ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 124 1964

О ЕДИНОЙ ФОРМУЛЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СОЕДИНИТЕЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

А. И. ВОЛКОВ, П. А. МАРЧЕНКО

(Представлено научным семинаром кафедр маркшейдерскго дела и геодезии)

До настоящего времени в маркшейдерской литературе (учебниках, справочниках, инструкциях) рассматривается вопрос о выборе формулы для решения соединительного треугольника в зависимости от его формы. Такой выбор был совершенно необходим, так как каждая из рекомендуемых формул имеет преимущество при решении только определенной формы треугольников. Так, техническая инструкция по производству маркшейдерских работ рекомендует применять формулу синусов для решения треугольников у которых $0° < A < 20°$ и $B > 160°$, в остальных случаях предлагается пользоваться формулой сторон.

В 1952 году при рассмотрении вопроса примыкания при ориентировании шахт инж. А. П. Белокрыс в своей статье [1] предложил новую формулу для решения соединительных треугольников. Особенностью этой формулы является то, что она не содержит стороны c. Это очень важное обстоятельство, так как сторона c (расстояние между отвесами) измеряется с меньшей точностью, чем другие стороны треугольника.

В 1956 году была опубликована работа [2] инженера П. Г.Шевердина, в которой автор предлагает применять для решения соединительных треугольников ту жеформулу, что и инженер А. П. Белокрыс Кроме того, в этой работе приводится анализ предлагаемой формулы и указывается область ее применения в сравнении с другими формулами.

Формула тангенсов, предложенная указанными выше авторами, имеет следующий вид:

$$\operatorname{tg} A = \frac{a \cdot \sin C}{b - a\cos C} \text{ и } \operatorname{tg} B = \frac{b \sin C}{a - b\cos C}. \tag{1}$$

Погрешность вычисленного угла A в этом случае равна:

$$M_A = \pm \frac{1}{C} \sqrt{(\sin^2 A + \sin^2 B)\, m_S^2 \rho^2 + a^2 M_C^2 \cos^2 B}\,, \tag{2}$$

где M_C — ошибка измерения угла C;

m_S — ошибка измерения сторон a и b.

Анализируя выражение [2] и аналогичные выражения при вычислении углов по формулам сторон и синусов, автор работы [2] совершенно справедливо приходит к выводу, что формула тангенсов, при любой форме треугольника дает лучшие (в отдельных случаях одинаковые) результаты, чем формула сторон. При вытянутой форме соединительного треугольника (при значении A от 0° до 3—5°) формула тангенсов равноценна формуле синусов, в остальных же случаях формула синусов в пределах, рекомендуемых инструкцией, по мнению автора, дает несколько лучшие результаты. На основании указанного анализа автор рекомендует при решении треугольников любой формы пользоваться только формулой тангенсов. С выводом автора относительно преимущества формулы тангенсов по сравнению с формулой сторон нельзя не согласиться, это преимущество бесспорно. Некоторое же преимущество формулы синусов по отношению к формуле тангенсов вызывает сомнение.

Инж. А. П. Белокрыс в работе [1] правильно отмечает, что в формуле синусов участвует один из наиболее грубо измеряемых элементов соединительного треугольника — расстояние между отвесами, т. е. сторона c. В подавляющем большинстве случаев это расстояние измеряется между свободно качающимися отвесами, в то время как другие стороны треугольника измеряются между неподвижной точкой и одним качающимся отвесом. Из этого следует, что сторона c всегда измеряется с меньшей точностью, чем остальные стороны треугольника.

Вопрос о точности измерений сторон соединительного треугольника в указанных выше условиях требует специальных исследований. Однако, исходя из методики и условий измерения указанных величин, можно предполагать, что погрешность стороны c, при условии асинхронного качания отвесов, будет выражаться формулой:

$$m_c = \pm \sqrt{2m_0^2 + 2m_к^2},$$

где m_0 — ошибка за счет отсчитывания по рулетке;

$m_к$ — ошибка за счет качания отвесов,

или, принимая $m_к = m_0$, по формуле

$$m_c = 2m_0.$$

При измерении же сторон a и b имеется возможность известным в практике способом исключить ошибку за счет колебания отвесов и тогда погрешность измерения этих сторон будет равна

$$m_{a,b} = \pm m_0\sqrt{2}.$$

Отсюда следует, что сторона c измеряется в 1,4 раза грубее, чем стороны a и b.

С целью выявления влияния неравноточного измерения сторон соединительного треугольника на точность вычисления угла ниже приводится табл. 1, в которой даны абсолютные значения ошибок угла A, найденных при следующих исходных данных: $a = 6$ *м*; $c = 3$ *м*; $M_C = \pm 7''$; $m_a = m_b = m_c = 0{,}0004$ *м*; при $m_c = 1{,}4$. $m_{a,b} = \pm 0{,}00056$ *м*.

Из табл. 1 следует, что, действительно, при равноточных измерениях сторон соединительного треугольника, т. е. при $m_a = m_b = m_c$, формула синусов в рекомендованных инструкцией пределах ее применения имеет некоторое преимущество по сравнению с формулой тангенсов. С учетом того, что сторона c, входящая в формулу синусов, измеряется менее точно, чем стороны a и b, это преимущество, как следует из табл. 1 (графы 5 и 6), полностью утрачивается.

Таблица 1

№ п/п	Углы соединительного треугольника		Ошибки, вычисленные по формулам, *сек.*		
	A	B	синусов при $m_a=m_b=m_c$	тангенсов	синусов при $m_c=1,4m_{a,b}$
1	0	180	14	14	14
2	5	173	14	15	15
3	10	165	15	16	16
4	15	158	17	18	19
5	20	150	18	21	21
6	25	143	21	23	24
7	30	136	24	26	28
8	35	128	27	28	33
9	40	121	31	33	38
10	50	107	42	34	54
11	60	104	59	36	75
12	70	82	92	38	118
13	80	71	188	38	242
14	90	60	∞	37	∞
15	100	51	188	36	242
16	120	34	59	31	75
17	140	21	31	24	38
18	160	10	18	17	21
19	165	8	17	16	19
20	170	5	15	15	16
21	175	3	14	14	15
22	180	0	14	14	14

Таким образом, формула тангенсов на самом деле является универсальной, так как область ее применения не ограничивается какой-либо определенной формой соединительного треугольника, и она с успехом может заменить как формулу сторон, так и формулу синусов.

Достоинством этой формулы, как видно из табл. 1, является то, что погрешности углов, вычисленных по этой формуле, никогда не стремятся к бесконечности, а имеют определенный предел. С учетом указанной в инструкции точности измерений при примыкании к створу отвесов соединительным треугольником предельная погрешность углов, вычисленных по формуле тангенсов, равна:

$$M_{\text{пред.}} = \pm \frac{m_s \rho}{c} \sqrt{2}\,. \qquad (3)$$

Для приведенного в табл. 1 примера предельная ошибка угла A равна 38″, 8.

Пользуясь формулой (3) и учитывая требования технической инструкции о точности измерений при примыкании соединительным треугольником, можно заранее для различных расстояний между отвесами указать пределы изменения погрешности вычисленного угла в зависимости от формы треугольника. Такие пределы при значении $m_S = 0{,}0005$ *м* приведены в табл. 2.

Исходя из данных табл. 2, можно сделать вывод, что при расстоянии между отвесами в 5 и более метров любая форма соединительного треугольника обеспечивает необходимую точность соединительной съемки, и поэтому, как правильно замечает инж. П. Г. Шевердин, выбор точки стояния инструмента в этом случае, имеет второстепенное значение.

Таблица 2

Расстояние между отвесами, *м*	Пределы изменения погрешности вычисленного угла, *сек*
1	0—145,4
2	0— 72,7
3	0— 48,5
4	0— 36,3
5	0— 29,1
6	0— 24,2

В заключение необходимо еще раз отметить преимущество формулы тангенсов в сравнении с рекомендуемыми в настоящее время формулами сторон и синусов и считать необходимым быстрейшее внедрение ее в практику.

При неблагоприятных формах соединительных треугольников применение этой формулы должно быть обязательным, это приведет к резкому повышению точности соединительных съемок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белокрыс А. П. К теории примыкания при ориентировании шахт. Исследования по вопросам маркшейдерского дела, сборник XXV, 1952.

2. Шевердин П. Г. Новая формула для решения соединительных треугольников. Маркшейдерское дело (сборник научных трудов кафедры маркшейдерского дела и геодезии Донецкого индустриального института, выпуск IV, 1956).

3. Техническая инструкция по производству маркшейдерских работ, 1959.