

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОМЕРНО ИЗОГНУТЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИ ДИАФРАГМИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДОВ ДЛЯ ЦИКЛИЧЕСКОГО УСКОРИТЕЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ

Б. Н. МОРОЗОВ, В. М. МАРЕНКОВ, Б. Г. ЦИКИН, Л. Г. ПИЩЕНИНА

Модель волноводного циклического ускорителя электронов [1] предполагается создать на базе магнита одного из бетатронов на 15 Мэв, т. е. с внешним управляющим магнитным полем и предварительным бетатронным ускорением электронов до энергии 2—3 Мэв. Камера такого ускорителя представляет собой равномерно изогнутый волновод, обеспечивающий замедление фазовой скорости электромагнитной волны до скорости света на равновесном радиусе R_0 при достаточной для захвата и ускорения электронов величине азимутальной составляющей электрического поля E_φ . Для модели волноводного циклического ускорителя можно использовать волновод прямоугольного сечения, периодически нагруженный диафрагмами по изогнутым стенкам (рис. 1).

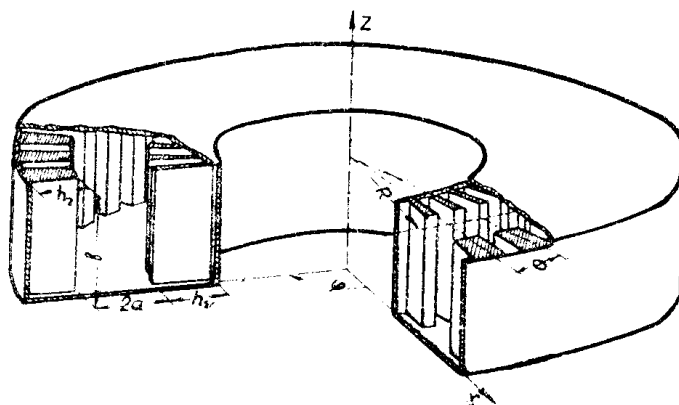


Рис. 1. Общий вид диафрагмированного волновода.

Основными геометрическими размерами камеры являются: равновесный радиус R_0 , определяемый магнитной системой бетатрона (для бетатронов на энергию 15 Мэв R_0 изменяется в пределах 12—14 см); размер $2a$ пространства взаимодействия, обусловленный бетатронными колебаниями электронов (порядка 4—6 см); высота волновода b , максимальная величина которой ограничивается межполюсным пространством магнита (не больше 7 см с учетом толщины стенок).

При выбранном десятисантиметровом диапазоне длины волны высокочастотного генератора замедляющая система волноводного ускорителя будет представлять собой волновод с сильным изгибом (кратность поля по азимуту $n = 7-9$). В этом случае [2] дисперсионные свойства волновода могут на 20–25% отличаться от свойств неизогнутой замедляющей системы типа „гребенки“ [3, 4], т. е. необходимо строгое рассмотрение задачи о распространении волн в изогнутом волноводе.

Большинство линейных волноводных ускорителей электронов по ряду причин [5] работает на $\frac{\pi}{2}$ — виде высокочастотных колебаний.

При таком же сдвиге фаз между смежными ячейками предполагается работа волноводного циклического ускорителя в режиме стоячей волны. Поэтому результаты решения задачи в импедансном приближении, т. е. в предположении, что на длину волны приходится бесконечное число тонких диафрагм, могут давать расхождения порядка 10–15% по сравнению с реальной системой [3, 4]. В применении к электронным приборам типа ЛБВ указанная неточность может оказаться несущественной, так как всегда имеется возможность добиться синхронизма движения электронов и волны соответствующим изменением напряжения на управляющих электродах, что исключено в ускорителях.

Вывод дисперсионного уравнения

Строгое решение задачи о распространении волн в изогнутых диафрагмированных волноводах [6] приводит к уравнению в виде бесконечного определителя, что затрудняет расчет дисперсионных свойств. Известно, что расчет периодических структур облегчается, если определенным образом задать распределение поля на границе раздела пространства взаимодействия и пространства резонаторов. Простейшей аппроксимацией, широко применяемой в теории магнетронов [7, 8, 9], является $E_\varphi = \text{const}$. В этом случае учитываются все гармоники в пространстве взаимодействия. Приравнивание входных проводимостей

$$Y = \frac{\int_{\Phi} E_\varphi^* H_z r d\varphi}{\left[\int_{\Phi} E_\varphi r d\varphi \right]^2} \quad (1)$$

на границе раздела дает дисперсионное уравнение.

Определим входную проводимость пространства взаимодействия, где компоненты поля имеют вид [6]:

$$\begin{aligned} E_r &= -\omega \mu \frac{1}{r} \Sigma [A_s J_{n_s}^s(zr) + B_s N_{n_s}(zr)] n_s \sin \gamma z e^{jn_s \varphi}; \\ E_\varphi &= -j \omega \mu \Sigma [A_s J'_{n_s}(zr) + B_s N'_{n_s}(zr)] \sin \gamma z e^{jn_s \varphi}; \\ E_z &= 0; \\ H_r &= \gamma z \Sigma [A_s J'_{n_s}(zr) + B_s N'_{n_s}(zr)] \cos \gamma z e^{jn_s \varphi}; \\ H_\varphi &= j \frac{1}{r} \gamma \Sigma [A_s J'_{n_s}(zr) + B_s N'_{n_s}(zr)] n_s \cos \gamma z e^{jn_s \varphi}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$H_z = x^2 \sum [A_s J_{n_s}(x r) + B_s N_{n_s}(x r)] \sin \gamma z e^{j n_s \varphi}.$$

Здесь, как и в дальнейшем, множитель $e^{j \omega t}$ опущен, суммирование проводится по s от $-\infty$ до $+\infty$; A_s и B_s — амплитудные коэффициенты; J_{n_s} , N_{n_s} , J'_{n_s} , N'_{n_s} — соответственно функции Бесселя и Неймана порядка n и их производные по аргументу;

$$n_s = n + \frac{2\pi s}{\Theta}; \quad n = \frac{c}{V_{\Phi}} \kappa R; \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\gamma = \frac{\pi}{b}; \quad x = \kappa \sqrt{1 - \left(\frac{\kappa}{2b}\right)^2}; \quad \kappa = \frac{2\pi}{r}.$$

Предполагая, что колебания в соседних резонаторах отличаются лишь фазой, можно записать следующие граничные условия для E_{φ} :

$$E_{\varphi}(r_c, \varphi) = E_1 e^{j \frac{2\pi n q}{N}},$$

$$\text{при } \frac{2\pi q}{N} = \Phi - \varphi = \frac{2\pi q}{N} + \Phi$$

$$E_{\varphi}(r_a, \varphi) = E_2 e^{j \frac{2\pi n q}{N}} \quad (3)$$

$E_{\varphi}(r_c, \varphi) = E_{\varphi}(r_a, \varphi) = 0$ при остальных значениях φ .

Здесь $r_a = R + a$; $r_c = R - a$; $R = R_0$.

Из (2) и (3) легко найти A_s и B_s и, следовательно, тангенциальные компоненты поля:

$$E_{\varphi} = \frac{N \varphi}{\pi} \sum M(n_s; \Phi) \left[E_1 \frac{J'_{n_s}(x r) N'_{n_s}(x r_a) - J'_{n_s}(x r_a) N'_{n_s}(x r)}{J'_{n_s}(x r_c) N'_{n_s}(x r_a) - J'_{n_s}(x r_a) N'_{n_s}(x r_c)} - \right.$$

$$\left. - E_2 \frac{J'_{n_s}(x r) N'_{n_s}(x r_c) - J'_{n_s}(x r_c) N'_{n_s}(x r)}{J'_{n_s}(x r_c) N'_{n_s}(x r_a) - J'_{n_s}(x r_a) N'_{n_s}(x r_c)} \right] e^{j n_s \varphi}; \quad (4)$$

$$H_z = \frac{j N \varphi x}{\omega \mu \pi} \sum M(n_s; \Phi) \left[E_1 \frac{J_{n_s}(x r) N'_{n_s}(x r_a) - J'_{n_s}(x r_a) N_{n_s}(x r)}{J'_{n_s}(x r_c) N'_{n_s}(x r_a) - J'_{n_s}(x r_a) N'_{n_s}(x r_c)} - \right.$$

$$\left. - E_2 \frac{J_{n_s}(x r) N'_{n_s}(x r_c) - J'_{n_s}(x r_c) N_{n_s}(x r)}{J'_{n_s}(x r_c) N'_{n_s}(x r_a) - J'_{n_s}(x r_a) N'_{n_s}(x r_c)} \right] e^{j n_s \varphi},$$

где
$$M(n_s; \Phi) = \frac{\sin n_s \Phi}{n_s \Phi}.$$

Учитывая (1) и (4), найдем выражения для проводимости пространства взаимодействия в сторону резонаторов, расположенных по большому и малому радиусам, и, исключая E_1 и E_2 , получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{Y_{r=r_c} - r_c}{B} - \sum M^2(n_s, \Phi) \frac{J_{n_s}(xr_c) N'_{n_s}(xr_a) - J'_{n_s}(xr_a) N_{n_s}(xr_c)}{J'_{n_s}(xr_c) N'_{n_s}(xr_a) - J'_{n_s}(xr_a) N_{n_s}(xr_c)} + \\
& \frac{\sum M^2(n_s, \Phi) \frac{J_{n_s}(xr_c) N'_{n_s}(xr_c) - J'_{n_s}(xr_c) N_{n_s}(xr_c)}{J'_{n_s}(xr_c) N'_{n_s}(xr_a) - J'_{n_s}(xr_a) N_{n_s}(xr_c)}}{+} \\
& \frac{\sum M^2(n_s, \Phi) \frac{J_{n_s}(xr_a) N'_{n_s}(xr_a) - J'_{n_s}(xr_a) N_{n_s}(xr_a)}{J'_{n_s}(xr_c) N'_{n_s}(xr_a) - J'_{n_s}(xr_a) N_{n_s}(xr_c)}}{+} \\
& \frac{Y_{r=r_a} - r_a}{B} + \sum M^2(n_s, \Phi) \frac{J_{n_s}(xr_a) N'_{n_s}(xr_c) - J'_{n_s}(xr_c) N_{n_s}(xr_a)}{J'_{n_s}(xr_c) N'_{n_s}(xr_a) - J'_{n_s}(xr_a) N_{n_s}(xr_c)},
\end{aligned} \quad (5)$$

где
$$B = j \frac{Nz}{2\pi \omega \mu}.$$

Если в (2) положить $n_s = 0$ и учесть граничные условия при $r = R_1 = r_c + h_1$ и $r = R_2 = r_a + h_2$, то аналогично находят входные проводимости для резонаторов

$$\begin{aligned}
Y_1 = Y_{r=r_c} &= -\frac{B\pi}{r_c N\Phi} \frac{J_0(xr_c) N_1(xR_1) - J_1(xR_1) N_0(xr_c)}{J_1(xr_c) N_1(xR_1) - J_1(xR_1) N_0(xr_c)}; \\
Y_2 = Y_{r=r_a} &= -\frac{B\pi}{r_a N\Phi} \frac{J_0(xr_a) N_1(xR_2) - J_1(xR_2) N_0(xr_a)}{J_1(xr_a) N_1(xR_2) - J_1(xR_2) N_0(xr_a)}.
\end{aligned} \quad (6)$$

Соотношение (5) с учетом (6) и является искомым дисперсионным уравнением прямоугольного волновода, диафрагмированного по изогнутым стенкам.

Частные случаи и примеры расчета

В качестве камеры модели волноводного циклического ускорителя могут применяться три разновидности изогнутого диафрагмированного волновода: симметрично нагруженный волновод ($h_1 = h_2$ на рис. 1) или волноводы, диафрагмированные вдоль одной из изогнутых стенок.

В первом случае ускорение можно осуществлять либо на волне синфазного типа (волна H_{11}), либо противофазного (волна H_{10}), во втором — на волне типа H_{10} .

Если волновод нагружен диафрагмами вдоль стенки с большим радиусом ($h_2 = h$, $h_1 = 0$), то из (5) и (6) получаем дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned}
& \sum M^2(n_s; \Phi) \frac{J_{n_s}(xr_a) N'_{n_s}(xr_c) - J'_{n_s}(xr_c) N_{n_s}(xr_a)}{J'_{n_s}(xr_a) N'_{n_s}(xr_c) - J'_{n_s}(xr_c) N_{n_s}(xr_a)} = \\
& = -\frac{\pi}{N\Phi} \frac{J_0(xr_a) N_1(xR_2) - J_1(xR_2) N_0(xr_a)}{J_1(xr_a) N_1(xR_2) - J_1(xR_2) N_0(xr_a)}.
\end{aligned} \quad (7)$$

Аналогично для системы, нагруженной диафрагмами вдоль стенки с малым радиусом, (5) переходит в

$$\sum M^2(n_s; \Phi) = \frac{J_{n_s}(zr_c) N'_{n_s}(zr_a) - J'_{n_s}(zr_a) N_{n_s}(zr_c)}{J'_{n_s}(zr_c) N'_{n_s}(zr_a) - J'_{n_s}(zr_a) N_{n_s}(zr_c)} - \frac{\pi}{N\Phi} \frac{J_0(zr_c) N_1(zR_1) - J_1(zR_1) N_0(zr_c)}{J_1(zr_c) N_1(zR_1) - J_1(zR_1) N_1(zr_c)}. \quad (8)$$

При больших радиусах изгиба (или для резонаторов типа прямоугольная щель) правую часть в уравнениях (7) и (8) можно заменить

$$\text{соответственно на } \pm \frac{\pi}{N\Phi} \operatorname{ctg} \alpha h.$$

Расчеты по (5, 7, 8) показывают [10], что:

а) за счет изгиба симметрично нагруженного волновода увеличивается разделение резонансных частот синфазных и противофазных волн; б) чем меньше высота волновода „ b “ при $a = \text{const}$, тем больше должна быть высота h диафрагм, чтобы замедлить волну до скорости света на среднем радиусе R ; в) при постоянном размере волновода в радиальном направлении увеличивать пространство взаимодействия, не изменяя фазовой скорости волны, можно за счет увеличения высоты волновода; г) фазовая скорость всех типов волн более критична к изменению высоты волновода b , чем к размерам в радиальном направлении.

Любая из указанных систем может обеспечить необходимое замедление волны, однако выбор той или иной разновидности диафрагмированного волновода для модели циклического ускорителя можно сделать после сравнения их эффективности. Об эффективности волноводов можно судить по величине сопротивления связи $R_{св}$. Сильный изгиб приводит к значительному перераспределению поля в поперечном сечении волновода, а следовательно, к изменению $R_{св}$ по сравнению с неизогнутым волноводом.

Из рис. 2 видно, что наибольшим сопротивлением связи при $\kappa R < 15$ обладает волна типа H_{10} волновода, нагруженного по стенке с большим радиусом.

Расчет дисперсионной кривой для такого волновода с размерами $R_1 = 8,05 \text{ см}$; $R_2 = 18,85 \text{ см}$; $h = 5,15 \text{ см}$; $b = 5,85 \text{ см}$; $N = 36$; $\Phi = 0,08$ проводился по трансцендентному уравнению (7) графически для диапазона длин волн $\lambda = 9 - 11,7 \text{ см}$. При этом аргументы цилиндрических функций изменяются в пределах от 0 до 6,11. Это позволяет упростить уравнение (7), заменив цилиндрические функции в левой части (при $s \neq 0$) асимптотическими представлениями Фока-Дебая [11]:

$$J_n(x) = \frac{e^{n(q - \operatorname{th} q)}}{\sqrt{2\pi n \operatorname{th} q}} = \frac{e^{(n \operatorname{arccch} \frac{x}{h} - p)}}{\sqrt{2\pi p}}; \quad n \operatorname{th} q = p = \sqrt{n^2 - x^2};$$

$$J'_n(x) = J_n(x) \left[\operatorname{sh} q + \frac{\operatorname{ch} q}{2n \operatorname{sh}^2 q} \right] = J_n(x) \left[\frac{p}{x} + \frac{x}{p^2} \right];$$

$$q = \operatorname{arccch} \frac{n}{x}; \quad (9)$$

$$N_n(x) = \frac{e^{n/q \operatorname{th} q}}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \pi n \operatorname{th} q}} = \frac{e^{\frac{n \operatorname{arctg} \frac{n}{x}}{x} p}}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \pi p}};$$

$$N'_n(x) = N_n(x) \left[\operatorname{sh} q - \frac{\operatorname{ch} q}{2 n s h^2 q} \right] = N_n(x) \left[\frac{p}{x} - \frac{x}{2 p^2} \right].$$

Оказывается [10], что начиная с $s = -1$, каждый член суммы в (7) с учетом (9) можно записать

$$\frac{J_{ns}(x)}{J'_{ns}(x)} = \left(\frac{p}{x} - \frac{x}{2 p^2} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Таким образом, при расчете дисперсионной кривой в данном случае можно с достаточной степенью точности ограничиться учетом только основной и первой отрицательной гармоники.

Из рис. 3 видно, что в режиме колебаний $\pi (n - 18)$ расхождения первого и второго приближений составляют 1%, в режиме $\pi 2 (n - 9)$ меньше 0,02% длины волны генератора, однако, расхождения в длине волны в волноводе на

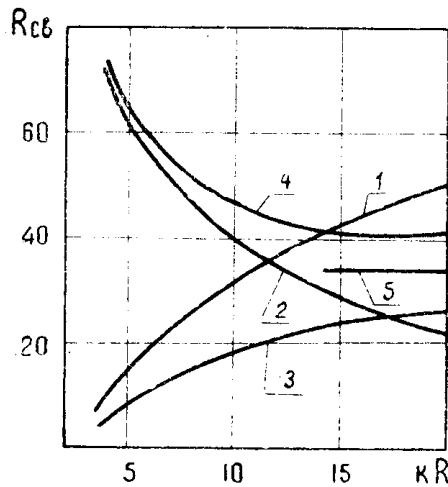


Рис. 2. Влияние изгиба на сопротивление связи при $c/v_z = 1$ для $r = R$,

$ka = 2$, $1 - (k/2a)^2 = 0,5$:

1 и 2—соответственно для волн типа H_{11} H_{10} симметрично нагруженного волновода; 3 и 4—для волн типа H_{10} волноводов нагруженных по стенкам с малым и большим радиусом соответственно; 5 для волны типа H_{10} прямого волновода, нагруженного с одной стороны.

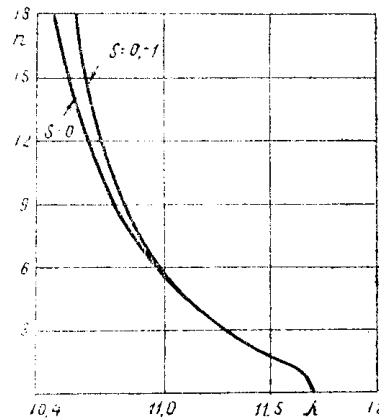


Рис. 3. Дисперсионная кривая волны типа H_{11} волновода, нагруженного по стенке с большим радиусом.

радиусе $r = 12,5$ см составляют 9% при $\lambda = 10,75$ см и достигают 15% при $\lambda = 10,6$ см.

Приведенные упрощения уравнения (7) можно применить для любого из разновидностей изогнутого волновода при геометрических размерах, указанных во введении. Однако в каждом конкретном случае нужно учитывать тем больше пространственных гармоник, чем больше толщина диафрагм (что видно из сравнения графиков рис. 3 и 7).

Экспериментальные данные

Экспериментальное исследование дисперсионных свойств волноводов проводилось в режиме стоячих волн двумя различными методами: методом активного зонда [12] с измерительной линией и методом малых возмущающих тел [13].

Оба метода довольно детально описаны в литературе [5, 12, 13, 14] и подробно на их особенностях здесь останавливаться не будем. Отметим лишь, что последний метод, в принципе более точный, чем первый, дает надежные результаты лишь при измерениях на резонансных макетах с достаточно высокой добротностью. В противном случае контроль малых изменений частоты затруднителен.

Дисперсионные свойства симметрично нагруженного волновода исследовались на двух резонансных макетах. Один из макетов (исследованный методом малых возмущающих тел) состоял из одной ячейки и двух полужеек. Измерения на втором макете, представляющем собой полуволновый резонатор в режиме $\pi/4$, проводились методом активного зонда. Резонаторы имели размеры $R_1 = 5,2$ см; $R_2 = 20,8$ см; $b = 5,9$ см; $h = 6$ см. На рис. 4 приведены рассчитанные в первом

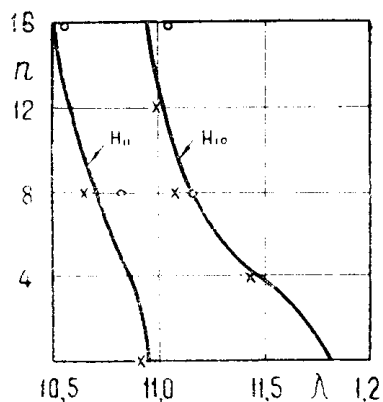


Рис. 4. Дисперсионные кривые для симметрично нагруженного волновода: — теория; x—эксперимент методом активного зонда; o—эксперимент методом малых возмущающих тел.

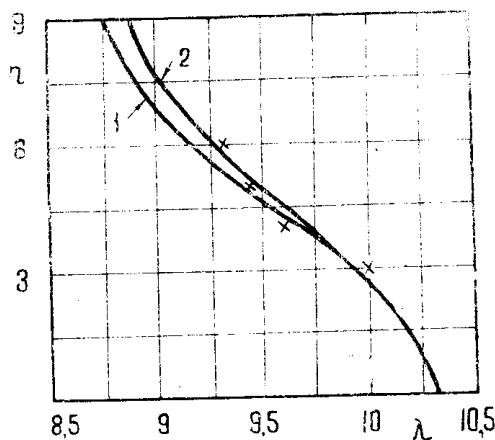


Рис. 5. Дисперсионная кривая волны типа H_{10} волновода, нагруженного по малому радиусу: 1. Расчет по формуле (8); 2. Расчет для резонаторов типа прямоугольная щель; x — эксперимент методом активного зонда.

приближении по (5) дисперсионные кривые и указаны экспериментальные точки. Максимальное расхождение опытных данных от расчетных не превышает 1% длины волны генератора, но может достигать 10–15% длины волны в волноводе. Следует заметить, что если при расчетах волноводной камеры циклического ускорителя в определении резонансной длины волны генератора λ будет допущена ошибка в 1%, то радиус R_0 , на котором волна будет распространяться со скоростью света, также сместится на 1% по сравнению с расчетным, что вполне допустимо для модели волноводного циклического ускорителя. Из рис. 4 также видно, что синфазные волны имеют более крутую дисперсионную характеристику, чем противофазные, что выгодно отличает последние. Замедление волны типа H_{10} до скорости света на радиусе

$r = 12,7$ достигается при длине волны $\lambda = 11,2$ см; волны типа H_{11} — на радиусе $r = 11,3$ см при $\lambda = 10,81$ см.

На рис. 5 приводятся рассчитанные по (8) дисперсионные кривые ($s = 0$) для волновода, нагруженного по стенке с малым радиусом. Волновод представлял собой замкнутое кольцо с размерами: $R_1 = 8,5$ см;

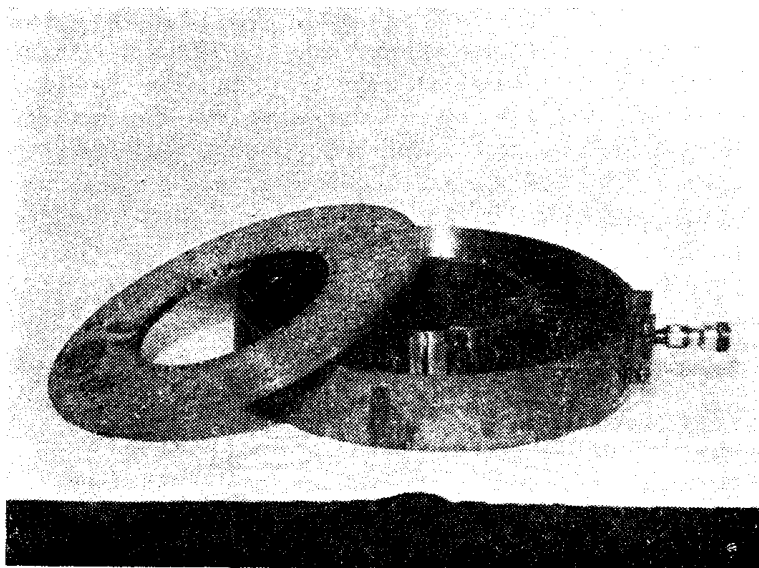


Рис. 6. Экспериментальный образец изогнутого волновода, диафрагмированный по стенкам с малым радиусом (без верхнего торцевого кольца).

$R_2 = 16,5$ см; $h = 3$ см; $b = 5,16$ см; $N = 36$ (диафрагмы плоские толщиной 3 мм) и изображен на рис. 6. Отличие теоретических данных от экспериментальных также не превышает 1% длины волны генератора. Замедление, равное единице, достигается при $\lambda = 8,75$ см на радиусе $r = 12,5$ см.

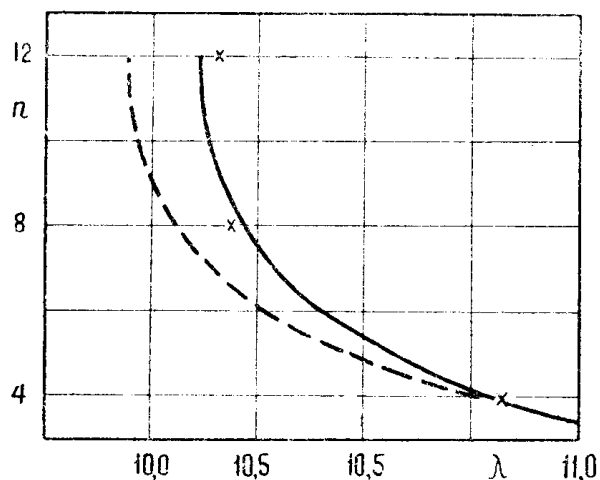


Рис. 7. Дисперсионная характеристика волна H_{10} волновода, нагруженного по большому радиусу. — расчет в девятом приближении; - - - расчет в первом приближении; x — эксперимент методом активного зонда.

Экспериментальные точки и расчетные кривые в первом ($s = 0$) и девятом ($s = 0, 1, 2, 3, 4$) приближениях для волны типа H_{10} волновода, нагруженного диафрагмами вдоль стенки с большим радиусом, указаны на рис. 7. Макет волновода с размерами $R_1 = 10,0$ см; $R_2 = 20,25$ см; $h = 4,13$ см; $b = 6,0$ см; $N = 32$; $\Phi = 0,0186$ (с резонаторами типа прямоугольная щель) состоял из трех ячеек и двух полужеек. Совпадение расчетных и экспериментальных данных вполне удовлетворительно. Замедление волны до скорости света на радиусе $r = 13,1$ достигается в режиме колебаний $\pi/2$ при длине волны генератора $\lambda = 10,3$ см.

Последний волновод при сильном изгибе наиболее эффективный из рассмотренных разновидностей замедляющих систем типа гребенки, обладает к тому же достаточно пологой дисперсионной характеристикой, а волна типа H_{10} является основной волной из волн типа H .

Заключение

В результате выше изложенного можно сделать следующие выводы.

1. Получены формулы, позволяющие проводить с достаточной для практики точностью расчет дисперсионных свойств волноводов прямоугольного сечения, периодически диафрагмированных по изогнутым стенкам. Расчет при учете высших гармоник упрощается при замене цилиндрических функций асимптотическими выражениями.

2. Показано, что для модели волноводного циклического ускорителя с железной магнитной системой наиболее подходящей из замедляющих систем типа „гребенка“ является волновод, диафрагмированный по стенке с большим радиусом.

3. Расхождение теоретических данных от экспериментальных не превышает 1% длины волны генератора, что вполне допустимо для модели волноводного циклического ускорителя. На исследованных образцах получено замедление волны до скорости света при геометрических размерах волноводов, приемлемых для модели ускорителя на 10 Мэв.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Воробьев, А. Н. Лиденко, Е. С. Коваленко. „Атомная энергия“, 8, 5, 459, 1960.
2. Б. Н. Морозов. Изв. вузов МВ ССО СССР по разделу „Радиотехника“, 4, 493, 1960.
3. Е. С. Коваленко, В. И. Шиманский. Изв. вузов МВ ССО СССР по разделу „Радиотехника“, 2, 153, 1960.
4. Р. М. Леонтьева. „Радиотехника“, 12, 12, 36, 1957.
5. „Линейные ускорители“, Сборник статей МИФИ под редакцией Г. А. Тягунова, 1959.
6. Б. Н. Морозов, Е. В. Падусова, Труды ТПИ, 105, 227, 1960.
7. В. М. Лопухин, С. Д. Гвоздовер, ЖТФ, 10, 8, 1950.
8. „Магнетроны сантиметрового диапазона“, под редакцией С. А. Зусмановского, 1, Изд-во „Советское радио“, 1950.
9. W. Keesel, W. Ruppel, Archiv für elektrotechnik, 40, 5, 280, 1951.
10. Б. Н. Морозов, В. М. Мареников, Б. Г. Цикли, Л. Г. Шиншенина, Научный отчет НИИ ТПИ, 1960.
11. В. А. Фок. ДАН СССР, 1, 3, 97, 1934.
12. „Магнетроны сантиметрового диапазона“ под редакцией С. А. Зусмановского, 1, Изд-во „Советское радио“, 1960.
13. L. C. Maier, J. C. Slater, Jour. Appl. Phys., 23, 1, 1952.
14. Г. Н. Рапопорт. „Радиотехника“, 12, 2, 51, 1957.