ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. С. М. КИРОВА

Том 277 1977

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА МЕТОДА СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА С АДАПТИРУЮЩИМСЯ ШАГОМ

Н. Ф. ФИЛИПЕНКО

(Представлена научным семинаром лаборатории вычислительной техники и автоматизации НИИ ЯФ ЭА)

Задача поиска минимума функции $F(X)$ формулируется следующим образом: найти вектор $X^* = (x_1^*, x_2^* \ldots x_n^*)$, доставляющий $\min\limits_{X \in D} F(X) = F(X^*)$, где D — область ограничений на переменные в виде $f_j(X) \geqslant 0$, $\overline{j=1,m}$. Случай поиска максимума $F(X)$ сводится заменой $R(X) = -F(X)$ к задаче поиска минимума $R(X)$.

Алгоритм метода

Метод случайного поиска был впервые предложен и разработан Л. А. Растригиным [1]. Алгоритм метода можно записать в виде следующего рекуррентного выражения:

$$X^{k+1} = X^k + \Delta X^{k+1};\ \Delta X^{k+1} = \begin{cases} S \cdot \xi, & \text{если } F(X^k) < F(X^{k-1}); \\ S \cdot \xi - \Delta X^k, & \text{если } F(X^k) \geqslant F(X^{k-1}). \end{cases}$$

Здесь S — длина рабочего шага в пространстве переменных;

ξ — очередная реализация случайного вектора, равномерно распределенного по гиперкубу с единичным ребром с центром в начале координат.

Метод шагового случайного поиска минимума функции был запрограммирован по схеме с адаптирующимся шагом из [3]. Коротко суть предлагаемой в [3] модификации состоит в следующем.

Пробные шаги из базовой точки осуществляются парами (делаются шаги длиной S и $S \cdot (1+a)$, $a > 0$. Если после M_1 шагов не происходит уменьшения функции цели $F(X)$, то шаг поиска уменьшается в K_1 раз. Если при некоторой величине шага значение функции уменьшается, то эта величина шага запоминается в качестве номинального. Через M_2 вычислений функции осуществляется «длинный шаг», в K_2 раз больше номинального. Если эта попытка удачна, то выбирается новое, большее значение номинального шага, если нет — шаг остается прежним.

Подробнее с алгоритмом метода и результатами сравнения данного метода с другими можно ознакомиться в [2].

Описание программы

Программа составлена для ЭВМ М-20, БЭСМ-4, М-220. Программа использует константы ИС-2; барабаны и ленты не использует. Рабочие ячейки 0001÷0003; длина СП и рабочих полей равна max $\{0256, 0242+2n\}$. Таким образом, при $n>6$ длина СП вместе с рабочими полями равна $0242+2n$ ячеек. При $n\leqslant 6$ длина СП равна 0256.

Программа СПАД настраивается по любому месту МОЗУ. Это значит, что предварительно СП может быть записана, начиная с любой ячейки α МОЗУ, например, по команде: C $010\,\alpha$, $C+1{,}0000|$, хранящейся в ячейке C. Настройка по месту (с ячейки α) производится после первого обращения к СП автоматически.

Обращение к программе осуществляется следующими двумя строками:

$$\begin{array}{r|lllll|}
\varkappa+0 & 0 & 16 & \varkappa+1 & \alpha & 7610 \\
\varkappa+1 & \pi_1\pi_2\pi_3 & n & X^0 & F & <\varepsilon>
\end{array}.$$

Здесь α — ячейка, с которой расположена в МОЗУ программа,

$\alpha+1$ — ячейка, в которую программист должен засылать вычисленное значение $F(X)$.

Прежде чем вычислить значение $F(X)$, необходимо проверить справедливость неравенства $f_j(X)\geqslant 0$, $j=1,m$. Если хотя бы одно из неравенств не выполняется, то следует передать управление в ячейку $(F-1)$ с засылкой любого не нулевого кода в ячейку $(\alpha+2)$. (Следует помнить, что нельзя до обращения к программе засылать что-либо в ячейки $\alpha+1$ и $\alpha+2$). F — ячейка входа в программу вычисления $F(X)$; $F-1$ — ячейка выхода из программы вычисления $F(X)$ (должна быть свободной). Таким образом, после вычисления значения $F(X)$ и проверки ограничений $f_j(X)$ программист должен заслать в ячейку $(\alpha+1)$ значение $F(X)$ и передать управление в ячейку $(F-1)$; n — размерность вектора переменных X (задается в восьмеричном виде); X^0 — ячейка, начиная с которой расположены компоненты вектора (начальная точка поиска). Причем вектор X должен удовлетворять условиям $f_j(X)\geqslant 0$; $j=\overline{1,\ m}$; $<\varepsilon>$ — ячейка, содержащая требуемую погрешность для проверки условия окончания процесса минимизации $F(X)$. Компоненты X^0 и α — суть нормализованные восьмеричные числа.

Предусмотрены следующие режимы использования признаков для различных критериев окончания процесса минимизации:

а) если $\pi_2=1$, то критерий $\varepsilon-F(X^k)>0$;

б) если $\pi_3=1$, то критерий $\varepsilon-\|X^k-X^{k-1}\|>0$;

в) если $\pi_1=\pi_2=\pi_3=0$, то критерий $\varepsilon-|F(X^k)-F(X^{k-1})|>0$;

г) если $\pi_1=1$, то критерий остановки задает программист (например, по числу вычислений $F(X)$).

В случае г) ячейка $<\varepsilon>$ является ячейкой входа в блок проверки выполнения критерия в основной программе (ОП) программиста. Если критерий не выполнился и минимизация будет продолжена, программисту нужно передать управление в ячейку $(\varepsilon-1)$ (которая должна быть свободной). Если критерий выполнился, то при желании программист может передать управление в ячейку $(\alpha+0153)$ программы СПАД, где проводятся следующие заключительные действия. Пересылка вектора $X_{\min}$ (некоторого приближения к точке X^*) на поле X_0, $F(X_{\min})=>\alpha+1$, восстановление RA основной программы и возврат в ячейку $(\varkappa+2)$ ОП.

При выполнении критериев а)$\div$в) заключительные действия выполняются автоматически.

Рабочие поля программы

$\alpha+0242\div\alpha+0241+n$ — компоненты вектора $X_{\min}$ (минимальная точка на данном этапе поиска); $\alpha+0242+n\div\alpha+0241+2n$ — компоненты вектора $X^k_{\min}$ (минимальная, полученная в результате одной итерации); $X^0\div X^0+n-1$ — компоненты вектора текущей точки.

Параметры метода

Таблица I

№ Ячейки	Обозначение	Значение в программе
$\alpha+0214$	$(1+a)$	1,5
$\alpha+0215$	S	1,0
$\alpha+0216$	K_1	0,5
$\alpha+0217$	M_1	6,0
$\alpha+0220$	K_2	10,0
$\alpha+0221$	M_2	6,0
$\alpha+0222$	ΔS	10^{-5}

Назначение параметров метода (кроме ΔS) описано в алгоритме метода. Все параметры задаются нормализованными восьмеричными числами.

В зависимости от значения ΔS программа СПАД работает в двух режимах: если $\Delta S > S$, то шаг в методе делается с нормировкой по переменным (т. е. длина шага по каждой переменной зависит от абсолютного значения этой переменной,— чем больше значение переменной, тем больше по ней шаг), если $\Delta S > S$, то нормировка не производится. Таким образом, при больших ΔS нормировка не будет, а при $\Delta S=0$ нормировка шага будет делаться всегда.

Для того чтобы изменить некоторый параметр, достаточно после ввода программы СПАД занести его в соответствующую ячейку в восьмеричном нормализованном виде (перед первым обращением к СПАД из ОП).

Возможные авосты, зацикливание и некоторые рекомендации

Программа случайного поиска может зациклить, если будет найден минимум $F(X)$, а критерий окончания минимизации не выполнен (найден локальный минимум, либо неправильно задано ε). Следует также отметить, что критерий окончания минимизации проверяется только после уменьшения функции цели. Зацикливание может произойти при значении $\Delta S=0$, если какая-либо из переменных будет равна нулю, так как в этом случае шаг по этой переменной будет равен нулю.

За зацикливанием можно следить по ячейке ($\alpha+0232$), где находится шаг метода. При зацикливании шаг превращается в нуль.

Авост возможен в ячейке ($\alpha+0074$) по команде 04, в случае, если все компоненты вектора X равны нулю.

За процессом минимизации можно следить по ячейке ($\alpha+0231$), где находятся $F(X_{\min})$ текущее; в ячейке ($\alpha+0230$) находится значение $F(X^0)$; в ячейке ($\alpha+0233$) находится число вычислений $F(X)$.

Как видно из обращения к программе СПАД, число переменных n не может быть больше 63. В принципе же размерность вектора X может быть больше 63. Для этого достаточно в ячейку (α+0007) ввести команду (00; $<n>$,—,2223), где $<n>$ — номер ячейки, в которой по второму адресу должно находиться число переменных в восьмеричном виде.

Программа случайного поиска

2000	4	72	0000	7610	7521
2001	2	72	0000	7777	0000
2002	7	16	0003	0224	0000
2003	4	72	0000	7610	2157
2004	4	55	0000	7740	2223
2005	4	55	0000	7732	2224
2006	4	55	0000	7731	2225
2007	0	67	2223	0000	2223
2010	0	14	0114	2225	2225
2011	4	55	0000	7734	2226
2012	0	67	2226	0000	0003
2013	0	14	0114	2223	0001
2014	0	67	0001	0000	0002
2015	0	13	2042	2225	2151
2016	4	55	0000	7712	2241
2017	0	76	2201	2025	2150
2020	4	55	0000	7711	0000
2021	0	76	2203	2025	2150
2022	4	55	0000	7714	0000
2023	0	36	2202	2025	2150
2024	0	00	2204	0000	2150
2025	4	16	0001	2026	2160
2026	0	53	0001	7750	2237
2027	0	01	2237	0000	2237
2030	0	13	2205	2226	2045
2031	0	13	2206	0002	2046
2032	0	13	2207	0003	2076
2034	0	00	2045	0000	2141
2035	0	13	2210	0001	2154
2033	0	13	2045	0002	2111
2036	0	13	2154	0003	2154
2037	0	13	2206	0001	2162
2040	0	13	2211	2223	2171
2041	0	00	0000	0000	2226
2042	0	02	0001	0000	0000
2043	0	00	2215	0000	2232
2044	0	72	0000	2223	2233
2045	0	00	0000	0000	0000
2046	0	00	0000	0000	0000
2047	1	32	0002	2045	7777
2050	0	72	0000	2224	2234
2051	3	16	2052	0000	7777
2052	0	00	2001	0000	2230
2053	0	00	2001	0000	2231

2056	0	02	2222	2235	0000
2057	0	36	0000	2061	2073
2060	0	16	2076	2065	2073
2061	0	72	0000	2223	0002
2062	4	03	2241	0000	0001
2063	0	01	0001	0002	0002
2064	1	32	0002	2062	7777
2065	0	72	0000	2223	2236
2066	0	13	2212	2213	2212
2067	0	15	2212	2213	2213
2070	0	06	0101	2212	0001
2071	0	02	7761	0001	0001
2072	0	05	2235	0001	0001
2073	0	00	0000	0000	0000
2074	4	04	2241	0002	0003
2075	0	05	0001	0003	0001
2076	0	00	0000	0000	0000
2077	1	32	0002	2066	7777
2100	0	72	0000	2224	0000
2101	3	16	2102	0000	7777
2102	0	01	2233	7761	2233
2103	0	00	0000	0000	0000
2104	0	15	0000	2002	0000
2105	0	76	0000	2116	2002
2106	0	02	2001	2231	0000
2107	0	76	0000	2116	0000
2110	0	72	0000	2223	2241
2111	0	00	0000	0000	0000
2112	1	32	0002	2111	7777
2113	0	00	2235	0000	2232
2114	0	00	0000	0000	2226
2115	0	00	2001	0000	2231
2116	0	05	2232	2214	2235
2117	0	02	0000	2240	2240
2120	0	36	0000	2056	0000
2121	0	55	2241	7740	0000
2122	0	76	0000	2150	2241
2123	0	01	2226	7761	2226
2124	0	02	2226	2217	0000
2125	0	36	0000	2130	0000
2126	0	05	2232	2216	2232
2127	0	00	0000	0000	2226
2130	0	02	2227	2221	0000

2054	0	00	7761	0000	2240
2055	0	00	2232	0000	2235
2133	0	16	2134	2056	2103
2134	0	15	0000	2002	0000
2135	0	76	0000	2137	2002
2136	0	02	2001	2231	0000
2137	0	76	0000	2146	2227
2140	0	72	0000	2223	0000
2141	0	00	0000	0000	0000
2142	1	32	0002	2141	7777
2143	0	01	2234	7761	2234
2144	0	00	2001	0000	2231
2145	0	00	2235	0000	2232
2146	0	01	2227	7761	2227
2147	0	56	0000	2055	2103
2150	0	00	0000	0000	0000
2151	0	00	0000	0000	0000

2152	0	76	0000	2161	0000
2153	0	72	0000	2223	0000
2154	0	00	0000	0000	0000
2155	1	32	0002	2154	7777
2156	0	00	2231	0000	2001
2157	0	00	0000	0000	0000
2160	0	00	0000	0000	0000
2161	0	72	0000	2223	0000
2162	0	00	0000	0000	0000

2163	1	32	0002	2162	7777
2164	0	56	0000	2130	0000
2165	0	02	2236	2231	0001
2166	0	03	0001	0000	0001
2167	0	56	2231	2151	2236
2170	0	72	0000	2223	0001
2171	0	00	0000	0000	0000
2172	0	03	0002	0000	0002
2173	0	01	0001	0002	0001

2174	1	32	0002	2171	7777
2175	0	04	0001	2237	0001
2176	0	56	0000	2151	0000
2177	0	72	0000	2225	0000
2200	3	16	2161	0000	7777
2201	0	00	2231	0000	0001
2202	0	56	0000	2165	0000
2203	0	56	0000	2170	0000
2204	0	56	0000	2177	0000

2131	0	36	0000	2146	0000
2132	0	05	2232	2220	2235
2205	5	00	7777	0000	2241
2206	5	00	2241	0000	2241
2207	5	01	2241	0000	7777
2210	5	00	2241	0000	7777
2211	6	02	2241	2241	0002
2212	1	00	6220	7732	5042
2213	0	00	5006	2307	7730
2214	1	01	6000	0000	0000
2215	1	01	4000	0000	0000
2216	1	00	4000	0000	0000
2217	1	03	6000	0000	0000
2220	1	04	5000	0000	0000
2221	1	03	6000	0000	0000
2222	0	60	4000	0000	0000

2223	0	00	0243	0000	0000
2224	7	52	0000	0000	0224
2225	7	13	0234	0224	0234
2226	3	14	0064	0224	0225
2227	7	13	0234	0225	0234
2230	3	54	0114	0224	0225
2231	5	62	0225	7716	0226
2232	7	52	0211	0000	0150
2233	2	13	0000	0000	0001
2234	4	72	0001	0224	0232
2235	1	00	0001	0000	0227
2236	5	33	0227	7716	0230
2237	3	36	0000	0243	0002
2240	6	33	0230	0223	0000
2241	2	76	0000	0243	0000
2242	2	41	0001	0226	0001
2243	3	14	0064	0226	0226
2244	3	14	0114	0227	0227
2245	2	76	0000	0236	0000
2246	7	72	0000	0232	0250
2247	3	53	0001	7777	7777
2250	0	00	0000	0000	0000
2251	6	33	0150	0232	0000

2252	3	76	0000	0231	0001
2253	7	16	0000	0254	0255
2254	0	72	0000	7521	0000
2255	0	00	0000	0000	0000
	0	34	6514	3254	6230

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Растригин. Статистические методы поиска. М., «Наука», 1968.

2. В. В. Захаров, Н. М. Филипенко. Сравнение случайного поиска со схемой спуска на тестовых функциях. «Автоматика и вычислительная техника», 1972, № 1.

3. M. Schumer, K. Steiglitz. Adaptive step size random search. IEEE Trans. Automat. Control, v. 13, № 3, 1968.