УДК 517.5

ПОДГОТОВКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ОБРАБОТКЕ

А.С. Фадеев, Е.А. Кочегурова

Томский политехнический университет
E-mail: fas@aics.ru

Выявлены недостатки непрерывного вейвлет-преобразования не позволяющие производить их автоматизированную обработку при решении задачи классификации частотных составляющих сигнала. Предложен эвристический алгоритм, повышающий информативность карт проекций изолиний вейвлет-преобразования. Показана возможность использования алгоритма для подготовки информации к дальнейшей автоматизированной обработке.

Задача исследования сигналов, в том числе, сигналов звукового диапазона – одна из самых популярных прикладных задач. Часто требуется анализ сигнала в различных представлениях: амплитудно-временном, амплитудно-частотном или частотно-временном. Большое количество программно и аппаратно реализованных математических алгоритмов позволяет адекватно переходить от одной формы представления сигнала к другой. Зачастую удобные для визуального анализа формы представления сигнала крайне сложны для автоматизированной обработки и анализа.

Так, относительно новый математический аппарат непрерывного вейвлет-преобразования (НВП) обладает хорошей графической интерпретацией результатов, позволяя перейти от амплитудно-временного представления сигнала к амплитудно-частотно-временному.

Основой НВП является операция свертки сигнала $f(t)$ с вейвлетом из семейства вейвлет-функций вида $w_{s,\tau}(t)=\frac{1}{\sqrt{s}}w(\frac{t-\tau}{s})$. Семейство вейвлет-функций $w_{s,\tau}(t)$ получают на основании материнского вейвлета $w(t)$ масштабированием его параметром s и сдвигом на величину τ. Варьируя параметрами масштабирования s и смещения τ, достигают необходимой локализации как в частотной, так и во временной областях соответственно. Вид функции материнского вейвлета влияет на выявление определенных свойств сигнала. НВП $Wf(\tau, s)$ определяется формулой [1]:

$$Wf(\tau,s)=\left\langle f,w_{s,\tau}\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)w_{s,\tau}(t)dt.$$

Результатом НВП является двумерный массив чисел $Wf(\tau, s)$ характеризующий амплитудно-частотно-временные свойства сигнала. Значение числа в каждом элементе массива соответствует амплитуде определенной гармоники исследуемого сигнала в различные моменты времени.

На рис. 1 приведен фрагмент типичного графического представления НВП синусоидального сигнала в трехмерном пространстве время-частота-амплитуда и карты проекций изолиний. Градации цвета от черного к белому соответствуют изменениям амплитуды от минимальных до максимальных значений соответственно.

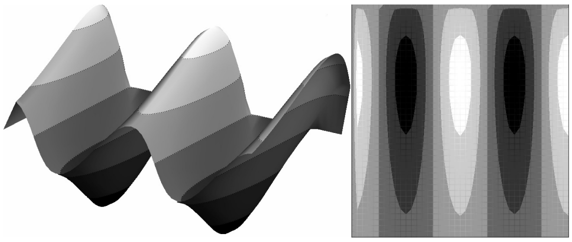


Рис. 1. *Графические представления результатов непрерывного вейвлет-преобразования: слева – трехмерная модель поверхности; справа – карта проекций изолиний*

Визуальный анализ результатов НВП применяется во многих прикладных и инженерных задачах (медицина, метеорология, оптика, и др.) [2]. Но в некоторых задачах исследования сигналов звукового диапазона дальнейшая автоматизированная обработка результатов НВП, например, с применением искусственных нейронных сетей (ИНС) крайне затруднена. Это обусловлено наличием чередования положительных и отрицательных значений в массиве $Wf(\tau, s)$ вдоль временной оси. Визуально это соответствует чередованию светлых и темных полос, (рис. 2) хотя, во многих случаях, темные полосы – это неинформативная часть представления.

В данной работе предлагается ряд алгоритмов преобразований результатов НВП, позволяющих устранить указанный недостаток и, таким образом, подготовить их для автоматизированной обработки ИНС.

Как известно [3], по результату операции свертки можно судить о степени схожести двух функций. Свойства одной из них (вейвлет-функции), как правило, известны, и она является базисной. Операция свертки является сутью НВП и определяет основные его свойства.

Рассмотрим частные случаи операции свертки вейвлет-функций $w_{s,\tau}(t)$ с сигналом $f(t)$.

1. *Совпадение вейвлета с фрагментом функции.*

Параметры сдвига τ и масштабирования s вейвлет-функции таковы, что периоды колебаний вейвлета T совпадают с периодами функции $f(t)$ (рис. 3 и 4).

В такие моменты операция свертки функций дает положительное число. Причем абсолютное значение этого числа будет тем больше, чем более точно совпадает исходный сигнал с вейвлет-функцией.

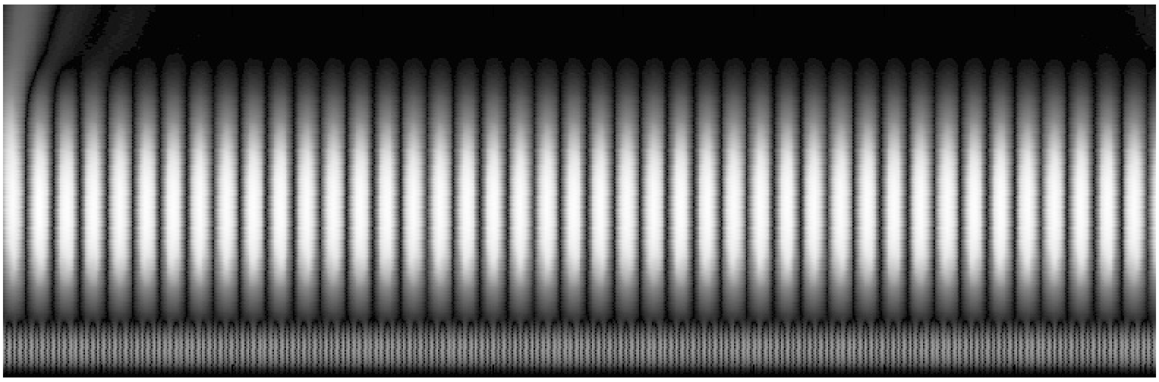


Рис. 2. *Результат НВП сигнала вида* $f(t)=a_1 sin(\omega_1 t)+a_2 sin(\omega_2 t)$

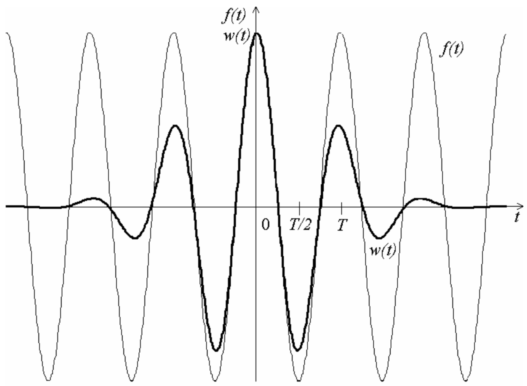


Рис. 3. *Функции вейвлета w(t) и сигнала f(t)*

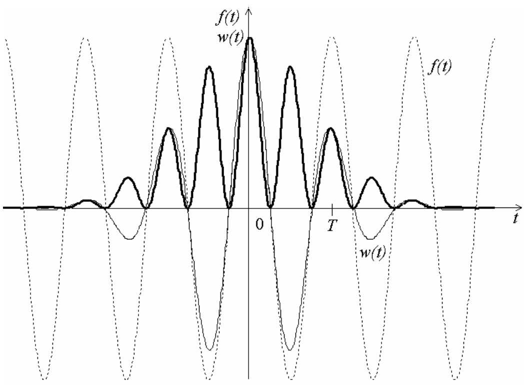


Рис. 4. *Скалярное произведение f(t) и w(t)*

2. *Совпадение инверсии вейвлета с фрагментом функции.*

Функции вейвлета $w(t)$ и сигнала $f(t)$ в каждый момент времени имеют противоположные знаки, и скалярное произведение $w(t)$ и $f(t)$ целиком лежит в полуплоскости отрицательных значений (рис. 5 и 6).

В такие моменты результатом операции свертки функций $f(t)$ и $w(t)$ является отрицательное число. Причем, абсолютное значение этого числа будет тем больше, чем более точно совпадает исходный сигнал с инверсией вейвлет-функции.

3. Несовпадение вейвлета с фрагментом функции.

Функции вейвлета $w(t)$ и сигнала $f(t)$ либо сдвинуты относительно друг друга на ¼ периода (в случае совпадения периода сигнала с периодом колебаний вейвлета), либо настолько различны, что результатом операции свертки функций $f(t)$ и $w(t)$ является значение близкое к нулю.

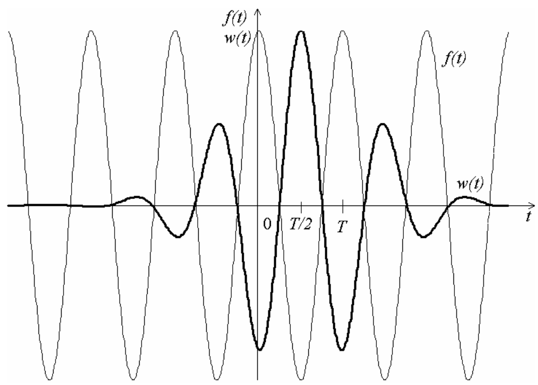


Рис. 5. *Функции вейвлета w(t) и сигнала f(t), при* $\tau=T/2$

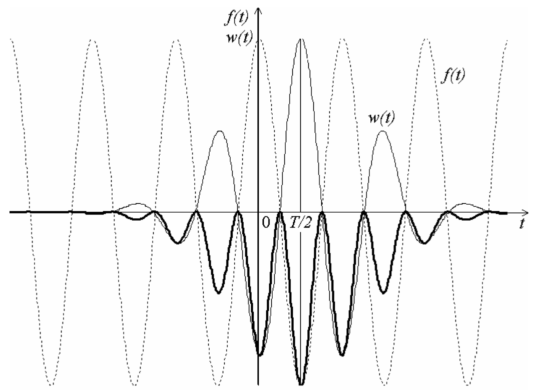


Рис. 6. *Скалярное произведение f(t) и w(t), при* $\tau=T/2$

Для решения задачи идентификации частотных составляющих сигнала [6], когда целью является выявление сигнала определенной формы и его амплитуды, значение фазы в пределах одного периода T не играют существенной роли. Поэтому, в качестве результатов НВП можно использовать абсолютные значения НВП (рис. 7).

В таком случае, более светлые области на графических представлениях результатов НВП будут соответствовать большим значениям амплитуды сигнала $f(t)$. Наиболее темные области свидетельствуют либо об отсутствии в сигнале фрагментов, схожих с вейвлет-функцией, либо о моментах, когда значение сдвига τ кратно четверти периода сигнала. Например, в случае НВП гармонического сигнала вида $f(t)=a_0\sin(\omega_0 t)$ светлые области соответствуют экстремумам функции, а черные – переходам функции через ноль.

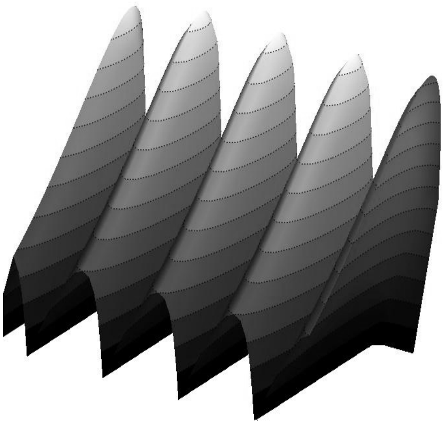


Рис. 7. *Графические представления абсолютных значений НВП*

Для большинства сигналов звукового диапазона, к которым относится и музыкальная информация [7], продолжительность звучания отдельных звуковых составляющих (нот) значительно больше периода их основной гармоники T. Поэтому во временном и частотном интервалах звучания одной ноты сигнал можно рассматривать как локально-стационарный.

На срезе карты проекций изолиний по значению параметра s_0, соответствующего частоте основной гармоники сигнала ω_0 видно, что интервалы между пиками (всплесками), возникающими вдоль оси времени, соответствуют половине периода основной гармоники этих составляющих: $t_{i+1}-t_i=T/2$ и $t_{i+2}-t_i=T$, где $T=1/\omega_0$ (рис. 8).

В связи с тем, что наличие последовательности пиков на узком интервале времени говорит о наличии непрерывного локально-стационарного сигнала, то можно увеличить информативность результатов НВП. Для этого необходимо выполнить сглаживание, не потеряв информацию о наличии и амплитуде самого сигнала. Суть такого сглаживания заключается в формировании огибающей по экстремумам всплесков, интервал возникновения которых соответствует рабочей частоте ω и значению параметра s. При изменении амплитуды сигнала во времени значения пиков на карте проекций изолиний будут изменяться пропорционально интенсивности всплесков каждого полупериода сигнала.

Для формирования огибающей реализуем алгоритм, который для рабочей частоты ω и значения параметра s в каждый момент времени t_j вычисляет формулу секущей $F(t)$ и накладывает ее на график колебаний амплитуд $A(t)$ в пределах одного полупериода $T/2$.

$$F(t)=\frac{A(t_j+{}^{T}\!/_{2})-A(t_j)}{{}^{T}\!/_{2}}t+A(t_j),$$

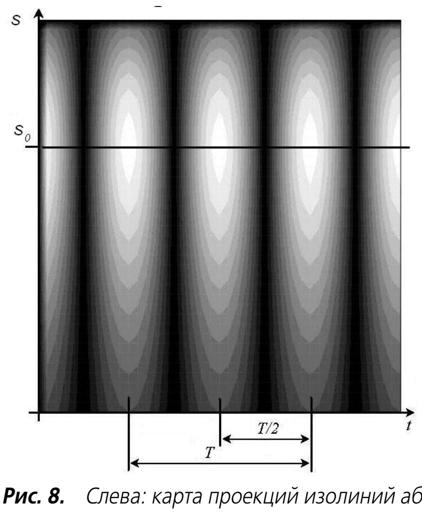
где $t\in[t_j;t_j+{}^{T}\!/_{2}]$.

После наложения каждой секущей, за результирующее значение сглаженного сигнала $A'(t)$ в каждый момент времени $t\in[t_j;t_j+{}^{T}\!/_{2}]$. берется наибольшее значение между функциями $A(t)$ и $F(t)$, рис. 9.

Далее выбирается новая рабочая частота ω и соответствующее ей значение параметра s и операция вычисления и наложения секущей повторяется для всего временного интервала. На рис. 10 приведен фрагмент работы алгоритма формирования огибающей для среза на частоте ω_0 НВП нестационарного сигнала для трех первых семейств секущих.

Амплитуда $A'(t)$ будет максимальна в те моменты, когда концы секущей совпадут с экстремумами функции $A(t)$. То есть при совпадении частоты следования всплесков функции $A(t)$ (а, следовательно, и колебаний сигнала) с рабочей частотой ω.

В результате работы алгоритма для всех частотных срезов и для каждого момента времени получим массив значений $Wf'(\tau, s)$ той же размерности, что и массив значений $Wf(\tau, s)$.



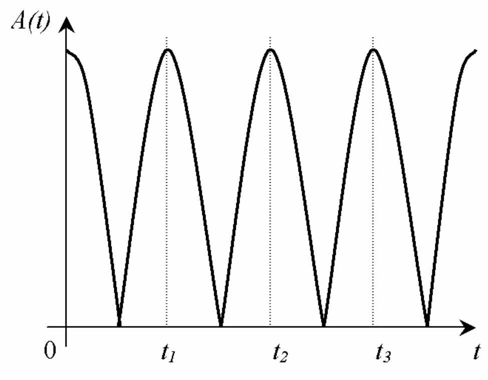


Рис. 8. *Слева: карта проекций изолиний абсолютных значений НВП; справа: срез значений амплитуды по параметру s_0*

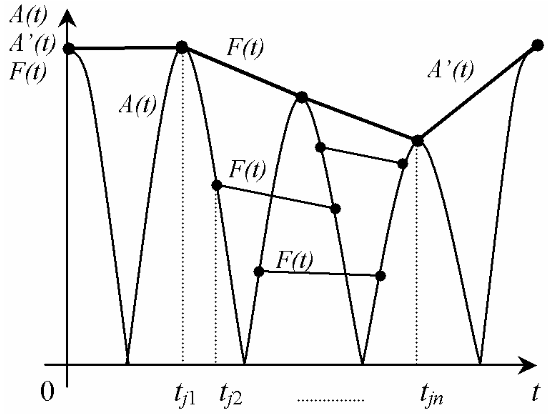


Рис. 9. *Наложение секущих F(t) на функцию A(t) и формирование огибающей A'(t)*

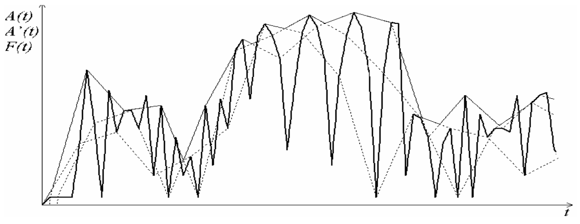


Рис. 10. *Промежуточные результаты работы алгоритма для среза на частоте ω_0*

Сформированный массив значений $Wf'(\tau, s)$ представляет собой амплитудно-частотно-временную характеристику исходного сигнала $f(t)$, но, в отличие от результатов НВП $Wf(\tau, s)$ не содержит отрицательных значений и чередующихся последовательностей пиков (рис.11).

Срез массива значений $Wf'(\tau, s)$ вдоль оси частот (в любой момент времени) представляет собой амплитудно-частотную характеристику сигнала в этот момент времени. Срез вдоль оси времени – есть амплитудно-временная характеристика определенной частотной составляющей сигнала (изменение амплитуды определенной гармоники на протяжении всего сигнала).

Такие двумерные срезы (как и сам массив $Wf'(\tau, s)$) являются исходной информацией при автоматизированной обработке ИНС, для идентификации определенных свойств сигнала.

Работа представленного алгоритма была опробована при обработке ряда сигналов вида $f(t)=a_1\sin(\omega_1 t)+a_2\sin(\omega_2 t)$, а также фрагмента записи двухголосного музыкального произведения. Визуальный анализ графического представления результатов работы алгоритма показал действительное отсутствие в них указанных выше недостатков присущих результатам НВП и, следовательно, возможность дальнейшей автоматизированной обработки. В настоящее время разрабатываются алгоритмы решения задачи текущей классификации частотных составляющих сигнала с использованием ИНС типа *MaxNet*.

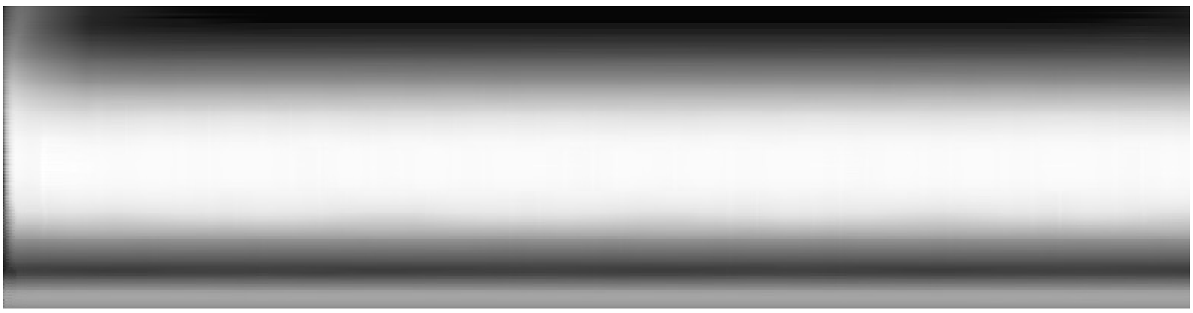


Рис. 11. *Графическое представление результатов преобразований значений НВП сигнала вида $f(t)=a_1\sin(\omega_1 t)+a_2\sin(\omega_2 t)$*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуи К. Введение в вэйвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
2. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 166. – № 11. – С. 1145–1170.
3. Пирс Дж. Символы, сигналы, шумы. – М.: Мир, 1967. – 336 с.
4. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MatLab. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
5. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.
6. Фадеев А.С., Кочегурова Е.А. К вопросу о преобразовании музыкальных форматов // Современные проблемы информатизации в моделировании и программировании: Сб. трудов XII Междунар. открытой научной конф. – Воронеж: Научная книга, 2006. – С. 255–257.
7. Кочегурова Е.А., Фадеев А.С. Вейвлет анализ в задаче идентификации музыкальной информации // Молодежь и современные информационные технологии: Сб. трудов IV Всеросс. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – С. 149–151.