ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 290 1974

РАНЖИРОВАНИЕ ПОТОКОВ ДЕТАЛЕЙ МЕЖДУ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯМИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Л. В. ПЕРФИЛЬЕВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры АСУ и лаборатории управления)

При математическом исследовании функционирования основного производства приборостроительного предприятия с большой номенклатурой деталей (до нескольких тысяч), используемых для изготовления выпускаемой продукции, важной задачей является задача анализа потоков деталей и узлов между подразделениями предприятия (между заготовительными цехами, заготовительными и сборочными цехами). При этом значительный интерес может представлять решение вопроса оценки или ранжирования важности этих потоков.

Информация о потоках между подразделениями может быть представлена в виде графа Г. Вершинами графа являются цеха, направленными дугами — потоки деталей и узлов. Под каждой дугой подразумевается суммарный поток деталей и узлов всех типов для одного направления, который имеет место между двумя подразделениями. Объем этого потока может быть представлен выражением

$$Y_{\kappa s} = \sum_{l \in L} Z^{l}_{\kappa s}, \tag{1}$$

где L — множество типов деталей и узлов,
$\kappa = 1, 2, \dots, m,$ — номер подразделения,
$s = 1, 2, \dots, m,$ — номер подразделения,
$\kappa \neq s$
l — номер типа детали или узла,
$Z^{l}_{\kappa s}$ — количество деталей и узлов l-го типа, поступающее от κ-го подразделения s-му.

Задача заключается в том, чтобы проранжировать по степени важности суммарный поток между каждыми двумя вершинами графа Г.

Для каждого типа деталей и узлов может быть составлен граф Γ_e отражающий последовательность прохождения деталей по цехам. Путем наложения графов Γ_e может быть получен описанный выше суммарный граф Г.

Каждый κ-й цех характеризуется величиной $P^{l}_{\kappa s}$ — ресурсами κ-го цеха, необходимыми для обработки одной детали l-го типа, поступающей из κ-го цеха в s-й цех. Все множество вершин суммарного графа обозначим через κ. Среди этого множества можно выделить подмножества κ_l, вершины которых соответствуют цехам, обрабатывающим детали l-го типа. Тогда упорядоченная последовательность дуг (κs), для которых вершины κ, $s \in \kappa_l$, составляет путь, по которому проходят детали l-го типа, последовательно обрабатываясь в соответствующих цехах.

Очевидно, что срыв в работе любого из цехов приводит к срыву в работе, прежде всего, тех цехов, в которые поступает продукция этого цеха. Следовательно, работа каждого цеха зависит от работы предыдущих цехов, через которые при обработке проходила деталь. В этом смысле каждая дуга $(\kappa_1 s_1)$ зависит по параметру l (где l—тип детали) от предыдущих дуг упорядоченной последовательности, состоящей из дуг (κs), для которых выполняется условие κ, $s \in \kappa_l$. Эту зависимость будем выражать доминированием. Т. е. если среди упорядоченной последовательности дуг (κs), для которых κ, $s \in \kappa_l$, дуга $(\kappa_1 s_1)$ предшествует дуге (κ_2, s_2), то будем считать, что дуга $(\kappa_1 s_1)$ доминирует над дугой $(\kappa_2 s_2)$ по параметру l_1 и это будем обозначать как $(\kappa_1 s_1) \underset{l_1}{>} (\kappa_2 s_2)$. Необходимо отметить, что в другом конкретном случае могут быть использованы другие соображения для установления доминирования потоков.

Как отмечалось, суммарный поток между двумя цехами представляет собой совокупность отдельных потоков, характеризующихся параметром l. Часть из этих потоков может доминировать по параметру $l_1 \in L$ над потоками между другими цехами, для другой части могут существовать потоки, которые доминируют над потоками этой части по параметру $l_2 \in L$; $l_1 \neq l_2$. В связи с этим возникает задача построения метода, позволяющего с учетом доминирования по отдельным параметрам l произвести ранжирование потоков между подразделениями.

Следует отметить, что такой метод должен учитывать тот факт, что доминирования по различным параметрам $l \in L$ не равноценны. Эта неравноценность для рассматриваемого случая обусловливается различием в суммарных ресурсах, которые расходуются подразделениями для обработки деталей каждого из типов $l \in L$. То есть срыв в работе какого-либо подразделения тем ощутимее сказывается на всей системе (следовательно, тем существеннее доминирование), чем большее количество ресурсов не может быть реализовано в срок из-за этого срыва. Ресурсы, необходимые для обработки всех деталей l-го типа, могут быть подсчитаны по выражению

$$P_l = \sum_{p,\, s\, \in\, K_l} Z^l_{\kappa s} P^l_{\kappa s}\,. \tag{2}$$

Суммарные ресурсы всей системы равны

$$P = \sum_{l \in L} \sum_{\kappa \in K} Z^l_{\kappa s}\ P^l_{\kappa s}. \tag{3}$$

В качестве метода, позволяющего произвести ранжирование потоков между подразделениями, может быть использован метод, в основе которого лежит схема построения графа попарного доминирования объектов по заданным параметрам и выбора решения по этому графу с помощью одного из известных способов.

Задача ранжирования может быть решена поэтапно. На первом этапе устанавливается порядок предпочтения объектов по каждому из параметров (ранжирование объектов по параметру). Одним из способов решения задачи на первом этапе является попарное сравнение объектов [1, 2] и построение графа попарного доминирования. На втором этапе определяются весовые коэффициенты параметров $l \in L$, отражающие их важность. На третьем этапе производится ранжирование или оценивание объектов на основании результатов совмещения предпочтений объектов по каждому параметру.

Граф попарного доминирования Γ'_l для каждого типа деталей l может быть получен на основе графа Γ_l с использованием соотношений следующим образом.

Вершинами графа Γ'_l являются дуги графа Γ_l. Вершины i и j графа Γ'_l связываются дугой, направленной от i к j, если дуга графа Γ_l, соответствующая вершине i в графе Γ'_l, доминирует по параметру l над дугой графа Γ_l, соответствующей вершине j в графе Γ'_l.

Объединение графов Γ'_l образует мультиграф попарного доминирования, который может быть сведен к униграфу или вероятностному графу.

В мультиграфе попарного доминирования каждой дуге, соответствующей одному из значений параметра l, поставлен в соответствие V_l — вес параметра l, вычисляемый по выражению

$$V_l = \frac{\sum\limits_{\kappa,\, s \in K_l} Z^l_{\kappa s}\, P^l_{\kappa s}}{\sum\limits_{l \in L} \sum\limits_{\kappa,\, s \in K} Z^l_{\kappa s}\, P^l_{\kappa s}}, \tag{4}$$

где K_l — множество цехов, обрабатывающих детали и узлы l-го типа;
K — множество цехов;
L — множество типов деталей и узлов.

Обозначим через $\sum\limits_{l} V_l^{(ij)}$ сумму весов, соответствующих всем дугам между двумя вершинами i и j преобразуемого мультиграфа, а через $\sum\limits_{l \in D} V_l$ — сумму весов параметров, принадлежащих множеству D, для всех элементов которого выполняется условие $i > j$.

От мультиграфа осуществляется переход к униграфу, в котором проводится дуга (ij), если выполняется условие

$$\frac{\sum\limits_{l \in D} V_l}{\sum\limits_{l} V_l^{(ij)}} > 1. \tag{5}$$

Если в выражении (5) имеет место знак меньше, то проводится дуга (ji), а в случае равенства проводятся две дуги (ij) и (ji).

Не представляет труда построить матрицу смежности такого графа. Элементы этой матрицы равны

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если существует дуга } (ij), \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Вероятностный граф может быть получен, если каждой дуге (ij) и (ji) поставить в соответствие значение вероятности, вычисляемой по выражениям

$$P(i, j) = \frac{\sum\limits_{l \in D} V_l}{\sum\limits_{l} V_l^{(i,\, j)}}, \tag{6}$$

$$P(j, i) = 1 - P(i, j), \tag{7}$$

При таком графе отношение доминирования характеризуется квадратной матрицей $P = \|P_{ij}\|$.

Метод ранжирования потоков деталей и узлов в значительной мере определяется формой представления информации о доминировании. Для решения задачи ранжирования при использовании информации вероятностного графа может быть использован метод, предложенный в [3], который основан на идеях теории мерковских процессов.

Для ранжирования потоков с использованием информации униграфа может быть использован метод, основанный на идеях дискретного программирования [4].

При этом задача ранжирования объектов решается как задача минимизации суммарной величины потерь, если ранжирование производится по степени возрастания предпочтительности объектов. Суммарные потери при ранжировании могут быть определены по выражению

$$C = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n-1} \sum_{\nu>\mu}^{n} x_{i\mu}\, a_{ij}\, x_{j\nu}, \tag{8}$$

где a_{ij} — элементы матрицы смежности графа попарного доминирования размерностью $n \times n$;

$\mu, \nu = \overline{1, n}$ — номера рангов ранжируемых объектов;

$x_{i\mu}$ и $x_{j\nu}$ — искомые булевые переменные.

$$x_{i\mu} = \begin{cases} 1, & \text{если объекту } i \text{ приписан ранг } \mu, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Аналогично для $x_{j\nu}$.

Минимизация выражения (8) осуществляется при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i\mu} = 1; \tag{9}$$

$$\sum_{\mu=1}^{n-1} x_{i\mu} = 1. \tag{10}$$

Ограничение (9) означает, что на любом μ-м месте может быть лишь один объект i; ограничение (10) означает, что любой i-й объект может находиться лишь на одном месте.

Необходимо отметить, что при ранжировании объектов в случае, когда имеется количественная информация об объектах (например, задана матрица $\|P_{ij}\|$), можно, используя эту информацию, осуществить оценку объектов.

Вышеописанная постановка задачи дискретного программирования может быть использована и в случае, когда информация о доминировании объектов задана в виде вероятностного графа.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Л. Гофман, Н. Б. Руссман. Некоторые приложения задачи о расстановке приоритета. «Экономика и математические методы», т. V, № 3. 1969.
2. О. И. Ларичев. Человеко-машинные процедуры принятия решений. «Автоматика и телемеханика», № 12, 1971.
3. И. А. Ушаков. Задача о выборе предпочтительного объекта. Известия АН СССР, «Техническая кибернетика», № 4, 1971.
4. В. З. Ямпольский, И. П. Макаров, В. А. Сучков. Метод принятия сложного решения на основе попарного сравнения альтернатив. Доклады VI симпозиума по кибернетике, ч. III, Тбилиси, 1972.