ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 293 1977

УДК 681.172.088

ОЦЕНКА ИНТЕРВАЛА ВРЕМЕННОГО КВАНТОВАНИЯ ПРИ ДИСКРЕТНОМ ИЗМЕРЕНИИ СКОРОСТИ МЕДЛЕННО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ СИГНАЛОВ

В. К. ЯСЕЛЬСКИЙ, В. С. МОСКВИН

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

Определение производной по времени медленно изменяющегося сигнала со спектром частот от нуля до нескольких герц имеет определенные особенности. Сигнал производной в этом случае мал, а приемное устройство имеет конечную чувствительность. Поэтому дифференциатор должен обеспечивать значительное усиление сигнала производной. Инерционность же дифференциатора имеет меньшее значение.

Достаточно полно данным условиям удовлетворяют дифференциаторы дискретного действия, в которых операция дифференцирования заменяется определением приращения входной величины за конечный промежуток времени [1].

При построении указанных дифференциаторов возникает задача определения интервала временного квантования сигнала, удовлетворяющего требуемой точности вычисления производной.

Оценим погрешность дискретного измерения скорости для функции $f(t)$. Предположим, что в начальный момент времени t, предшествующий определению производной, устройством измеряется и запоминается величина $f(t)$. Через фиксированный интервал времени измеряется и запоминается новое значение величины $f(t+\Delta t)$. Далее определяется конечная разность первого порядка

$$f'(t) \approx \frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}, \qquad (1)$$

которую считаем измеренной скоростью.

С учетом того, что измерение функции $f(t)$ производится с определенной статической погрешностью φ_c, разность между вычисленной и истинной скоростью

$$\varphi = \frac{f(t+\Delta t) \pm \varphi_c - f(t) \pm \varphi_c}{\Delta t} - f'(t) \qquad (2)$$

характеризует погрешность дискретного измерения скорости [2].

Максимальное значение этой погрешности равно

$$\varphi_{max} = \frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t} - f'(t) + \frac{2\varphi_c}{\Delta t}. \qquad (3)$$

Формулу (3) можно применить для оценки величины интервала $\Delta t_{опт}$, обеспечивающей минимальный верхний предел погрешности измерения скорости при заданной величине φ_c. Для этого в выражении (3) функцию $f(t+\Delta t)$ разложим в ряд Тейлора

$$f(t+\Delta t)=f(t)+\frac{\Delta t}{1!}f'(t)+\frac{\Delta t^2}{2!}f''(t)+\cdots \tag{4}$$

Ограничиваясь первыми тремя членами ряда, получим

$$\varphi_{\max}\approx\frac{1}{\Delta t}\left[\frac{\Delta t^2}{2!}\left|f''(t)\right|+2\varphi_c\right]. \tag{5}$$

Для оценки верхнего предела погрешности величину $|f''(t)|$ в выражении (5) заменим на $|f''(t)|_{\max}$.

Тогда

$$\varphi_{\max}\approx\frac{\Delta t}{2}\left|f''(t)\right|_{\max}+\frac{2\varphi_c}{\Delta t}. \tag{6}$$

Исследуя соотношение (6) на минимум по Δt, найдем, что

$$\Delta t_{\text{опт}}\approx 2\left(\frac{\varphi_c}{\left|f''(t)\right|_{\max}}\right)^{1/2}. \tag{7}$$

При оценке величины $\Delta t_{\text{опт}}$ согласно (7) необходимо знать аналитическое выражение исследуемой функции $f(t)$, что довольно часто является затруднительным. В этом случае целесообразно воспользоваться приближенным представлением сигнала при условии, что степень приближения не превосходит некоторых допустимых значений.

Обычно свойства спектра измеряемого сигнала таковы, что в некотором диапазоне частот от нуля до ω_c сосредоточена основная часть энергии спектра. За пределами же этого диапазона суммарная энергия спектра достаточно мала. Это допущение тем более оправдано, если функция $f(t)$ поступает на дифференциатор с выхода прибора (им может быть датчик измеряемой величины), являющегося фильтром для высших частот спектра функции.

Погрешность приближенного представления сигнала с неограниченным спектром оценивается относительной величиной среднеквадратичной ошибки, определяемой неравенством [3]

$$\left(\frac{E_m}{E}\right)^{1/2}\leqslant\left(\frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[f(t)-f_1(t)\right]^2dt}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}f^2(t)\,dt}\right)^{1/2}\leqslant 1{,}73\left(\frac{E_m}{E}\right)^{1/2}, \tag{8}$$

где E_m — энергия, заключенная в высокочастотной части спектра;

E — полная энергия спектра;

$f_1(t)$ — приближенная функция.

Неравенство (8) позволяет для заданного значения среднеквадратичной погрешности приближенного представления функции $f(t)$ определить максимальную частоту спектра ω_c.

Если считать входной сигнал функцией $f_1(t)$ с ограниченным спектром частот, то, применяя для оценки второй производной исследуемого сигнала неравенство Бернштейна, получим

$$\left|f''(t)\right|\leqslant\sup\left|f_1(t)\right|\cdot\omega_c^2. \tag{9}$$

Следовательно, для величины $\Delta t_{\text{опт}}$ можно записать

$$\Delta t_{\text{опт}}\geqslant 2\left(\frac{\varphi_c}{\sup\left|f_1(t)\right|\cdot\omega_c^2}\right)^{1/2}. \tag{10}$$

Зная численное значение допустимой статической погрешности, величина которой определяется, исходя из конкретных условий работы устройства, и максимальную частоту спектра входного сигнала, можно оценить величину оптимального интервала $\Delta t_{опт}$.

Следует заметить, что уточненное значение интервала Δt может быть найдено при более подробном анализе спектра исследуемого сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Дилигенский. Дифференцирование медленно изменяющихся сигналов. «Автоматика и телемеханика», 1960, т. 21, № 4.
2. В. А. Левидов, О. Н. Тихонов. О верхнем пределе погрешности дискретного измерения скоростей и ускорений. Изв. вузов СССР «Приборостроение», 1965, т. 18, № 3.
3. А. В. Солодов. Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля. М., «Наука», 1967.