

Н. П. РЯШЕНЦЕВ, Е. М. ТИМОШЕНКО

### О РАСЧЕТЕ ТЯГОВОГО УСИЛИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТА

(Представлено кафедрой горных машин и рудничного транспорта)

Несмотря на большую давность практического использования электромагнитных механизмов и обилие опубликованных работ, посвященных их расчету, методы расчета тягового усилия электромагнита обосновываются недостаточно четко. В опубликованных работах часто отстаиваются противоположные точки зрения. Так, говоря об одном и том же выражении для определения тягового усилия электромагнита (см. формулу 5), одни авторы [1, 2] утверждают, что оно может быть использовано только в том случае, когда магнитные характеристики линейны и величина тока за время движения якоря не изменяется. Другие [3, 4, 5, 6] распространяют это же выражение и на случай изменяющейся в процессе движения величины тока. Третьи [7] говорят, что эта широко используемая формула для определения тягового усилия неточна и пытаются уточнить ее.

Нет единого мнения по поводу того, зависит ли тяговое усилие электромагнита только от энергии потока в рабочем воздушном зазоре или от всей энергии магнитной системы. В работе [8] опровергается утверждение Яссе [9], что электромагнитная сила зависит только от энергии потока в воздушном зазоре. Из статей [5, 6, 10] вытекает противоположный вывод.

Все это дает основание более подробно остановиться на некоторых работах и на анализе перераспределения магнитной энергии в электромагните при перемещающемся якоре.

Л. Р. Нейман [3, стр. 264] использует для вычисления электромагнитной силы выражение, определяющее энергию магнитного поля

$$W = \frac{Li^2}{2},$$

где  $L$  — индуктивность контура;  
 $i$  — ток, протекающий в контуре.

Полагая  $i = \text{const}$  и дифференцируя по перемещению, автор [3] получает

$$F_s = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\delta} \quad (1)$$

и далее говорит, что «последнее выражение уже не требует никаких оговорок о постоянстве тока. Эта оговорка полностью использована при

вынесении  $i^2$  за знак производной. Выражение это пригодно и для вычисления мгновенного значения электромагнитной силы при данном мгновенном значении переменного тока». Затем автор показывает, что формула (1) справедлива при изменяющейся величине тока и постоянной величине потокосцепления. Однако, по нашему мнению, это не является доказательством того, что она справедлива и для общего случая, когда в процессе движения изменяются ток и потокосцепление. Пригодность выражения (1) для вычисления мгновенного значения электромагнитной силы при данном мгновенном значении переменного тока остается недоказанной.

Не доказывает этого и М. И. Витенберг в работе [2, стр. 134], где приводится выражение, подобное (1), полученное в предположении, что поток сцепляется со всеми витками обмотки, магнитные характеристики прямолинейны и величина тока за время движения якоря не изменяется. В работе [1, стр. 285] А. Я. Буйлов подчеркивает, что только при постоянном токе величина тягового усилия определяется формулой (1), а при изменяющемся в процессе движения токе электромагнитная сила

$$F_s = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\delta} + \frac{1}{2} L \frac{d(i^2)}{d\delta}. \quad (2)$$

Для того, чтобы посмотреть так ли это, найдем выражение для определения тягового усилия, исходя из энергетического баланса электромагнита, имеющего последовательную магнитную цепь, как это делает М. А. Бабилов [4]. Допустим, что магнитное сопротивление магнитопровода отсутствует и при каком-то зазоре  $\delta_1$  зависимость потокосцепления от тока электромагнита (магнитная характеристика электромагнита) может быть представлена прямой 1 (рис. 1, а), при зазоре  $\delta_2 < \delta_1$  — прямой 2. Пусть к началу движения якоря в катушке электромагнита протекал ток  $i$  и в процессе движения якоря  $\varphi = f(i)$  изменяется по прямой  $ab$ , то есть процесс протекает при одновременном увеличении и потокосцепления, и тока. Из рис. 1, а энергия, запасенная электромагнитом к началу движения,

$$A_1 = \frac{1}{2} \Psi \cdot i;$$

энергия, поступившая из сети за время движения,

$$A_2 = i\Delta\Psi + \frac{1}{2} \Delta i \cdot \Delta\Psi;$$

энергия, запасенная в поле электромагнита к концу движения якоря,

$$A_3 = \frac{1}{2} (\Psi + \Delta\Psi) \cdot (i + \Delta i).$$

Согласно закону сохранения энергии за время перемещения якоря на  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$  электромагнит совершил механическую работу

$$\Delta A_m = A_1 + A_2 - A_3,$$

или, подставляя значения  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , получаем

$$\Delta A_m = \frac{1}{2} (i\Delta\Psi - \Psi\Delta i). \quad (3)$$

Преобразуем выражение (3), выразив потокосцепление через индуктивность катушки электромагнита

$$\Psi = L \cdot i$$

и приращение потокосцепления

$$\Delta\Phi = i\Delta L + L\Delta i + \Delta i \cdot \Delta L.$$

Подставляя значения  $\Phi$  и  $\Delta\Phi$  в выражение (3), получаем

$$\Delta A_m = \frac{1}{2} i (i\Delta L + \Delta i \Delta L).$$

Средняя величина тягового усилия за время перемещения

$$F_{cp} = \frac{\Delta A_m}{\Delta\delta} = \frac{1}{2} i \frac{i\Delta L + \Delta i \cdot \Delta L}{\Delta\delta}.$$

Переходя к пределу, получаем формулу для определения мгновенного значения тягового усилия при данном мгновенном значении изменяющегося в процессе движения тока.

$$F_э = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\delta}.$$

Эта формула тождественна выражению (1), полученному дифференцированием магнитной энергии электромагнита по перемещению в предположении  $i = const$ . Следовательно, тяговое усилие определяется только первым членом правой части выражения (2).

Рассмотрим теперь энергопреобразование при перемещающемся якоре в электромагните с последовательной магнитной цепью магнитопровода, сопротивление которого величина постоянная и не зависит от тока, для того чтобы показать, какую энергию нужно использовать при определении тягового усилия и в чем ошибка Р. А. Агаронянца [7], доказывающего неточность широко используемой формулы для определения электромагнитной силы.

На рис. 1, б прямая  $L_c$  представляет зависимость потокосцепления от тока, характеризующую магнитопровод (магнитную характеристику магнитопровода); прямая  $L_{в1}$  — магнитную характеристику рабочего воздушного зазора при зазоре  $\delta_2$ ; прямая  $L_{в2}$  — магнитную характеристику рабочего воздушного зазора при зазоре  $\delta_1 > \delta_2$ . Прямые  $L_{об1}$  и  $L_{об2}$  представляют собой магнитные характеристики электромагнита соответственно при зазоре  $\delta_2$  и  $\delta_1$ . Индуктивность участков магнитной цепи будем обозначать той же буквой, что и зависимость потокосцепления от тока, которой она определяется.

Пусть к рассматриваемому моменту движения состояние электромагнита характеризуется точкой  $a$ , то есть индуктивность электромагнита

$$L_{об} = \frac{L_c \cdot L_{в2}}{L_c + L_{в2}},$$

в катушке протекает ток  $i_{об}$  и в процессе движения якоря  $\Phi = f(i)$  изменяется по прямой  $ab$ .

Рассуждая так же, как и в случае отсутствия сопротивления магнитопровода, находим, что на создание механической работы пошла магнитная энергия электромагнита, пропорциональная площади треугольника  $oab$ , и электромагнитная сила для состояния магнита, характеризующегося точкой  $a$ .

$$F_э = \frac{1}{2} i_{об}^2 \frac{dL_{об}}{d\delta}.$$

Подставляя вместо  $L_{06}$  его значение и дифференцируя, получаем

$$F_3 = \frac{1}{2} i_{06}^2 \frac{L_c^2}{(L_c + L_B)^2} \frac{dL_B}{d\delta}. \quad (4)$$

Посмотрим теперь, как в процессе перемещения якоря изменяется магнитная энергия рабочего воздушного зазора. К началу рассматриваемого момента движения величина магнитной энергии, сосредоточенной в рабочем воздушном зазоре, определяется точкой  $a_1$  (рис. 2) и равна

$$W_B = \frac{1}{2} i_B^2 L_B.$$

В процессе перемещения якоря изменение магнитной энергии в рабочем воздушном зазоре характеризуется прямой  $a_1b_1$  (рис. 1, б) и за рассматриваемый промежуток времени при перемещении якоря на  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$  из рабочего воздушного зазора выделяется энергия, пропорциональная площади треугольника  $oa_1b_1$ . Рассматривая треугольники  $oab$  и  $oa_1b_1$  (рис. 1, б), находим, что площади их равны, так как попарно равны треугольники  $a_1b_1c_1$  и  $abc$ ;  $oa_1c_1$  и  $oac$ , как имеющие равные высоты и основания (отрезки  $aa_1$  и  $cc_1$  равны по построению). Это значит, что механическая работа совершается только за счет магнитной энергии рабочего воздушного зазора и при определении величины тягового усилия можно рассматривать только ее изменение так же, как и в случае отсутствия магнитного сопротивления магнитопровода.

Поступая так, находим величину тягового усилия для состояния электромагнита, характеризующегося точкой  $a$ .

$$F_3 = \frac{1}{2} i_B^2 \frac{dL_B}{d\delta}. \quad (5)$$

Выражения (5) и (4) получены, исходя из закона сохранения энергии, поэтому сомнений в правильности их не должно быть, и величины электромагнитной силы, определенные по (4) и (5), должны быть равны.

Из рис. 1, б находим, что

$$i_B = i_{06} \frac{L_c}{L_c + L_B}.$$

Таким образом, в выражении (4) коэффициент  $\frac{L_c}{L_c + L_B}$  показывает, во сколько раз ток катушки электромагнита больше тока, определяющего намагничивающую силу рабочего воздушного зазора, и формулы (4) и (5) тождественны.

Выражения (4) и (5) могут быть получены и при дифференцировании по перемещению соответственно полной магнитной энергии электромагнита

$$W_M = \frac{1}{2} i_{06}^2 L_{06}$$

и магнитной энергии рабочего воздушного зазора

$$W_B = \frac{1}{2} i_B^2 L_B,$$

полагая  $i_{06} = \text{const}$  и  $i_B = \text{const}$ .

Определяя величину тягового усилия электромагнита, Р. А. Агароняц [7] выражает энергию рабочего воздушного зазора через ток катушки электромагнита

$$W_B = \frac{1}{2} i_{00}^2 \frac{L_c^2}{(L_c + L_B)^2} L_B, \quad (6)$$

но берет производную от этого выражения по перемещению, считая  $i_{00} = \text{const}$ . Поступая так, Р. А. Агароняц приходит, по выражению самого автора, к абсурдным выводам, что тяговое усилие при  $L_c = L_B$  равно нулю, а при  $L_c > L_B$  — становится отрицательным. Из рассмотренного выше ясно, что при определении электромагнитной силы как производной магнитной энергии рабочего воздушного зазора по перемещению следует считать  $i_B = \text{const}$  или, что то же самое,  $i_{00} \frac{L_c}{L_c + L_B} =$

$= \text{const}$ . Для того, чтобы вывести точное выражение для определения электромагнитной силы, Р. А. Агароняц [7] предлагает представить электромагнитную систему в виде двух замкнутых контуров, расположенных в пространстве, и в качестве исходного записывает выражение для электромагнитной энергии электромагнита в виде

$$W_M = \frac{L_B i_B^2}{2} + \frac{L_c i_c^2}{2} + \kappa_c i_B \cdot i_c \sqrt{L_c \cdot L_B}. \quad (7)$$

Из предыдущего видно, что магнитная энергия электромагнита равна сумме первых двух членов правой части выражения (7).

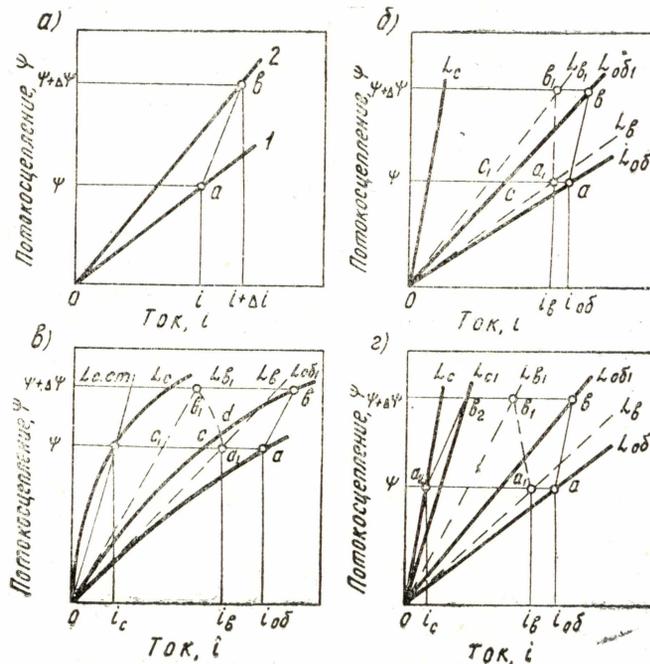


Рис. 1. Перераспределение магнитной энергии электромагнита при перемещении якоря: а) магнитное сопротивление магнитопровода отсутствует; б) сопротивление магнитопровода линейно; в) сопротивление магнитопровода нелинейно; г) сопротивление магнитопровода линейно, но изменяется при перемещении якоря электромагнита.

Выражения (4) и (5) получены при линейной магнитной характеристике магнитопровода. Посмотрим, справедливы ли они при нелинейной магнитной характеристике магнитопровода. На рис. 1, в обозначения те же, что и на рис. 1, б, но магнитные

характеристики магнитопровода и электромагнита нелинейны. Согласно закону сохранения энергии магнитная энергия электромагнита, затраченная на механическую работу, эквивалентна площади криволинейного треугольника  $oab$ . Заметим, что если и в этом случае механическая работа совершается только за счет магнитной энергии рабочего воздушного зазора, то и при нелинейной магнитной характеристике магнитопровода справедливо выражение (5).

В отличие от случая, представленного на рис. 1, б, при изменении зависимости потокосцепления от тока электромагнита по прямой  $ab$  (рис. 1, б) изменение энергии в рабочем зазоре при перемещении якоря будет характеризоваться кривой  $a_1db_1$ , которую легко построить, если провести ряд промежуточных магнитных характеристик рабочего зазора и электромагнита. Кривая  $a_1db_1$  пройдет так, что площади фигур  $abb_1da_1$  и  $cdbb_1c_1$  будут равны. Магнитная энергия, выделившаяся из рабочего воздушного зазора за время перемещения, пропорциональна площади криволинейного треугольника  $oa_1b_1$ . Покажем, что площади криволинейных треугольников  $oab$  и  $oa_1b_1$  (рис. 1, в) равны, для чего рассмотрим криволинейные треугольники  $oac$  и  $oa_1c_1$ ,  $abc$  и  $a_1b_1c_1$ . Площади фигур  $abb_1da_1$  и  $cdbb_1c_1$  равны по построению. Если в каждой из них прибавить площадь  $ca_1d$  и вычесть площадь  $dbb_1$ , то найдем, что площади интересующих нас криволинейных треугольников  $abc$  и  $a_1b_1c_1$  равны. Площади криволинейного треугольника  $oac$  и треугольника  $oa_1c_1$  равны по построению. Следовательно, механическая работа совершается только за счет магнитной энергии рабочего воздушного зазора, и тяговое усилие определяется формулой (5), то есть производной магнитной энергии рабочего зазора по перемещению, взятой при  $i_B = \text{const}$ . Несколько иным способом это доказывается и в работах [5, 9]. Для того, чтобы выразить тяговое усилие при нелинейной магнитной характеристике через ток катушки электромагнита, необходимо использовать коэффициент, показывающий во сколько раз ток катушки больше тока  $i_B$ , обуславливающего намагничивающую силу рабочего воздушного зазора. Этот коэффициент рис. 1, в равен

$$\frac{L_{c. ст.}}{L_{c. ст.} + L_B},$$

где  $L_{c. ст.}$  — статическая индуктивность магнитопровода, соответствующая тому состоянию электромагнита, для которого определяется тяговое усилие.

Для состояния электромагнита, характеризующегося точкой  $a$  (рис. 1, в), тяговое усилие

$$F_3 = \frac{1}{2} i_{00}^2 \frac{L_{c. ст.}^2}{(L_{c. ст.} + L_B)^2} \frac{dL_B}{d\delta}. \quad (8)$$

Выражением (8) удобно пользоваться для определения тягового усилия электромагнита при известной магнитной характеристике магнитопровода и известном законе изменения индуктивности рабочего воздушного зазора.

Как видно из предыдущего, тяговое усилие электромагнита при последовательной магнитной цепи зависит только от магнитной энергии рабочего воздушного зазора, и механическая работа электромагнита численно равна уменьшению магнитной энергии рабочего зазора.

Остановимся еще на таком случае перераспределения энергии в электромагните с последовательной магнитной цепью, когда в процессе перемещения якоря изменяется длина магнитопровода, то есть вводятся новые объемы ферромагнитного материала, для того, чтобы

посмотреть, за счет какой энергии совершается механическая работа и каким выражением необходимо пользоваться для определения тягового усилия электромагнита. Такой случай рассматривает Ротерс [11], однако ответа на поставленные вопросы мы не нашли.

Пусть при зазоре  $\delta_1$  магнитная характеристика магнитопровода линейна и может быть представлена прямой  $L_c$  (рис. 1, а). При перемещении якоря, вследствие введения в воздушный зазор новых объемов ферромагнитного материала, она изменяется и при каком-то зазоре  $\delta_2 < \delta_1$  может быть представлена прямой  $L_{c_1}$ . На рис. 1, а прямые  $L_B$  и  $L_{B_1}$  представляют собой магнитные характеристики рабочего воздушного зазора, соответственно при зазоре  $\delta_1$  и  $\delta_2$ ;  $L_{об}$  и  $L_{об_1}$  — магнитные характеристики электромагнита при зазоре  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . Допустим, к рассматриваемому моменту движения состояние электромагнита характеризовалось точкой  $a$  и при перемещении якоря на  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$  изменение магнитной энергии характеризовалось в электромагните — прямой  $ab$ , в воздушном зазоре — прямой  $a_1b_1$ , в магнитопроводе — прямой  $a_2b_2$ . Рассматривая энергопреобразования в электромагните так же, как и в предыдущих случаях, находим, что энергия, выделившаяся из рабочего зазора

$$\Delta A_B = \text{пл. } \Delta oa_1b_1 = \frac{1}{2} (i_B \Delta \Psi - \Psi \Delta i_B)$$

расходуется не только на механическую работу

$$\Delta A_{\text{мех}} = \text{пл. } \Delta oab,$$

а и на увеличение магнитной энергии в магнитопроводе

$$\Delta A_{\text{маг}} = \text{пл. } \Delta oa_2b_2 = \frac{1}{2} (i_c \Delta \Psi - \Psi \Delta i_c).$$

Или можно было сказать, что не вся энергия выделяется из воздушного зазора. Часть ее остается в объеме ферромагнитного материала, введенного в пространство, ранее занимаемое воздушным зазором.

Механическая работа, совершенная электромагнитом при перемещении якоря на  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$ ,

$$\Delta A_{\text{мех}} = \Delta A_B - \Delta A_{\text{маг}} = \frac{1}{2} (i_B \Delta \Psi - \Psi \Delta i) - \frac{1}{2} (i_c \Delta \Psi - \Psi \Delta i_c).$$

Заменяя потокосцепление через индуктивность, после некоторых преобразований получаем выражение для определения тягового усилия:

$$F_{\delta} = \frac{1}{2} i_{об}^2 \frac{L_c^2}{(L_c + L_B)^2} \frac{dL_B}{d\delta} - \frac{1}{2} i_{об}^2 \frac{L_B^2}{(L_c + L_B)^2} \frac{dL_c}{d\delta}. \quad (9)$$

До сих пор мы рассматривали электромагнит с последовательной магнитной цепью и пришли к выводу, что механическая работа совершается только за счет магнитной энергии рабочего воздушного зазора. К тому же выводу можно прийти, рассматривая графически перераспределение энергии в электромагните, имеющем потоки рассеяния, которые охватывают все витки намагничивающей обмотки. Сравнительно просто без привлечения графического материала это доказано Г. В. Могилевским [6] для электромагнитов со сложными разветвленными магнитными цепями, полный магнитный поток которых охватывает все витки намагничивающей обмотки.

При выводе формулы для определения тягового усилия электромагнита Г. В. Могилевский исходит из того, что электрическая энергия,

поступающая от внешнего источника за вычетом потерь в меди, идет на создание механической работы и на увеличение энергии магнитного поля

$$id\Psi = dA + dW \quad (10)$$

и магнитная энергия электромагнита определяется выражением

$$W = \int_0^{\Psi} id\Psi,$$

где  $i = f(\Psi)$  и зависит от положения якоря электромагнита.

Таким образом, магнитная энергия электромагнита является функцией двух переменных — перемещения якоря  $\delta$  и потокосцепления  $\Psi$ . Полный дифференциал магнитной энергии определится выражением

$$dW = \frac{\partial W}{\partial \delta} d\delta + \frac{dW}{d\Psi} d\Psi = d\delta \int_0^{\Psi} \frac{\partial i}{\partial \delta} d\Psi + id\Psi. \quad (11)$$

Сравнивая (10) и (11) и учитывая, что

$$dA = F_{\delta} d\delta,$$

Г. В. Могилевский [6] получает формулу для определенного тягового усилия электромагнита

$$F_{\delta} = - \int_0^{\Psi} \frac{\partial i}{\partial \delta} d\Psi, \quad (12)$$

то есть усилие электромагнита определяется частной производной магнитной энергии электромагнита по перемещению при постоянном потокосцеплении.

Используя выражение (12), Г. В. Могилевский аналитически доказывает, что широко используемая формула для определения тягового усилия электромагнита

$$F_{\delta} = \left( \frac{\partial W_B}{\partial \delta} \right)_{U_B = \text{const}} \quad (13)$$

справедлива для электромагнитов, полный магнитный поток которых охватывает все витки намагничивающей обмотки. И далее распространяет полученные выводы на электромагниты с любым количеством катушек, имеющих потоки рассеяния, и, в частности, на броневой электромагнит. Магнитный поток в этом случае представляется суммой элементарных трубок индукции, каждая из которых эквивалентна последовательной магнитной цепи.

Следует отметить, что такой перенос результатов, полученных для последовательной магнитной цепи на электромагниты со сложной магнитной цепью, основанный в работе [6] на том, что каждая элементарная трубка эквивалентна последовательной магнитной цепи, нельзя считать вполне обоснованным. В общем случае в процессе перемещения якоря электромагнита может изменяться не только проводимость отдельных участков, но и число витков, охватываемых той или иной элементарной трубкой индукции. Поэтому вывод о том, что механическая работа совершается только за счет магнитной энергии воздушных зазоров, нельзя считать правильным. Для того, чтобы окончательно решить вопрос о том, магнитная энергия каких участков магнитной цепи может превращаться в механическую работу и какую общую формулу можно использовать для определения тягового усилия электромагнита любого типа,

рассмотрим перераспределение энергии в электромагните броневом типа.

Исследования распределения магнитного потока электромагнита броневом типа без стопа, проведенные с участием инженера А. В. Фролова на кафедре горных машин и рудничного транспорта ТПИ, показали, что поток утечки с боковой поверхности якоря распределяется не равномерно, а как показано на рис. 2. Кривые 1, 2, 3, 4 и 5 (рис. 2) представляют собой распределение потока утечки по длине якоря соответственно при зазорах 5, 10, 20, 30 и 40 мм. Такое распределение потоков утечки позволяет представить проводимость рассеяния сосредоточенной у торца бойка. В этом случае магнитный поток, проходящий по этому участку, будет с изменением величины рабочего зазора охватывать большее или меньшее число витков.

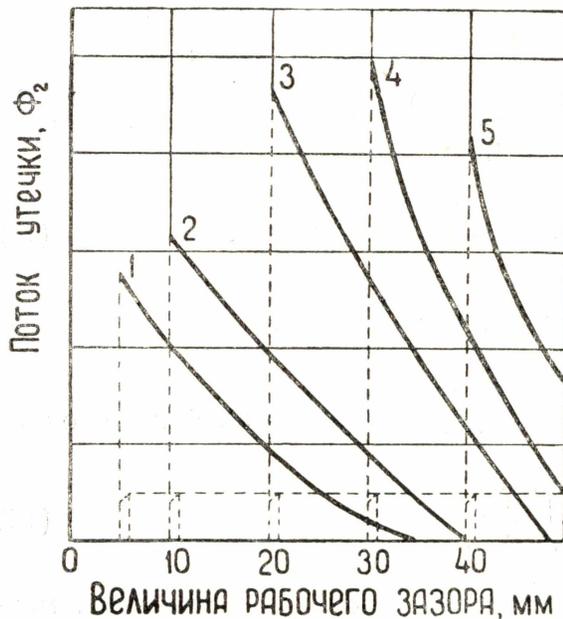


Рис. 2. Распределение потока утечки по поверхности якоря электромагнита броневом типа.

рабочего зазора и полюса;  $L_2$  — индуктивность рассеяния;  $L_3$  — индуктивность «воротничка», полюса, части якоря и ярма;  $i$  — ток электромагнита. Магнитный поток  $\Phi_1$ , проходящий по рабочему зазору, сцепляется со всеми витками  $W_1$  обмотки и создает потокосцепление  $\Psi_1$ . Поток рассеяния  $\Phi$  сцепляется с частью витков обмотки  $w_2$  и создает потокосцепление  $\Psi_2$ . Полный магнитный поток и полное потокосцепление катушки соответственно равны  $\Phi_0 = \Phi_1 + \Phi_2$  и  $\Psi_0 = \Psi_1 + \Psi_2$ . Эквивалентное число витков, с которым сцепляется полный магнитный поток, определяется

$$\omega_3 = \frac{\Psi_0}{\Phi_0}.$$

По мере уменьшения величины рабочего зазора число витков, охватываемое потоком  $\Phi_2$ , увеличивается, следовательно, увеличивается и индуктивность этого участка. С уменьшением величины рабочего зазора увеличивается и отношение полного потокосцепления к полному потоку, так как увеличивается эквивалентное число витков  $W_3$ , с кото-

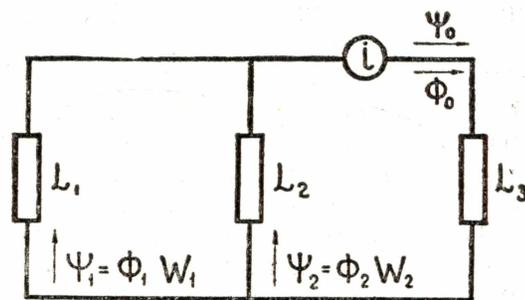


Рис. 3. Схема замещения магнитной цепи электромагнита броневом типа.

рым сцепляется полный магнитный поток, следовательно, увеличивается и индуктивность  $L_3$ . Это значит, что при одинаковом потокосцеплении и меньшей величине рабочего воздушного зазора магнитная энергия, сосредотачивающаяся в магнитопроводе с индуктивностью  $L_3$ , и магнитная энергия потоков утечки уменьшается. В работе [12] было показано, что при постоянном потокосцеплении увеличение механической работы электромагнита равно уменьшению магнитной энергии. В данном случае уменьшается не только магнитная энергия рабочего зазора, но и энергия потоков утечки и магнитопровода. Физически уменьшение энергии магнитопровода означает то, что для сохранения неизменным полного потокосцепления по мере втягивания якоря необходимо снижение полного потока.

Для определения тягового усилия воспользуемся формулой (12). Ток катушки электромагнита согласно схеме замещения (рис. 3) определится выражением

$$i = \frac{\Psi_0}{L_3} + \frac{\Psi_0}{L_2 + L_1}, \quad (14)$$

где  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$  — статические индуктивности соответствующих участков магнитной цепи, которые в общем случае могут зависеть и от величины воздушного зазора и от потокосцепления. Частная производная тока по перемещению при постоянном потокосцеплении равна

$$\left(\frac{\partial i}{\partial \delta}\right)_{\Psi = \text{const}} = -\frac{\Psi_0}{L_3^2} \frac{\partial L_3}{\partial \delta} - \frac{\Psi_0}{(L_1 + L_2)^2} \frac{\partial L_2}{\partial \delta} - \frac{\Psi_0}{(L_1 + L_2)^2} \frac{\partial L_1}{\partial \delta}. \quad (15)$$

Исходя из схемы замещения (рис. 3), можно записать

$$\Psi_0 = \frac{(L_1 + L_2) \Psi_1}{L_1}; \quad \Psi_0 = \frac{(L_1 + L_2) \Psi_2}{L_2}; \quad (16)$$

$$d\Psi_0 = \frac{L_1 + L_2}{L_1} d\Psi_1; \quad d\Psi_0 = \frac{L_1 + L_2}{L_2} d\Psi_2.$$

Подставляя (15) и (16) в формулу (12), получаем

$$F_s = \int_0^{\Psi_0} \frac{\Psi_0}{L_3^2} \frac{\partial L_3}{\partial \delta} d\Psi_0 + \int_0^{\Psi_2} \frac{\Psi_2}{L_2^2} \frac{\partial L_2}{\partial \delta} d\Psi_2 + \int_0^{\Psi_1} \frac{\Psi_1}{L_1^2} \frac{\partial L_1}{\partial \delta} d\Psi_1. \quad (17)$$

Каждый член правой части формулы (17) является частной производной магнитной энергии соответствующего участка по перемещению при постоянном потокосцеплении. В том случае, когда статическая индуктивность каждого из участков магнитной цепи линейна, то есть не зависит от величины потокосцепления, тяговое усилие определится выражением

$$F_s = \frac{1}{2} \frac{\Psi_0^2}{L_3^2} \frac{dL_3}{d\delta} + \frac{1}{2} \frac{\Psi_2^2}{L_2^2} \frac{dL_2}{d\delta} + \frac{1}{2} \frac{\Psi_1^2}{L_1^2} \frac{dL_1}{d\delta}.$$

Из сказанного выше следует, что формула (13) справедлива только для электромагнитов, у которых полный поток охватывает все витки намагничивающей обмотки и при перемещении якоря длина магнитопровода не изменяется, так как только в этом случае механическая работа электромагнита равна уменьшению магнитной энергии воздушного зазора.

Механическая работа может совершаться электромагнитом не только за счет энергии, сосредоточенной в воздушных зазорах, но и за счет энергии, сосредоточенной в магнитопроводе. Существующие фор-

мулы для определения статического тягового усилия броневых электромагнитов отражают связанное с перемещением якоря изменение магнитной энергии не всех участков магнитной цепи. Это, по нашему мнению, объясняет то, что самая точная формула, построенная на более полном учете магнитного поля, может давать ошибку порядка 30—50% [13].

Механическая работа не совершается за счет магнитной энергии тех участков магнитной цепи, проводимость которых и число витков, с которыми сцепляется поток, проходящий по этим участкам, не изменяются при перемещении якоря.

Формула (12) справедлива для электромагнитов всех типов при любых нелинейностях магнитной цепи для определения статического и мгновенных значений тягового усилия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Буйлов. Основы электроаппаратостроения. Госэнергоиздат, 1946.
2. М. И. Витенберг. Расчет электромагнитных реле для аппаратуры автоматики и связи. Госэнергоиздат, 1961.
3. Л. Р. Нейман и П. А. Калантаров. Теоретические основы электротехники. Ч. I, Госэнергоиздат, 1959.
4. М. А. Бабиков. Электрические аппараты. Госэнергоиздат, 1951.
5. Н. А. Лившиц. К расчету магнитных цепей реле. Автоматика и телемеханика, № 1, 1939.
6. Г. В. Могилевский. К расчету тяговых сил в электромагнитах. Вестник электропромышленности, № 4, 1960.
7. Р. А. Агаронянц. Статические тяговые характеристики механизмов постоянного тока. Вестник электропромышленности, № 7, 1958.
8. А. Я. Буйлов. Методика расчета электромагнита постоянного тока. Электричество, № 3, 1949.
9. Яссе. Расчет электромагнитов. Госэнергоиздат, 1934.
10. Е. А. Львов. Тяговая сила в насыщенных электромагнитах. Труды МЭИ, вып. XV, Госэнергоиздат, 1955.
11. Ротерс. Электромагниты. Госэнергоиздат, 1949.
12. Н. П. Ряшенцев, Е. М. Тимошенко. Об энергопреобразовании в электромагните. Статья опубликована в настоящем сборнике.
13. И. И. Пеккер. Расчет силы тяги броневых электромагнитов с плоским торцом сердечника. Вестник электропромышленности, № 5, 1962.