ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. С. М. КИРОВА

Том 279 1974

БЕТАТРОН С АЗИМУТАЛЬНОЙ ВАРИАЦИЕЙ УПРАВЛЯЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. А. ЗВОНЦОВ, В. Л. ЧАХЛОВ, А. А. ФИЛИМОНОВ

(Представлена научно-исследовательским институтом ядерной физики, электроники и автоматики)

1. Особенности бетатронного режима ускорения в управляющих полях с азимутальной вариацией

В настоящее время в бетатронах на малые и средние энергии применяются переменные во времени и однородные по азимуту управляющие магнитные поля, обладающие, как известно [1], относительно слабыми фокусирующими свойствами.

Повышение фокусирующих свойств управляющих полей возможно только путем отказа от азимутальной однородности управляющего поля [1], то есть формированием в области рабочего зазора пространственно-периодических управляющих полей.

Рассмотрим особенности бетатронного управляющего поля с пространственной (азимутальной) вариацией, как наиболее просто формируемого в ускорителях с относительно малыми габаритами.

Управляющее поле в области рабочего зазора бетатрона зададим в медианной плоскости одной компонентой с учетом основной гармоники:

$$H_z(r, \theta)=H_{zo}\left(\frac{<r_0>}{r}\right)^{<n>}\{1+f(r)\sin[\beta(r)-N\theta]\}. \qquad (1)$$

где

$<n>$ — усредненное по азимуту значение показателя поля на усредненной равновесной орбите,

$$<n>=-\frac{rdH_{zo}}{H_{zo}dr},$$

$f(r)$ — глубина вариации поля;

N — число элементов периодичности;

$\beta(r)$ — фаза основной гармоники поля;

H_{zo} — усредненное по азимуту поле на усредненном радиусе равновесной орбиты r_0.

Постоянные во времени управляющие магнитные поля подобного типа обычно применяются в изохронных циклотронах [1], следовательно, вся разработанная теория движения частиц оказывается справедливой и для бетатронов с таким управляющим полем.

Остановимся на некоторых особенностях бетатрона с азимутальной вариацией управляющего поля.

Равновесная орбита находится методом итерации и в первом приближении с учетом только основной гармоники описывается следующим уравнением:

$$r_0(\theta)=<r_0>\left\{1+\frac{f(<r_0>)}{N^2}\sin\left[\beta(r)-N\theta\right]\right\}, \tag{2}$$

где

$<r_0>$ — усредненный по азимуту радиус равновесной орбиты, определяемый выражением

$$<r_0>=\frac{mvc}{e\cdot H_{zo}(r)}. \tag{3}$$

$\frac{<r_0>\cdot f(<r_0>)}{N^2}\sin[\beta(r)-N\theta]$ — определяет отклонение равновесной орбиты от усредненного значения.

Максимальное отклонение равновесной орбиты от ее усредненного значения, которое равно

$$a=\frac{<r_0>\cdot f(<r_0>)}{N^2}. \tag{4}$$

составляет для бетатронов на малые и средние энергии всего несколько процентов, так что практически равновесную орбиту можно считать окружностью. Так, например, для модели бетатрона с азимутальной вариацией управляющего поля на 6 *Мэв,* изготовленной в секторе переносных малогабаритных бетатронов НИИЯФЭА при ТПИ, a'' равно $\sim 0{,}2$ *мм* при $N=6$ и a равно $\sim 0{,}8$ *мм* при $N=3$.

Движение электронов около равновесной орбиты описывается уравнением Матье—Хилла;

$$Y''+[a_y+2g_y\cos 2\xi]\,Y=0. \quad Y\to x, z. \tag{5}$$

где x, z — малые отклонения от равновесной орбиты по r и z направлениям.

$$2\xi=\beta(r)-N\theta,$$

$$a_x=\frac{4}{N^2}\left[1-<n>-\frac{f^2\cdot(<r_0>\cdot\beta')^2}{2(N^2-1+<n>)}\right];$$

$$a_z=\frac{4}{N^2}\left[<n>+\frac{f^2(<r_0>\cdot\beta')^2}{2(N^2-1+>n>)}+\frac{f^2\cdot N^2}{2(N^2-1+<n>)}\right].$$

$$g_x=-\frac{2f}{N^2}\cdot(<r_0>\beta'); \quad g_z=\frac{2f}{N^2}\cdot(<r_0>\beta'). \tag{6}$$

Частоты бетатронных колебаний приближенно определяются следующим образом:

$$\nu_x^2\simeq 1-<n>;$$

$$\nu_z^2\simeq <n>+\frac{1}{2}f^2+f^2\,\mathrm{tg}^2\,\eta, \tag{7}$$

где η — угол между радиусом-вектором и касательной к боковой поверхности шиммы (гребня).

Выражение (7) показывает, что «градиентная» фокусировка является основной, так как в установках на малые и средние энергии с относительно малыми габаритами получить значительную глубину вариации при достаточно большом угле η практически невозможно (угол η должен быть близок к $\pi/2$, чтобы $\mathrm{tg}^2\eta > 100$), но принципиально возможно применять управляющее поле, возрастающее по радиусу ($<n> < 0$).

В бетатронах с переменным во времени управляющим полем изменяющийся внутри орбиты магнитный поток подбирается таким образом, чтобы радиус орбиты оставался в процессе ускорения приблизительно постоянным [1], для чего необходимо в процессе ускорения выполнять так называемое бетатронное соотношение, равное 2 : 1 для бетатронов с азимутально-однородным управляющим полем.

Для бетатронов с пространственной вариацией управляющего поля это соотношение отлично от 2 : 1:

$$\frac{\overline{H}_z(t)}{<H_z>(t)} \simeq \frac{2}{1} \cdot \frac{\left[1+\frac{kf^2}{4N^2}\right]^2}{1+\frac{2f}{N^2}}, \qquad (8)$$

где

$\overline{H}_z(t)$ — поле, усредненное по площади S, охватываемой орбитой;

$<H_z>(t)$ — поле, усредненное по периметру Π орбиты, $k=2\div5$.

Таким образом, степень отличия бетатронного отношения зависит от глубины вариации поля f и числа элементов периодичности N, но степень этого отличия настолько мала, что для бетатронов на малые и средние энергии это отношение можно считать практически равным 2 : 1, так как отклонение равновесной орбиты от окружности мало, а значения f редко превышают $0{,}25\div0{,}35$.

В бетатроне с симметричным управляющим полем ускоряемый пучок обычно имеет форму эллипса, размер полуосей которого зависит от отношения ν_x к ν_z и форма эллипса в идеальном случае не меняется по азимуту.

В бетатроне с азимутальной вариацией поведение пучка можно исследовать с помощью метода огибающих [2]. В линейном приближении, не учитывая периодическую модуляцию фазы бетатронных колебаний и нормируя линейно-независимые решения уравнения (5) так, чтобы их вронскиниан равнялся единице, можно получить приближенные выражения для огибающих [3] (без учета пространственного заряда пучка):

$$Q_y = \frac{1}{\sqrt{\nu_y}} \cdot \{1 - g_y M(\mu_y)\cos[\beta(r) - N\theta]\}; \qquad (9)$$

где

$$M(\mu_y) = \frac{1}{(2+\mu)^2 - a_y} + \frac{1}{(-2+\mu)^2 - a_y};$$

$$\mu_y = \frac{2}{N}\nu_y;$$

a_y и g_y — коэффициенты уравнения Матье (5).

В (9) величина $\frac{1}{\sqrt{\nu_y}}$ определяет усредненный по азимуту размер пучка, а модуляция пучка, обусловленная периодической структурой управляющего поля, определяется следующей величиной:

$$\frac{g_y \cdot M(\mu_y)}{\sqrt{\nu_y}} \cos\left[\beta(r) - N\theta\right]. \tag{10}$$

С учетом только «градиентной» фокусировки и при $\beta(r) = 0$ можно получить следующие выражения:

$$M(\mu_x) \simeq \frac{1}{2\left[1 - \frac{4(1 - \langle n \rangle)}{N^2}\right]};$$

$$M(\mu_z) \simeq \frac{1}{2\left(1 - \frac{4\langle n \rangle}{N^2}\right)}; \tag{11}$$

$$Q_x = \frac{1}{\sqrt[4]{1 - \langle n \rangle}} \cdot \left[1 + \frac{f^2}{N^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4(1 - \langle n \rangle)}{N^2}} \cdot \cos N\theta\right];$$

$$Q_z = \frac{1}{\sqrt[4]{\langle n \rangle}} \left[1 - \frac{f^2}{N^2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{4\langle n \rangle}{N^2}\right)} \cos N\theta\right]. \tag{12}$$

Тогда отношение максимального значения огибающей к ее среднему значению определит степень «модуляции» пучка:

$$\Gamma = \frac{Q_{\max}(\theta)}{\bar{Q}}. \tag{13}$$

где Γ — форм-фактор огибающей.

Следовательно, из (12) и (13) получим

$$\Gamma_x = 1 + \frac{f}{N^2} \cdot \frac{1}{\left[1 - \frac{4(1 - \langle n \rangle)}{N^2}\right]} \simeq 1 + \frac{f}{N^2}; \tag{14}$$

$$\Gamma_z = 1 + \frac{f}{N^2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{4\langle n \rangle}{N^2}\right)} \simeq 1 + \frac{f}{N^2}.$$

Таким образом, модуляция пучка составляет всего несколько процентов, а полное число ускоряемых электронов в равновесном пучке может быть определено следующим образом:

$$P = 2\pi^2 \langle r_0 \rangle (r_i - \langle r_0 \rangle)^2 \frac{\nu_x}{\nu_z} \cdot \rho_{\text{равн}}. \tag{15}$$

где

r_i — радиус установки инжектора;

$\rho_{равн}$ — равновесная плотность заряда, определяемая выражением

$$\rho_{равн}=\frac{m_0\cdot\omega_0^2(1-<n>)}{e\cdot 2\pi(1-\beta^2)^{3/2}}, \qquad (16)$$

где

ω_0 — круговая частота обращения;

β — релятивистский фактор.

Зная огибающие бетатронных колебаний и используя связь между огибающей и координатами вылета частицы из инжектора, можно определить изменение оптимального угла инжекции в зависимости от азимутального положения инжектора [1, 2].

Так как

$$\psi_{io}(\theta)=\frac{r_i-<r_0>}{<r_0>}\cdot\frac{\partial Q_x(\theta)/\partial\theta}{Q_x(\theta)}; \qquad (17)$$

а Q (θ) определена уравнениями (9) и (12), то получим

$$\psi_{io}(\theta)\simeq\frac{r_i-<r_0>}{<r_0>}\cdot\frac{f}{N}\sin[\beta(r)-N\theta]. \qquad (18)$$

Расчеты показывают, что для бетатронов с азимутальной вариацией управляющего поля изменение оптимального угла инжекции мало, и это изменение находится в пределах угловой расходимости инжектируемого пучка электронов, что практически обеспечивает захват электронов в ускорение при установке инжектора на любом азимуте. Последние рассуждения указывают также на геометрический смысл оптимального угла инжекции: направление оптимального впуска частиц в камеру ускорителя совпадает с направлением касательной к огибающей радиальных бетатронных колебаний (если инжектор расположен в медианной плоскости).

При анализе динамики движения электронов предполагалось, что управляющее поле постоянно во времени, хотя известно, что в азимутально-однородном управляющем поле значительное влияние на динамику оказывает фазовая неоднородность. Фазовая неоднородность во многом зависит от конструкции электромагнита бетатрона и при конструировании бетатронов с азимутально-однородным управляющим полем фазовую неоднородность стремятся по возможности уменьшить.

В бетатроне с пространственной вариацией управляющего поля азимутально-фазовая неоднородность может быть представлена в виде периодической составляющей с периодом, равным периодичности основной гармоники поля, которая присутствует даже в идеальном случае, на которую будет накладываться изменение фазовой неоднородности, обусловленной конструкцией электромагнита и технологией его изготовления.

Периодическая составляющая фазовой неоднородности не опасна, так как ее влияние обратно пропорционально квадрату числа элементов периодичности поля и сводится к незначительному временному изменению глубины вариации поля, а следовательно, и градиентов поля на различных азимутах.

Гораздо большую опасность представляет составляющая фазовой неоднородности, обусловленная конструкцией электромагнита, технологией его изготовления и монтажа, но допуски на эту составляющую не жестче допусков на азимутально-фазовую неоднородность азимутально-однородного управляющего поля.

2. Определение технико-экономических соотношений электромагнитов бетатронов с азимутальной вариацией управляющего поля

При разработке различных вариантов электромагнитов, обеспечивающих формирование управляющего поля с азимутальной вариацией, необходимо знать технико-экономические показатели таких электромагнитов, которые показывают какие факторы и в какой мере влияют на экономичность бетатронной установки [4, 5].

Те технико-экономические соотношения, которые применяются при сравнении различных вариантов бетатронов с азимутально-однородным управляющим полем [5], должны быть дополнены, так как в бетатронах с периодическим управляющим полем структура применяемого поля и методы его формирования накладывают свои особенности на экономичность установки.

Рассмотрим возможные пути сравнения электромагнитов бетатронов с различной структурой управляющего поля.

Одним из важных показателей, характеризующих электромагнит бетатрона, является реактивная энергия, запасаемая в его межполюсном пространстве, величина которой зависит от полного магнитного потока, циркулирующего в электромагните, и намагничивающей силы, необходимой для получения заданной напряженности управляющего поля в рабочем зазоре [4].

Полный поток, циркулирующий в электромагните, независимо от структуры управляющего поля, можно представить в виде 3-х его составляющих:

1. Магнитный поток, необходимый для ускорения электронов до заданной энергии.

2. Магнитный поток, необходимый для управления траекторией движения электронов.

3. Магнитный поток рассеяния.

Магнитный поток, необходимый для ускорения электронов до заданной энергии (его величина должна быть по возможности большей), заключен внутри орбиты (обычно «волнообразной» для ускорителей с азимутальной вариацией управляющего поля [1]), а так как бетатронное соотношение практически очень мало отличается от 2 : 1, то его величина определяется просто:

$$\Phi_{<r_0>} = 2\pi <r_0^2> B_{oz}, \tag{19}$$

где B_{oz} — усредненная по азимуту индукция управляющего поля на усредненном радиусе равновесной орбиты $<r_0>$.

Но так как

$$B_{oz} \approx \frac{W_к}{300 <r_0>}, \tag{20}$$

то

$$\Phi_{r0} \simeq \frac{2\pi \langle r_0 \rangle W_к}{300}, \tag{21}$$

где $W_к$ — конечная кинетическая энергия ускоренных электронов.

Таким образом, величина магнитного потока, необходимого для ускорения электронов до заданной энергии, определяется средними значениями радиуса равновесной орбиты и индукции и линейно зависит от конечной энергии ускоренных электронов. Поскольку при равных радиусах равновесных орбит сравниваемых вариантов величина этого потока, при заданной энергии ускоренных электронов, является стабильной величиной, то наиболее целесообразно производить сравнение всех вышеуказанных составляющих полного магнитного потока, отнесенного к величине магнитного потока, необходимого для целей ускорения, а линейная зависимость $\Phi_{\langle r_0 \rangle}$ от $W_к$ позволяет производить такое сравнение при различных энергиях ускоренных электронов.

Магнитный поток, необходимый для управления траекторией движения ускоряемого пучка электронов, можно представить в виде двух частей, одна из которых является составной частью потока, необходимого для ускорения, а вторая часть циркулируется в кольцевой области полюса между равновесной орбитой и наружным радиусом полюса ($r_н$), и так как эта часть не влияет на достижимую энергию ускоренных электронов, то она по возможности должна быть меньшей при условии получения заданных фокусирующих сил в заданной области. Следовательно, величина этой части потока зависит от типа управляющего поля и ширины кольцевой области между $r_н$ и r_0.

Магнитный поток рассеяния ($\Phi_{рас}$) распределен за границей полюса (за $r_н$) и вследствие того, что данный поток является дополнительной нагрузкой для ферромагнитного материала обратного магнитопровода, его величина, оказывая ощутимое влияние на габариты и вес обратного магнитопровода, должна быть по возможности меньшей. В значительной мере величина этого потока зависит от типа управляющего поля.

Таким образом, на основании всего вышеизложенного кроме коэффициента $\sigma_п$, равного [4, 6]

$$\sigma_п = \frac{\Phi_п}{\Phi_{r_н}}, \tag{22}$$

необходимо ввести следующие коэффициенты:

$$К_{r_н - r_0} = \frac{\Phi_{r_н}}{\Phi_{\langle r_0 \rangle}} = \frac{\Phi_{r0} + \Phi_{r_н - r_0}}{\Phi_{\langle r_0 \rangle}} = 1 + \frac{\Phi_{r_н - \langle r_0 \rangle}}{\Phi_{\langle r0 \rangle}}, \tag{23}$$

$$К_п = \frac{\Phi_п}{\Phi_{\langle r_0 \rangle}} = \frac{\Phi_{r_0} + \Phi_{r_н - r_0} + \Phi_{рас}}{\Phi_{r_0}} = К_{r_н - r_0} + \frac{\Phi_{рас}}{\Phi_{\langle r_0 \rangle}} = \sigma_п \cdot К_{r_н - \langle r_0 \rangle}, \tag{24}$$

где

$\Phi_п$ — полный магнитный поток;

$\Phi_{r_н}$ — магнитный поток в круге наружного радиуса полюсов при условии получения заданных фокусирующих сил в заданной области;

$\Phi_{r_н - \langle r_0 \rangle}$ — магнитный поток в кольцевой области между $\langle r_0 \rangle$ и $r_н$ при условии получения заданного распределения усредненного по азимуту показателя спадания и глубины вариации управляющего поля в этой области;

$k_п$ — коэффициент, учитывающий отношение полного потока к потоку, необходимому для ускорения электронов. Этим коэффициентом характеризуется степень использования магнитного потока. Обычно $k_п$ значительно больше 1. Чем меньше $k_п$ отличается от 1, тем «экономичнее» установка;

$k_{r_н - <r_0>}$ — коэффициент, учитывающий отношение магнитного потока в круге наружного радиуса полюсов к потоку, необходимому для ускорения электронов,

$k_{r_н - <r_0>}$ косвенным образом характеризует величину магнитного потока, который необходим для управления траекторией движения электронов.

Заметим, что теоретическое определение вышеуказанных коэффициентов связано со значительными трудностями ввиду сложной структуры поля. Гораздо проще определять эти коэффициенты экспериментально, для чего необходимо расположить витки на соответствующих радиусах и по величине э.д.с., наведенной в этих витках, определять величины коэффициентов.

Знание этих коэффициентов позволяет легко производить сравнение магнитных потоков (их «долю» в относительных единицах), циркулирующих в соответствующих областях, независимо от типа управляющего поля и геометрических параметров электромагнитов. Необходимо учитывать, что запасаемая реактивная энергия определяется и величиной намагничивающей силы $F_{но}$, которая зависит от структуры управляющего поля и вертикальной апертуры межполюсного зазора.

Поэтому отношение

$$\frac{F_{н.о.1}}{F_{н.о.2}} = \frac{\delta_{01}}{\delta_{02}} \cdot \frac{H_{0z1}}{H_{0z2}} = k_F, \tag{25}$$

где

δ_{01} и δ_{02} — величины межполюсного зазора на радиусах равновесных орбит;

H_{0z1} и H_{0z2} — средняя напряженность управляющего поля на этих радиусах определяет степень увеличения ампервитков для одного варианта электромагнита по сравнению с другим.

Для бетатрона с пространственной вариацией управляющего поля можно записать:

$$0{,}8\, H_{z\max}(<r_0>) \cdot \delta_0 = 0{,}8\, H_{0z} \cdot \overline{\delta_0}, \tag{26}$$

где $H_{z\max}$ $(<r_0>)$ — максимальное значение напряженности управляющего поля на $<r_0>$;

$\overline{\delta_0}$ — усредненная по азимуту расчетная длина магнитной силовой линии на $<r_0>$.

Но так как

$$H_{0z} = \frac{H_{z\max}(<r_0>)}{1 + f(<r_0>)}, \tag{27}$$

то

$$\overline{\delta_0} = \delta_0 [1 + f(<r_0>)], \tag{28}$$

где $f(<r_0>)$ — значение глубины вариации управляющего поля на равновесной орбите.

Глубина вариации легко определяется по известным параметрам полюсов (ширине и числу гребней, $<r_0>$, $r_н$, изменению δ по радиальной координате и радиусу центрального сердечника) [7].

Из (10) следует, что в случае равных межполюсных зазоров, в бетатроне с азимутальной вариацией эквивалентный (расчетный) воздушный зазор в $[1+f(<r_0>)]$ раз больше воздушного зазора бетатрона с азимутально-однородным управляющим полем, что приводит к соответствующему увеличению k_F.

Заметим, что в бетатроне с пространственной вариацией управляющего поля вертикально-фокусирующая сила, действующая на ту часть ускоряемого пучка электронов, которая находится на значительном удалении от медианной плоскости, больше, чем эта же сила, действующая в бетатроне с азимутально-однородным управляющим полем, вследствие того, что глубина вариации поля растет по вертикальной координате. Таким образом, межполюсный зазор на $<r_0>$ в бетатроне с пространственной вариацией управляющего поля может быть выбран меньше, чем в бетатроне с азимутально-однородным управляющим полем, и вследствие этого k_P может быть близок к единице.

Зная соотношения между полными магнитными потоками и намагничивающими силами сравниваемых вариантов, можно произвести сравнение и по величине запасаемой реактивной энергии:

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{\Phi_{п1}}{\Phi_{п2}}\cdot k_P; \tag{29}$$

В качестве примера в табл. 1 произведено сравнение нескольких вариантов электромагнитов бетатронов с азимутальной вариацией управляющего поля с электромагнитом серийно выпускаемого бетатрона типа ПМБ-6. Сравниваемые варианты имели равные радиусы равновесных орбит, равные радиусы центральных сердечников и равные наружные радиусы полюсов.

Из таблицы следует, что применение управляющих полей с азимутальной вариацией позволяет уменьшить поля рассеяния и снизить не

Таблица 1

Тип бетатрона	$W_к$ Мэв	$k_{rн-<r_0>}$	$\sigma_п$	$k_п$	k_Q	Примечания
Серийный ПМБ-6	6	1,45	1,37	2	1	$\delta_0=41$ *мм*
Лабораторный образец бетатрона с азимутальной вариацией управляющего поля	6,8	1,43	1,48	2,12	1,06	$N=4$ $\delta(r)=const$; $=44{,}5$ *мм*
Лабораторный образец бетатрона с азимутальной вариацией	6,5	1,42	1,34	1,9	0,975	$N=6$ $\delta(r)=var$; $\delta_0=41$ *мм*
Лабораторный образец бетатрона с пространственной вариацией	6,5	1,42	1,34	1,92	0,975	$N=6$ $\delta(<r_0>)=41$ *мм* $\delta(r_c)=34$ *мм* $\delta(r_н)=34$ *мм*

только полный магнитный поток, но и поток в кольцевой области между равновесной орбитой и наружным радиусом полюса при одновременном понижении запасаемой реактивной энергии. Из таблицы также видно, что значительное увеличение межполюсного зазора (с 41 до 44,5 *мм*) приводит к значительному возрастанию потоков рассеяния и, как следствие этого, к возрастанию полного потока и запасаемой реактивной энергии.

Подобные критерии могут применяться для оценки технико-экономических показателей бетатронов с управляющими полями другой структуры, но в случае применения на отдельных участках орбиты полей с обратным направлением, необходимо учитывать их абсолютные значения.

Заключение

Успешный запуск на излучение бетатрона с управляющим полем, подобным вышеописанному, позволяет надеяться, что применение управляющих полей с азимутальной вариацией откроет новые возможности дальнейшего усовершенствования индукционных ускорителей электронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. Государственное издательство физико-математической литературы. М., 1962.
2. А. М. Балдин, В. В. Михайлов, М. С. Рабинович. Метод огибающих для исследования свободных колебаний в ускорителях. Журнал экспериментальной и теоретической физики. Вып. 6, 12, 1956, стр. 993.
3. В. П. Дмитриевский, Т. М. Прилипко, В. С. Рыбалко. Влияние локальных неоднородностей магнитного поля на движение частиц в ускорителях с пространственной вариацией. Препринт ОИЯИ, Дубна, 1967, № Р-9-3434-1.
4. Л. М. Ананьев, А. А. Воробьев, В. И. Горбунов. Индукционный ускоритель электронов — бетатрон. Госатомиздат, 1961.
5. В. Л. Чахлов. Кандидатская диссертация. Томск, ТПИ, 1964.
6. М. Ф. Филиппов. Приближенное определение коэффициента рассеяния магнитного потока полюсов электромагнита бетатрона. Известия ТПИ, т. 87, Томск, изд-во ТГУ, 1957.
7. А. А. Звонцов, В. Л. Чахлов. Определение глубины вариации магнитного поля бетатрона. Доклады юбилейной научно-технической конференции факультета автоматических систем. Томск, 1970.