ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 290 1974

ФОРМИРОВАНИЕ БЛОКОВ УНИФИЦИРОВАННОГО НАБОРА

В. К. ПОГРЕБНОЙ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры АСУ
и лаборатории управления)

Исходными данными к решению задачи формирования унифицированного набора блоков (УНБ) является матрица $A = \|a_{s\omega}\|$ $S \times W$ частот использования типовых структур (ТС) в схемах вычислительных устройств. Здесь S — количество анализируемых схем, W — число видов ТС, принятых к использованию в блоках набора [6]. При наличии такой матрицы можно, абстрагируясь от физической природы исследуемых систем и полученных ТС, сформировать задачу унификации блоков систем как задачу формирования совокупности блоков минимальной номенклатуры, удовлетворяющих определенным условиям, которая позволяет покрыть элементы матрицы A с допустимым качеством в соответствии с некоторым критерием.

В работах [1, 2, 3] эта задача рассматривается при условиях наличия большой выборки анализируемых схем и заданных параметров блоков. При этом в основу алгоритмов был положен анализ матрицы A с целью построения обобщенной матрицы Z совместимости пар типовых структур. Набор блоков формировался по матрице Z. После определения оптимального размера набора блоков формировался УНБ, не превышающий данный размер. В целом такой подход позволил для конкретной системы вдвое сократить номенклатуру блоков. Алгоритм формирования УНБ и предварительного ряда наборов по матрице Z характеризуется в первую очередь тем, что при заданных ограничениях на размер набора алгоритм последовательно формирует наиболее предпочтительные блоки в смысле оценок, определяемых элементами матрицы Z. То есть набор состоит из блоков, имеющих наиболее высокие оценки. Такая жестко ограниченная по номенклатуре совокупность блоков набора оказывается плохо увязанной с конкретной спецификой матрицы A, так как процесс формирования блоков после построения матрицы Z осуществляется уже независимо от матрицы A. В связи с этим представляется целесообразным решать данную задачу путем формирования набора блоков существенно превышающего размеры УНБ и выбора среди них оптимальной совокупности блоков исходя из покрытия выборки схем по определенному критерию. В данной работе исследуется такой подход и предпринимается попытка решения рассматриваемой задачи в оптимизационной постановке. Характерным является также то, что рассматриваемый подход ориентирован на малую выборку схем, в том числе и на наличие лишь одной схемы. Заметим, что метод в указанных выше работах рассматривался для больших размерностей выборок и был опробован для матрицы A размерностью 60×75. Формирование УНБ для матрицы такой размерности в оптимизационной постановке в настоящее время не представляется возможным. Однако следует заметить, что для большого количества реальных систем размерность матрицы A значительно меньше. В связи с этим для получения более качественного решения задач и формирования УНБ для таких систем возникает необходимость в разработке метода ориентированного на малые выборки устройств.

Необходимо также отметить, что имеющиеся алгоритмы [1, 2, 3] формируют УНБ при заданных ограничениях на параметры блоков. Вместе с тем совместное исследование вопросов унификации и определения рациональных параметров блоков, несмотря на возникающие при этом дополнительные трудности, заслуживает пристального внимания, так как позволяет существенно улучшить качество решения рассматриваемой задачи унификации и обосновать принятые параметры блоков. Рассматриваемый ниже подход содержит предварительные исследования этого вопроса.

Формализация оценки качества блока

Формирование множества блоков, из которого в последующем должны быть выбраны блоки УНБ, осуществляется перебором возможных комбинаций типовых структур матрицы A. Каждая комбинация, удовлетворяющая определенным условиям, представляет собой вариант блока. Для отбора таких вариантов в формируемое множество необходимо ввести оценку их качества. Одним из основных факторов, определяющих качество блока, является частота, с которой может использоваться рассматриваемый блок при реализации схем выборки. Частота использования определяется с учетом наличия у некоторых блоков избыточности, которая снижает оценку качества блока. Чем выше значение избыточности, тем ниже должна быть оценка соответствующего блока. Кроме того, если избыточность превышает некоторую установленную величину, то такой блок вообще не может быть включен в формируемое множество.

Выбор допустимого значения избыточности осуществляется на основе анализа конкретных условий рассматриваемой задачи. К таким условиям, в частности, можно отнести степень ухудшения технических и экономических показателей проектируемых устройств, вносимого избыточностью блоков; усложнения решения задач выбора блоков при увеличении числа сформированных вариантов блоков и другие.

Избыточность блока будем характеризовать величиной коэффициента избыточности $K_и$. Коэффициент $K_и$ определяется как отношение суммарной мощности неиспользуемых элементов блока к мощности всего блока. Значение коэффициента $K_и$, определяющего допустимую избыточность, обозначим через K_0. Для учета снижения качества блока, определяемого частотой его использования, введем функцию штрафа за наличие избыточности $\beta(K_и)$. Функция $\beta(K_и)$ определена на интервале $0 \leqslant K_и < K_0$ следующим образом:

$$\beta(K_и) = \left(1 - \frac{K_и}{K_0}\right). \tag{1}$$

В интервале $K_0 \leqslant K_и \leqslant 1$ функция $\beta(K_и) = 0$, так как этот интервал соответствует значениям избыточности, превышающим допустимую, то есть такие варианты блоков не должны использоваться.

В предположении линейности значения ухудшения качества блока с увеличением его избыточности функция штрафа $\beta(K_и)$ также будет линейной. При этом для нулевой избыточности значение функции штрафа принимается равной 1. Это максимальное значение функции штрафа $\beta(K_и) = 1$ выбрано из условия, что частота использования блока с избыточностью $K_и = 0$ вводится в оценку блока без изменений. Функция $\beta(K_и)$ с учетом сказанного выше представлена на рис. 1.

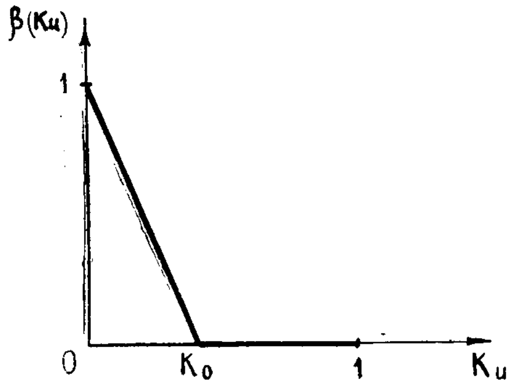

Рис. 1.

Для случая, когда $K_0 > K_и > 0$, в оценку качества блока вводится частота использования блоков с соответствующим значением $K_и$, уменьшенная в зависимости от значения функция штрафа $\beta(K_и)$. Уменьшенное значение частоты использования $P_{K_и}$ в этом случае определяется по выражению

$$P_{K_и} = S_{K_и}\left(1 - \frac{K_и}{K_0}\right), \qquad (2)$$

где $S_{K_и}$ — количество блоков, используемых при реализации всех анализируемых схем с избыточностью $K_и$. Оценочная частота использования с учетом всех значений $K_и$, встречающихся для j-го блока при реализации схем определяется по выражению

$$P_j = \sum_{K_и \in K_j} S_{K_и}\left(1 - \frac{K_и}{K_0}\right), \quad 0 \leqslant K_и \leqslant K_0, \qquad (3)$$

где K_j — множество значений $K_и$ для j-го блока.

Оценка блока, полученная по выражению (3), определяет качество блока в абсолютном значении безотносительно к мощности блока и частотам использования структур в схемах, на основе которых построен анализируемый вариант блока. Мощность блока может быть учтена при решении последующей задачи выбора оптимальной совокупности блоков. Что касается частоты использования структур в схемах, то здесь необходимо тщательное исследование влияния этого фактора на формирование множества блоков.

Применительно к задаче формирования множества блоков оценка качества блока необходима в первую очередь для того, чтобы ответить на вопрос о необходимости включения данного блока в формируемое множество. Если решить этот вопрос путем введения некоторого граничного значения оценки, например P_0, то возможность включения блока будет во многом определяться частотой использования структур, составляющих данный блок. В этих условиях структуры с низкой частотой использования могут оказаться невключенными ни в один блок множества. Количество таких структур будет зависеть от значения величины P_0. Количество блоков, включенных в множество, также будет зависеть от значения P_0, так как включение блока осуществляется при выполнении условия

$$P_j \geqslant P_0. \qquad (4)$$

Из условия (4) видно, что для уменьшения количества блоков в множестве необходимо увеличивать значение P_0. Однако это приведет к увеличению числа структур, не вошедших в блоки. Уменьшение величины P_0 до такой степени, чтобы были учтены все структуры, может привести к чрезмерному увеличению числа блоков в множестве. Следовательно, условие (4) неприемлемо для использования при формировании блоков. Необходимо такое условие, которое позволяло бы оценить возможность включения сформированного блока независимо от частоты использования соответствующих структур.

При формировании такого условия будем исходить из того, что для любой рассматриваемой совокупности структур может быть построен идеальный вариант блока. Тогда оценка сформированного варианта блока сравнивается с оценкой идеального блока и делается вывод о возможности включения блока в множество. В качестве оценки идеального блока примем среднюю мощность рассматриваемого варианта блока, вычисленную по выражению

$$m_j^0 = \frac{\sum_{s=1}^{s} \sum_{\omega \in A_j} m_\omega a_{s\omega}}{\sum_{K_и \in K_j} S_{K_и} \left(1 - \frac{K_и}{K_0}\right)}, \qquad (5)$$

где m_ω — мощность структуры ω-го вида;

A_j — множество видов структур, составляющих j-й блок.

Величина m_j^0 характеризует мощность, которую должен был бы иметь j-й блок, чтобы покрыть соответствующие структуры во всех схемах при частоте использования блока, равной P_j. Фактическая мощность j-го блока m_j определяется суммой мощностей входящих в него структур

$$m_j = \sum_{\omega \in A_j^0} m_\omega, \qquad (6)$$

где A_j^0 — множество структур, составляющих j-й блок.

Если сравнить величины m_j и m_j^0, то очевидно, что для любых вариантов блоков будет выполняться условие $m_j \leqslant m_j^0$. Превышение величины m_j^0 над величиной m_j обозначим через δ_j

$$\delta_j = m_j^0 - m_j.$$

Величина δ_j характеризует потери мощности за счет наличия избыточности при использовании j-го блока. Чем выше избыточность для рассматриваемого варианта блока, тем выше значение величины δ_j. Следовательно, величиной δ_j можно характеризовать качество подобранных видов структур и их количественное соотношение в формируемом варианте блока. При этом оценка δ_j не зависит от частот использования структур в схемах и частоты использования блока P_j. Для того, чтобы величина δ_j не зависела от мощности блока, в качестве оценки примем отношение δ_j/m_j^0. Тогда вопрос о возможности включения j-го блока в формируемое множество можно решать проверкой условия

$$\frac{\delta_j}{m_j^0} 100 \leqslant \delta^0, \qquad (7)$$

где δ^0 — допустимое отклонение мощности сформированного блока от средней мощности идеального блока, выраженное в процентах.

Величиной δ^0 можно регулировать количество вариантов блоков в формируемом множестве. Если для j-го блока условие (7) выполняется, то данный блок включается в множество.

Полученная выше оценка хорошо реагирует на избыточность блока и для рассматриваемой совокупности структур позволяет выбрать наилучший вариант блока, независимо от полученной при этом его частоты. Использование такой оценки сводит к минимуму возможную частоту включения структур одного вида в блоки УНБ, так как блоки формируются таким образом, чтобы по возможности одним видом блока покрыть множество структур в схемах, составляющих данный блок. В ряде случаев это приводит даже к нежелательным явлениям.

Так, например, структуры с низкой и высокой частотами использования в схемах имеют мало шансов на объединение в одном блоке. Для иллюстрации сказанного выше рассмотрим схему, содержащую помимо прочих два вида структур с частотами $a_{11} = 2$, $a_{12} = 13$ и мощностями 4 и 2 соответственно. Наилучший вариант блока в данном случае содержит одну структуру 1-го вида и 6 структур 2-го. Такой вариант может оказаться неприемлемым из-за ограничений на допустимую мощность. Вариант блока, содержащий по одной структуре первого и второго вида, может оказаться необходимым, но по условию (7) не может быть включен в множество. Однако этот и ряд других недостатков могут быть устранены введением в алгоритм формирования множества блоков соответствующих условий и ограничений.

Алгоритм формирования множества вариантов блоков

Основными ограничениями, которые необходимо учитывать при формировании вариантов блоков, являются ограничения на мощность блока и количество внешних входов и выходов. Ранее было отмечено, что в данной работе рассматривается задача проектирования УНБ в условиях, когда мощность блока не задана. Это означает, что задан лишь возможный диапазон изменения мощности блоков. В общем случае таких диапазонов может быть несколько, поэтому алгоритм формирования блоков должен предусматривать возможность формирования лишь таких блоков, которые встраиваются по мощности в один из заданных диапазонов.

Таким образом, имеется последовательность $m_1^1 - m_2^1$, $m_1^2 - m_2^2, \ldots$, $m_1^\kappa - m_2^\kappa, \ldots, m_1^D - m_2^D$ диапазонов мощностей. Каждый сформированный вариант блока должен удовлетворять условию для одного из диапазонов множества D, например κ-го

$$m_j^\kappa \leqslant m_j \leqslant m_2^\kappa. \tag{8}$$

Кроме того, каждому κ-му диапазону мощностей в общем случае может соответствовать некоторое допустимое количество входов и выходов f_β^κ и f_α^κ соответственно. Тогда помимо условия (8) для j-го варианта блока, соответствующего κ-му диапазону мощностей, должно выполняться условие

$$f_{\beta j} \leqslant f_\beta^\kappa, \ f_{\alpha j} \leqslant f_\alpha^\kappa, \tag{9}$$

где $f_{\beta j}$, $f_{\alpha j}$ — количесство входов и выходов в рассматриваемом j-м варианте блока соответственно.

В каждом конкретном случае в зависимости от технологических условий и постановки задачи количество диапазонов и различных величин f_β и f_α может меняться. В частности, может иметь место всего лишь один диапазон изменения мощности и соответственно одно значение величин f_β и f_α либо несколько диапазонов мощностей и постоянная величина числа входов и выходов.

Формирование множества вариантов блоков осуществляется перебором всех возможных комбинаций объединения типовых структур в блоки и выбора среди них комбинаций, удовлетворяющих ограничениям (8), (9) и условию качества (7). Процесс формирования возможных комбинаций из двух и трех структур для случая, когда имеется 4 вида структур, представлен графом на рис. 2.

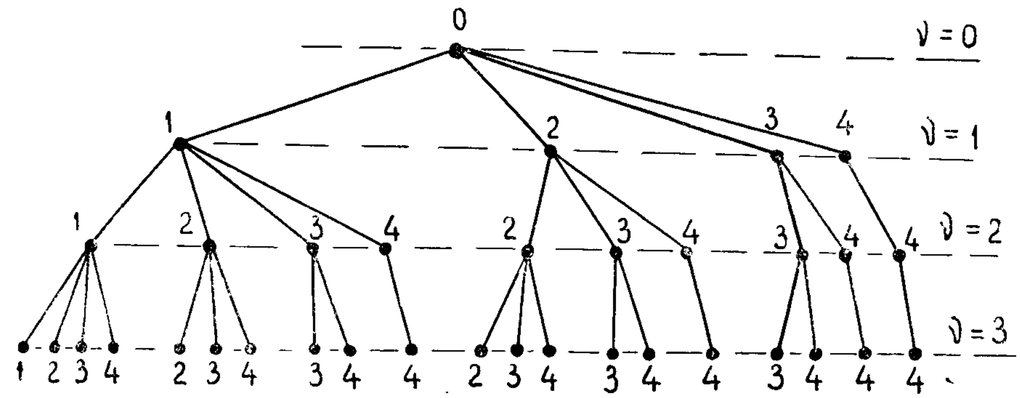

Рис. 2.

Совокупность вершин любой ветви дерева с началом в нулевой вершине соответствует возможному варианту блока, содержащему структуры с номерами соответствующих вершин ветви. Граф на рис. 2 содержит 30 возможных вариантов блоков, каждый из которых состоит из 2-х либо 3-х структур. В общем случае при наличии W видов структур, количество возможных вариантов блоков с числом структур, изменяющимся в интервале от ν_{min} до ν_{max} может быть определено по выражению

$$\sum_{\nu=\nu_{min}}^{\nu_{max}} C_{W+\nu-1}^{\nu}, \tag{10}$$

где $C_{W+\nu-1}^{\nu}$ — число сочетаний из $W+\nu-1$ по ν. Так, для условий рассмотренного выше примера ($W=4$, $\nu_{min}=2$, $\nu_{max}=3$) общее количество возможных вариантов, подсчитанных по формуле (10), составит

$$C_{4+2-1}^{2} + C_{4+3-1}^{3} = 10 + 20 = 30.$$

Для $W=10$, $\nu_{min}=2$, $\nu_{max}=5$ количество возможных вариантов составит уже 2992. Очевидно, что для реальных задач, в которых, как правило, 20—30 видов структур, формирование всех возможных вариантов блоков и оценка их качества потребует значительных затрат машинного времени. Поэтому алгоритм формирования множества вариантов блоков предусматривает ряд мер по сокращению числа перебираемых вариантов. В ходе формирования варианта может оказаться, что его мощность равна или превышает мощность m_2^D. В этом случае наращивать такой вариант присоединением других структур не имеет смысла. Продолжение наращивания вариантов не имеет смысла также и в случае превышения для них максимально допустимого количества входов и выходов.

Существенное сокращение переборов достигается также за счет отбрасывания некачественных вариантов. Возможность исключения из рассмотрения плохих вариантов можно пояснить следующим образом. Пусть некоторый j-й вариант блока содержит множество структур A_j^{ν} и не удовлетворяет условию качества (7). Спрашивается, можно ли из дерева вариантов исключить соответствующую вершину и тем самым отбросить все возможные варианты, построенные через данную вершину. Очевидно, что среди отброшенных вариантов могут найтись такие, которые удовлетворяют необходимым условиям и должны быть включены в формируемое множество. Рассмотрим один из таких вариантов с множеством структур A_k^0. При этом $A_j^0 \subset A_k^0$, так как вариант A_k^0 построен на основе варианта A_j^0. Улучшение качества варианта A_j^0 после добавления к нему множества структур $A_k^0 \setminus A_j^0$ может произойти только лишь в случае, если сочетание структур множества $A_k^0 \setminus A_j^0$ и одной или нескольких структур множества A_j^0 оказалось крайне благоприятным и дает хорошую оценку качества. Таким образом, комбинация структур $A_k^0 \setminus A_j^0 \cup \overline{A}_j^0$, где $\overline{A}_j^0 \subset A_j^0$, как самостоятельный вариант имеет хорошую оценку, настолько хорошую, что при расширении его за счет даже неблагоприятных структур $A_j^0 \setminus \overline{A}_j^0$ удовлетворяет условию качества.

Здесь важно заметить, что при использовании блока с множеством структур A_k^0 основную избыточность будут давать структуры $A_j^0 \setminus \overline{A}_j^0$. Для такого блока множество структур $A_j^0 \setminus \overline{A}_j^0$ является лишним. Вместе с тем вариант с множеством структур $A_k^0 \setminus A_j^0 \cup \overline{A}_j^0$ будет сформирован независимо от варианта A_j^0, а структуры $A_j^0 \setminus \overline{A}_j^0$ должны и могут быть объединены в вариант с более благоприятными структурами. Подобные рассуждения можно распространить на все варианты, построенные на основе расширения варианта A_j^0. Следовательно, можно сделать вывод о правомерности исключения из рассмотрения всех вариантов, построенных на основе расширения варианта с недопустимо низким качеством.

Перечисленные выше возможности по сокращению числа перебираемых вариантов позволяют построить эффективный алгоритм формирования рациональных вариантов блоков. Алгоритм строится таким образом, что очередной вариант формируется на основе анализа множества структур предшествующего варианта, то есть для формирования вариантов ν-го уровня нет необходимости помнить все варианты $\nu - 1$-го уровня. Если очередной полученный вариант попадает под исключение из рассмотрения по указанным выше соображениям, то осуществляется попытка формирования рационального варианта путем замены последней структуры полученного варианта на очередную. Если окажется, что все структуры перебрали, то производится исключение двух последних структур и процесс расширения оставшегося множества продолжается. Например, если для графа, представленного на рис. 2, вариант {1, 2, 2} подлежит исключению, то следующим рассматривается вариант {1, 2, 3}.

Если исключению подлежит вариант {1, 2, 4} (последнюю структуру нечем заменить), то исключаются две последние структуры {2, 4} и следующим рассматривается вариант {1, 3}. В случае, если вариант {1, 2, 3} удовлетворяет всем необходимым условиям, то есть включен в формируемое множество, то следующим рассматривается вариант {1, 2, 2, 2}. Процесс перебора заканчивается, если не удается расширить вариант, содержащий только структуры последним номером. Для рассмотренного примера это номер 4.

Для увеличения числа вариантов в формируемом множестве, для вариантов, исключаемых по условию качества, в алгоритме можно предусмотреть дополнительную проверку условия

$$\frac{\delta_j}{m_j^0} 100 \leqslant \overline{\delta}_0, \quad \text{где} \quad \overline{\delta}_0 > \delta_0. \tag{11}$$

Величина $\overline{\delta}_0$ вводится с целью исключения лишь тех вариантов, которые имеют значительное отклонение оценки качества от допустимого значения. Это позволяет в целом расширить возможности выбора в после·

дующем блоков унифицированного набора без повышения величины допустимой оценки δ_0.

В качестве основных шагов алгоритма можно выделить следующие:

1. Формирование очередного варианта блока.

2. Осуществление проверки условий (9). Если условие (9) выполняется, то управление передается на 3. При невыполнении условия (9) вариант исключается из рассмотрения и управление передается на 5.

3. Вычисление оценки и проверка условия (7). При выполнении условия вариант включается в формируемое множество и управление передается на 5. Если условие не выполняется, то на 4.

4. Проверку условия (11). Если условие выполняется, то вариант включается в множество и управление передается на 5. Если условие не выполняется, то вариант исключается и выполняется 5.

5. Осуществление проверки, все ли варианты перебраны. Если все, то выполняется 6, если не все варианты перебраны, то управление передается на 1.

6. Печать необходимых данных. Конец алгоритма. Помимо комбинации структур, составляющих вариант блока, на печать выдается мощность блока, его повторяемость и значение оценки. На этом заканчивается формирование множества рациональных вариантов блоков, среди которых выбираются блоки унифицированного набора.

Выбор минимальной номенклатуры блоков при заданной избыточности

Задача выбора минимальной номенклатуры блоков при заданной избыточности является заключительной в рассмотренной выше последовательности задач, связанных с проектированием УНБ. Наличие этой задачи делает рассматриваемый в настоящей работе метод проектирования во многом отличающимся от предложенного в работах [1, 2, 3]. От того, насколько успешно решена данная задача, в значительной степени будет определяться качество УНБ.

Ранее отмечалось, что в указанных работах УНБ проектировался в условиях наличия значительной по объему выборки схем и был ориентирован на использование не только при реализации анализируемой выборки, но и при реализации схем подобного класса. Напротив, УНБ, полученный на основе малой выборки (в том числе для одной схемы), не может и не должен ориентироваться на эффективное использование при разработке последующих схем. Разумеется, что полученный таким образом УНБ с успехом может применяться и в последующих схемах, но управлять этой возможностью при проектировании УНБ на основе выборки, например, в две схемы не представляется возможным. Это позволяет сделать вывод о целесообразности тщательного учета специфики конкретных данных о частотах использования ТС в схемах при решении рассматриваемой задачи. Указанное обстоятельство в значительной степени сужает применимость полученных блоков для других схем, но вместе с тем позволяет достигнуть более качественного решения.

Из сказанного следует, что выбор оптимальной совокупности блоков из сформированного множества необходимо проводить из условия достижения наилучшего их использования при реализации анализируемых схем. Следовательно, задача выбора блоков оптимальной совокупности (блоков УНБ) должна рассматриваться совместно с анализом качества их использования для реализации схем. Понятно, что полученный таким образом УНБ будет наилучшим (в соответствии с установленным критерием) для схем выборки, так как учитывает все количественные соотношения частот использования типовых структур в схемах без какого-либо их усреднения.

Рассмотрим наиболее существенные требования, которым должна отвечать выбранная совокупность блоков. Прежде всего это требование минимальной номенклатуры блоков. Вторым требованием является минимальная суммарная избыточность, которую дают блоки выбранной совокупности при реализации схем. Очевидно, что требование минимальной номенклатуры и минимальной избыточности является противоречивым, так как сокращение числа видов блоков приводит к увеличению избыточности.

Характер связи между величинами номенклатуры и избыточности в соответствующих условиях формирования был установлен в [3]. Эта зависимость носила экспоненциальный характер. В указанных работах на основе полученной зависимости с использованием экономических показателей была найдена оптимальная величина номенклатуры и получающейся при этом избыточности. В данной работе предлагается рассматривать задачу выбора оптимальной совокупности блоков как задачу минимизации номенклатуры блоков при заданной избыточности. Такая постановка имеет ряд практических преимуществ.

Имеется возможность проследить зависимость между номенклатурой и избыточностью при наличии большой выборки блоков в условиях, когда избыточность является ограничением, а номенклатура минимизируется. В ряде случаев технические показатели проектируемых устройств являются решающими и практически устанавливаются вне зависимости от экономических. Например, показатель избыточности часто не может превышать некоторого допустимого значения.

Выбранная совокупность блоков должна покрывать все типовые структуры схем выборки. Это третье требование может рассматриваться и менее жестко. Например, можно ограничиться требованием максимального покрытия структур, принося в жертву некоторые из них для более полного удовлетворения других требований.

Следует также отметить необходимость того, чтобы блоки выбранной совокупности были по возможности более мощными. В ряде случаев это требование может и не учитываться, так как диапазоны возможных значений мощности блоков учитывались при формировании множества блоков, а предпочтения более крупным блокам не дается. Перечисленные выше требования в каждом конкретном случае могут уточняться в зависимости от конкретных условий решаемой задачи унификации.

Анализируя перечень приведенных выше требований, которым должна удовлетворять выбранная совокупость блоков, приходим к выводу, что за основу построения модели решения данной задачи необходимо принять модель математического программирования. Этот вывод диктуется прежде всего необходимостью решения задачи реализации схем блоками сформированного множества. Применительно к одной схеме подобная задача рассмотрена в работе [4] с оптимизацией по критерию минимума избыточности. В данном случае постановка задачи должна учитывать большее число требований, которые приводят к значительному усложнению задачи.

Среди перечисленных требований с точки зрения формализации наибольшие трудности представляет минимизация номенклатуры блоков. Требования покрытия всех структур схем при заданном значении допустимой избыточности учитываются ограничениями.

Поставим в соответствие каждому j-му виду блоков сформированного множества переменную x_{js}, $j = 1, 2, ..., n$; $s = 1, 2, ...S$, которая определяет количество блоков j-го вида используемых при покрытии структур s-й схемы. Тогда требование покрытия всех структур схем в формализованном виде может быть записано следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n} a\omega_j x_j^s \geqslant b_\omega^s, \ \omega = 1, 2, \dots, \ W; \ \ s = 1, 2, \dots, \ S, \tag{12}$$

где $a_{\omega j}$ — количество структур ω-го вида, содержащихся в j-м блоке;

b_ω^s — количество структур ω-го вида, содержащихся в s-й схеме;

W — число видов типовых структур, полученных при структурном анализе схем.

Суммарную избыточность, которую дает множество блоков, необходимое для покрытия всех структур схем, удобно выразить через суммарную избыточную мощность. Суммарная мощность блоков, используемых при покрытии схем, определяется по выражению

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{n} m_j x_j^s , \tag{13}$$

где m_j — мощность блока j-го вида.

Суммарную мощность структур схем можно подсчитать по выражению

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{\omega=1}^{W} m_\omega b_\omega^s = P, \tag{14}$$

где m_ω — мощность структуры ω-го вида.

Суммарная избыточная мощность, получающаяся при покрытии схем, определяется как разность между суммарной мощностью блоков и суммарной мощностью структур схем P

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{n} m_j x_j^s - P. \tag{15}$$

Величина избыточной мощности, подсчитанной по выражению (15), зависит от качества выбора необходимой совокупности блоков для покрытия схем и от суммарной мощности P. Качество покрытия безотносительно к мощности P можно определить по выражению

$$\frac{1}{P} \sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{n} m_j x_j^s - 1. \tag{16}$$

Тогда ограничение на допустимую избыточность при покрытии схем запишется в виде

$$\frac{1}{P} \sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{n} m_j x_j^s - 1 \leqslant P_и, \tag{17}$$

где $P_и$ — коэффициент допустимой избыточности, характеризующий превышение суммарной мощности блоков, выбранных для покрытия всех структур схем над суммарной мощностью структур схем. Величина коэффициента $P_и$ устанавливается в зависимости от конкретных условий и, как правило, колеблется в интервале $0 \leqslant P_и \leqslant 0{,}2$.

При формировании целевой функции необходимо учесть два фактора — минимизацию номенклатуры выбранной совокупности блоков и предпочтение более мощным блокам. Снижение номенклатуры блоков достигается при выборе такой совокупности блоков, для которой число случаев выполнения условия

$$\sum_{s=1}^{S} x_j^s > 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{18}$$

является минимальным.

Введем переменную σ_j, которая принимает значение 1 при выполнении условия (18) и 0 в противном случае. Тогда целевая функция с учетом указанных выше двух факторов может быть записана следующим образом:

$$\min L = \beta_\sigma \sum_{j=1}^{n} \sigma_j + \beta_m m^* \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{m_j} \sigma_j, \quad \beta_\sigma + \beta_m = 1, \tag{19}$$

где β_σ, β_m — весовые коэффициенты, учитывающие степень влияния фактора номенклатуры и мощности соответственно на величину целевой функции L,

m_j — мощность блоков j-го вида,

m^* — средняя мощность блоков сформированной совокупности, определяется по выражению

$$m^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} m_j . \tag{20}$$

Полученная задача минимизации функции (19) при ограничениях (12), (17) является нелинейной и целочисленной задачей большой размерности. Условие целочисленности вытекает из реальной возможности использования блока как неделимой конструктивной единицы. Эффективных методов решения подобных задач в настоящее время нет. Некоторое упрощение данной задачи можно получить путем сведения ее к задаче квадратичного программирования. Очевидно, что с уменьшением номенклатуры повышаются частоты использования блоков одного и того же вида. Поэтому при решении задачи покрытия схем для сокращения номенклатуры блоков необходимо поощрять j-й вариант блока в зависимости от величины r_j

$$r_j = \sum_{s=1}^{S} x_j^s. \tag{21}$$

В качестве меры поощрения необходимо принять некоторую функцию $f(r_j)$. Тогда рассматриваемая выше задача может быть сформулирована следующим образом. Максимизировать функцию

$$\sum_{j=1}^{n} m_j f(r_j) \sum_{s=1}^{S} x_j^s = L\,(\max), \tag{22}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{\omega j}\, x_j^s \geqslant b_\omega^s, \quad \omega = 1, 2, \ldots, W; \quad s = 1, 2, \ldots, S, \tag{12'}$$

$$\frac{1}{P} \sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{n} m_j\, x_j^s - 1 \leqslant P_\text{и}, \tag{17'}$$

$$x_j^s \geqslant 0, \; j = 1, 2, \ldots, n; \; s = 1, 2, \ldots, S, \tag{23}$$

$$x_j^s \text{ — целые для всех } j \text{ и } s. \tag{24}$$

Если в (22) функция $f(r_j)$ линейная, то имеем задачу квадратичного программирования. В качестве линейной функции $f(r_j)$ может быть принята, например, функция следующего вида:

$$f(r_j) = \delta(r_j - 1) = \delta\left(\sum_{s=1}^{S} x_j^s - 1\right), \quad 0 < \delta \leqslant 1, \tag{25}$$

где δ — коэффициент, устанавливающий меру поощрения.

После подстановки в (22) функции $f(r_j)$ вида (25) получаем квадратичную форму

$$\max L = \sum_{j=1}^{n} m_j \delta\left(\sum_{s=1}^{S} x_j^s - 1\right) \sum_{s=1}^{S} x_j^s. \tag{26}$$

Наличие в целевой функции (26) величины мощности j-го блока m_j позволяет выбирать более мощные блоки.

Для решения задачи квадратичного программирования могут быть использованы известные методы [5]. Вопросы практического использования блоков унифицированного набора изложены в работе [4] и получение решений, близких к оптимальному, в этих задачах не представляет принципиальных трудностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Погребной, В. З. Ямпольский. Проектирование унифицированного набора блоков для заданного класса функциональных схем вычислительных устройств. Известия ТПИ, т. 269, Томск, 1972.

2. Автоматизация проектирования вычислительных устройств на элементах интегральной микроэлектроники. Отчет по НИР. Томск, ТПИ, 1971.

3. В. К. Погребной. Разработка и исследование алгоритмов автоматизации технического этапа проектирования вычислительных устройств. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Томск, ТПИ, 1970.

4. В. К. Погребной. Покрытие схем вычислительных устройств блоками унифицированного набора. Известия ТПИ, т. 211, Томск, 1970.

5. Дж. Хэдли. Нелинейное и динамическое программирование. М., «Мир», 1967.

6. В. К. Погребной. Структурный анализ функциональных схем вычислительных устройств. (См. наст. сборник, стр. 21.).