой календарный план устанавливает последовательность выполнения операций, описываемую вектором $\vec{A}^*$, а также оптимальные значения длительности обслуживания операций, определенные вектором $\vec{t}^*$.

Управление процессом подготовки нового производства на основе оптимального календарного плана заключается в формировании управляющих воздействий с целью ликвидации отклонения реального хода процесса от запланированного. Одним из таких управляющих воздействий [5] является интенсификация выполнения отдельных операций внутри подразделений. При использовании указанного управляющего воздействия целесообразно определить ряд первоочередных подразделений, интенсификация деятельности которых по сравнению с остальными приводит к более существенному сокращению сроков подготовки нового производства. В качестве таких первоочередных подразделений предлагается рассматривать подразделения, для которых P — вероятность срыва плана по их вине—имеет максимальное значение. Ниже приводится алгоритм, позволяющий вычислить указанную вероятность. Основу алгоритма вычисления P составляет следующий машинный эксперимент.

1. С помощью модели процесса подготовки нового производства при фиксированном значении вектора последовательности $\vec{A}^*$ формируется K планов $[\vec{A}^*, \vec{t}^{\nu}]$, $\nu = \overline{1, K}$, срок окончания (t^0) которых больше t^{0*}.

2. Для этих планов определяются лимитирующие пути L_{ν}^*.

3. По каждому ν-му плану формируется $\{s\}_n^{\nu}$ — множество операций, обслуживаемых n-м аппаратом и лежащих на лимитирующем пути. Для каждой операции множества $\{s\}_n^{\nu}$ вычисляется величина a_n^{ν} — разность оптимального значения времени выполнения этой операции, определяемого вектором $\vec{t}^*$, и значения времени, определяемого векто-

ром $\vec{t}^{\nu}$. Затем осуществляется суммирование значений a_n^{ν} по всем операциям множества $\{s\}_n^{\nu}$, т. е. $\sum\limits_{\{s\}_n^{\nu}} a_n^{\nu}$.

4. Вычисляется p_n — число планов, для которых $\sum\limits_{\{s\}_n^{\nu}} a_n^{\nu} < 0$ и величина P определяется как отношение r_n к числу сформированных планов K.

Необходимо отметить некоторые особенности алгоритма, позволяющие существенно упростить процедуру вычислений. Как отмечалось выше, формирование планов осуществляется при фиксированном векторе $\vec{A}^*$. В связи с этим соответствующие пути L всех календарных планов не различаются между собой в смысле вида и последовательности операций, из которых они состоят. Эти пути различаются только по длительности операций. При этом лимитирующим путем L^* является тот, для которого сумма значений времени выполнения всех операций максимальная. Следовательно, нет необходимости при каждой очередной реализации формировать план $[\vec{A}^*, \vec{t}^*]$ и для него вычислять лимитирующий путь. Целесообразно для плана $[\vec{A}^*, \vec{t}^*]$ определить все пути L; затем вычислить длину каждого пути в ν-м плане выборки $[\vec{A}^*, \vec{t}^{\nu}]$, $\nu = \overline{1, K}$, как сумму времени выполнения соответствующих операций (значение этого времени является реализацией случайного вектора $\vec{t}^{\nu}$); и, наконец, определить лимитирующий путь L^* как максимальный по длине.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Шкурба и др. Задачи и методы календарного планирования. Киев, «Наукова думка», 1966.

2. Д. И. Голенко, Ю. Я. Тарнопольский. Оптимизация календарных планов методами направленного поиска. «Кибернетика», 1970, № 6.

3. Л. В. Кочнев Оптимизация системы приоритетов в задачах расписания. Сб.: «Кибернетика и вуз», вып. 3, Томск, 1970.

4. Я. З. Цыпкин. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., «Наука», 1968.

5. А. И. Гудзенко, Л. В. Перфильев. Управление процессом подготовки нового производства. Изв. ТПИ (настоящий сборник).