ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 293 1977

УДК 681.172.088

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

В. С. МОСКВИН, В. К. ЯСЕЛЬСКИЙ, Е. М. БЕЛОВ

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

Для определения величины интервала $\Delta t_э$, на котором погрешность вычисления экстраполированного значения функции не превышает допустимого значения φ_{max} (рис. 1), можно воспользоваться оценками погрешности интерполирования [1].

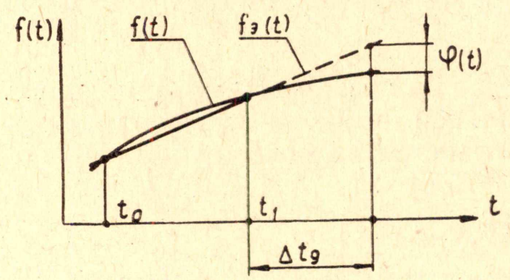

Рис. 1. Кривые изменения $f(t)$ и $f_э(t)$

Применение для решения указанной задачи интерполяционных формул Стирлинга и Бесселя следует признать целесообразным, поскольку в рассматриваемом случае имеет место экстраполирование вперед. Наиболее приемлемой является формула Ньютона.

Рассмотрим случаи, когда интервалы интерполирования и экстраполяции не равны между собой.

Обозначив значения функции в узлах интерполирования через $f(t_i)$, где $i = 0, 1, 2, \dots,$ — разность между точным значением функции $f(t)$ и ее приближенным (экстраполированным) значением, $f_э(t)$ можно представить в виде

$$\varphi_n(t) = f(t) - \sum_{\nu=0}^{n} \prod_{\kappa=0}^{\nu-1} (t - t_\kappa) f(t_0, t_1, \dots, t_\nu). \quad (1)$$

Анализ приведенного выражения показывает, что

$$\varphi_n(t) = \sum_{\kappa=0}^{n} (t - t_\kappa) f(t, t_0, t_1, \dots, t_n). \quad (2)$$

Поскольку для узлов интерполирования $\varphi_n(t_0) = 0, \dots, \varphi_n(t_n) = 0$, то, воспользовавшись теоремой Ролля и проведя некоторые преобразования, можно записать

$$f(t, t_0, \dots, t_n) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}, \quad (3)$$

где ξ обозначает промежуточное значение аргумента, лежащее между числами $t, t_0, t_1, \dots, t_n$.

На основании этого получаем, что

$$\varphi_n(t)=\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\prod_{\text{к}=0}^{n}(t-t_{\text{к}}). \tag{4}$$

Поскольку в рассматриваемом случае имеет место линейная экстраполяция ($n=1$), то выражение (4) следует переписать в виде

$$\varphi_n(t)=\frac{f^{(2)}(\xi)}{2!}\prod_{\text{к}=0}^{1}(t-t_{\text{к}}). \tag{5}$$

Абсолютную погрешность $\varphi_{\text{э}}(t)$ определения экстраполированного значения функции за промежуток времени $\Delta t_{\text{э}}$ можно представить соотношением

$$\varphi_{\text{э}}(t)=\frac{\varphi_{\text{отн}}\cdot|f(t)|_{\max}}{100}, \tag{6}$$

где $\varphi_{\text{отн}}$ — относительная приведенная погрешность определения экстраполированного значения параметра;

$|f(t)|_{\max}$ — максимальное значение экстраполируемой функции.

Анализ выражений (5) и (6) показывает, что максимальное значение интервала экстраполяции, удовлетворяющее поставленным требованиям точности, может быть определено из решения уравнения вида

$$\frac{|f^{(2)}(t)|_{\max}}{2!}\prod_{\text{к}=0}^{1}(t-t_{\text{к}})-\frac{\varphi_{\text{отн}}|f(t)|_{\max}}{100}=0. \tag{7}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. М., «Наука», 1966.