

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ СРЕДНИХ И ЭФФЕКТИВНЫХ ТОКОВ ТЯГОВЫХ ПОДСТАНЦИЙ И УЧАСТКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ

Инженер П. П. ГАЛИНСКИЙ

Нагрузки тяговых подстанций электрических железных дорог, нагрузки линий передач и энергосистем со значительным удельным весом транспортных потребителей подвержены существенным случайным колебаниям. Влияние этих случайных колебаний на режимы элементов системы электроснабжения можно изучить методами теории вероятностей. Основными вероятностными характеристиками токов подстанций и участков дорог являются среднее и среднеквадратичное (эффективное) значение тока.

Различные расчетные формулы средних и эффективных токов тяговых подстанций, полученные на основании вероятностных методов, предложены В. Е. Розенфельдом [1] в 1937 г., К. Г. Марквардтом [2, 3] в 1948 и 1958 гг., Ю. П. Порплицем [4] в 1959 г., А. М. Барановым и др. [5] в 1959 г. и С. Е. Кузиным [6] в 1962 г.

Исходными величинами в методах, названных авторов являются токи поездов и их число в рассматриваемой зоне питания.

Ниже излагается методика расчета средних и эффективных токов подстанций и участков дорог, которая позволяет учесть колебания токов поездов, число поездов, корреляционную связь случайных колебаний токов поездов и колебание заполнения поездами пропускной способности участков дорог. Способ учета последнего фактора предлагается впервые.

Рассмотрим схемы раздельного и двухстороннего питания поездов по контактной сети.

Мгновенное значение тока подстанции i_c определяется числом поездов n , их местоположением на трассе и случайными колебаниями токов поездов.

$$i_c = \sum_{j=1}^n i_j(t, x) \gamma_j(x), \quad (1)$$

где $\gamma(x)$ — доля тока поезда, получаемого от данной подстанции. При раздельном питании поездов по контактной сети от одной подстанции $\gamma = 1$. При двухстороннем питании

$$\gamma(x) = a + bx = \frac{\lambda}{2\lambda + 1} + \frac{1}{2\lambda + 1} \cdot \frac{1}{L} \cdot x, \quad (2)$$

L — расстояние между подстанциями;
 $\lambda = \frac{z_{nc}}{z_0 L}$ — отношение сопротивления подстанции с учетом питающих и отсасывающих проводов к сопротивлению контактной сети с учетом обратного проводника (рельс, земля),
 x — расстояние от поезда до смежной подстанции.

Для подстанций постоянного тока их внутренним сопротивлением можно пренебречь по сравнению с сопротивлением контактной сети [1], тогда $\gamma(x) = \frac{x}{L}$. Для подстанций переменного тока проектная практика [7] указывает на соизмеримость внутреннего сопротивления тяговых подстанций и сопротивления контактной сети. Тот факт, что коэффициент корреляции токов одинаковых фаз трансформаторов тяговых подстанций переменного тока близок к единице [8], свидетельствует о малом влиянии сопротивления контактной сети по сравнению с сопротивлением подстанций.

Поэтому в инженерных расчетах для подстанций переменного тока позволительно пренебрегать сопротивлением контактной сети и принимать $\gamma = \frac{1}{2}$.

Если считать, что элемент вероятности того, что поезд находится на элементе пути dx , равен $\frac{dx}{l}$, где l — длина зоны питания (при раздельном питании $l = L$, при двухстороннем — $l = 2L$), то среднее значение тока I_c и квадрат эффективного тока подстанции j_c^2 могут быть определены из выражений

$$I_c = M \left\{ \frac{1}{l^n} \int_{x_1=0}^l \int_{x_2=0}^l \dots \int_{x_n=0}^l \left[\sum_{i=1}^n i_i(t, x) \gamma_i(x) \right] dx_1 dx_2 \dots dx_n \right\}, \quad (3)$$

$$j_c^2 = M \left\{ \frac{1}{l^n} \int_{x_1=0}^l \int_{x_2=0}^l \dots \int_{x_n=0}^l \left[\sum_{i=1}^n i_i(t, x) \gamma_i(x) \right]^2 dx_1 dx_2 \dots dx_n \right\}. \quad (4)$$

Здесь M — знак математического ожидания.

Изменение токов отдельных поездов будем считать независимым от взаимного положения поездов на трассе. Тогда многократное интегрирование сводится к однократному.

$$I_c = M \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{1}{l} \int_0^l i_i(t, x) \gamma_i(x) dx \right\} \quad (5)$$

Возведя в квадрат многочлен, стоящий под интегралом (4), получим

$$j_c^2 = M \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{1}{l} \int_0^l (i_i \gamma_i)^2 dx + \sum_{i=1}^{n(n-1)} \frac{1}{l^2} \int_{x_i=0}^l \int_{x_j=0}^l i_i i_j \gamma_i \gamma_j dx_i dx_j \right\} \quad (6)$$

Пусть в рассматриваемой зоне обращаются однотипные поезда, профиль пути однороден.

Вследствие однородности профиля ток поезда можно считать независимым от положения на трассе и вынести из-под знака интегра-

ла. Тогда интегралы оказываются независимыми от номера поезда и их можно вынести за знак суммы. Интегрирование с учетом (2) превращает интегралы в постоянные коэффициенты — коэффициенты схемы C, C_1, C_2 .

$$I_c = M \left\{ C \sum_{i=1}^n i_i(t) \right\} = C M(n) \cdot M(i) = C \bar{n} I, \quad (7)$$

n — среднее число поездов в зоне питания, I — средний ток поезда.

$$j^2_c = M \left\{ C_1 \sum_{i=1}^n i_i^2(t) + C_2 \sum_{i=1}^{n(n-1)} i_i i_j \right\} = C_1 M(n) \cdot M(i^2) + \\ + C_2 M[n(n-1)] \cdot M(i_i i_j); \quad (8)$$

$$j^2_c = C_1 \bar{n} j^2 + C_2 (n^2_0 - \bar{n}) I^2 \rho.$$

При раздельном питании коэффициенты схемы $C=C_1=C_2=1$, при двухстороннем питании

$$C = \frac{1}{2}, \quad C_2 = \frac{1}{4}, \quad C_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1+3\lambda+3\lambda^2}{1+4\lambda+4\lambda^2}.$$

j — эффективный ток поезда; $\rho = 1 + \sigma^{*2} R$,

$\sigma^* = \frac{\sigma}{I}$ — коэффициент вариации тока поезда;

σ — среднеквадратичное отклонение тока поезда;

R — коэффициент корреляции токов поездов;

n_0 — эффективное (среднеквадратичное) число поездов в зоне питания. Оно может быть определено для определенных условий опытным путем, либо путем теоретических подсчетов в соответствии с принятой вероятностной схемой (законом распределения). Чаще всего применяются гипергеометрический, биномиальный, нормальный законы распределения числа поездов в зоне питания, либо параллельный график.

Для любого закона справедливо соотношение.

$$n^2_0 + \bar{n}^2 + \sigma^2_n, \quad (9)$$

где σ_n — среднеквадратичное отклонение числа поездов в зоне питания.

Для параллельного графика при достаточно большом среднем числе поездов в зоне питания дисперсией числа поездов можно пренебречь и эффективное число поездов считать равным среднему $n_0 \approx \bar{n}$.

Вероятность появления поезда в зоне питания равна заполнению пропускной способности участка дороги поездами $\varphi = \frac{N}{N_0}$, где N_0 — максимально возможное число поездов за сутки, N — среднее суточное число поездов. Пусть n_0 — максимальное число поездов, которые одновременно могут находиться в рассматриваемой зоне, тогда среднее число поездов в зоне $\bar{n} = \varphi n_0$.

При биномиальном законе распределения дисперсия числа поездов в зоне согласно [9] равна

$$\sigma^2_n = n_0 \varphi (1 - \varphi). \quad (10)$$

Из (9) и (10) следует равенство

$$n^2_{\varphi} - \bar{n} = \varphi^2 n_0 (n_0 - 1) \quad (11)$$

и выражение для квадрата эффективного тока (8) принимает вид

$$j^2_c = C_1 n_0 \varphi j^2 + C_2 \varphi^2 n_0 (n_0 - 1) I^2 \rho \quad (12)$$

$$\text{или} \quad j^2_c = A \varphi + B \varphi^2, \quad (13)$$

где обозначено

$$A = C_1 n_0 j^2, \quad B = C_2 n_0 (n_0 - 1) I^2 \rho.$$

К виду (13) можно привести также формулы эффективного тока, основанные на гипергеометрическом и нормальном законах распределения, а также формулу, соответствующую параллельному графику.

Формула (12) выведена в предположении неизменных суточных размеров движения, т. е. в предположении неизменного заполнения пропускной способности участков дорог $\varphi = \frac{N}{N_0}$, так как обычно N_0 — величина постоянная.

Учтем колебание суточных размеров движения, найдя среднее значение квадрата эффективного тока подстанции (участка) за k суток:

$$\begin{aligned} j^2_c &= \sum_{i=1}^k j^2_{ci} = \sum_{i=1}^k (A \varphi_i + B \varphi_i^2) = \\ &= A \sum_{i=1}^k \varphi_i + B \sum_{i=1}^k \varphi_i^2 = A \bar{\varphi} + B \varphi^2_{\varphi}, \end{aligned}$$

где φ — среднее заполнение пропускной способности участка дороги поездами за k суток, φ_{φ} — эффективное значение φ .

Приняв N_0 неизменным, будем иметь

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \sum_{i=1}^k \varphi_i = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_0} = \frac{\bar{N}}{N_0}, \\ \varphi^2_{\varphi} &= \sum_{i=1}^k \varphi_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{N_i^2}{N_0^2} = \frac{N^2_{\varphi}}{N_0^2} = \frac{\bar{N}^2 (1 + \sigma_N^{*2})}{\left(\frac{\bar{N}}{\varphi}\right)^2}; \\ \varphi^2_{\varphi} &= \bar{\varphi}^2 (1 + \sigma_N^{*2}). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $\sigma_N^* = \frac{\sigma_N}{\bar{N}}$ — коэффициент вариации суточного числа поездов.

Таким образом, получаем выражение

$$j^2_c = A \bar{\varphi} + B \bar{\varphi}^2 (1 + \sigma_N^{*2}), \quad (15)$$

которое при биномиальном законе принимает вид

$$j^2_c = C_1 n_0 \bar{\varphi} j^2 + C_2 \bar{\varphi}^2 (1 + \sigma_N^{*2}) n_0 (n_0 - 1) I^2 \rho. \quad (16)$$

Внутримесячные колебания суточных размеров движения на исследованных нами участках равнинной дороги при заполнении про-

пускной способности $\varphi \approx 0,5$, характеризуются коэффициентом вариации числа поездов, равным $0,12-0,14$.

Результаты обследования колебаний размеров движения на большинстве участков железных дорог страны приводятся в работе [10, таблицы 3 и 5]. Подсчитанные по данным этих таблиц коэффициенты вариации суточного числа поездов оказались равными для участков двухпутных дорог $0,118$, однопутных — $0,119$. Эти значения σ_N^* можно принимать как средние для внутримесячных суточных колебаний числа поездов. (Значения σ_N^* для степеней заполнения пропускной способности участков дорог, близких к нулю и близких к единице, требуют уточнения).

Необходимость учета тех или иных факторов, влияющих на величину эффективного тока подстанции, следует из их удельной значимости.

К настоящему времени в литературе нет сведений о непосредственном определении коэффициентов корреляции токов поездов R , хотя соответствующие методики, в которых предлагается учитывать R , существуют [6].

Для оценки величины R ограничимся следующим расчетным примером. Пусть за три последовательных одинаковых отрезка времени T (дня, декады) относительный удельный расход энергии на тягу поездов за счет влияния погодных условий характеризуется числами $0,9; 1,0; 1,1$. Эти соотношения удельных расходов энергии получены для реальных изменений температуры воздуха и силы ветра путем расчета по известной методике [11].

Оценим величину R , предполагая, что все поезда изменяют свои средние токи в такой же степени в соответствующие периоды времени.

Среднее значение парного произведения токов различных поездов равно

$$\overline{i_i i_j} = I^2 (1 + \sigma^{*2} R) = \frac{1}{3T_0} \int_0^{3T} i_i(t) i_j(t) dt = \frac{1}{3} (I_1^2 + I_2^2 + I_3^2) = \\ = \frac{1}{3} I^2 (0,9^2 + 1,0^2 + 1,1^2) = I^2 \cdot 1,007.$$

Следовательно, $\sigma^{*2} R = 0,007$, или $R = \frac{0,007}{\sigma^{*2}} \cdot (*)$

Дисперсия тока поезда будет минимальна, когда внутри последовательных отрезков времени T величина тока постоянна и равна $0,9; 1,0$ и $1,1$ от средней величины за все время.

$$i_{\min}^2 = \frac{1}{3T_0} \int_0^{3T} i_i^2(t) dt = I^2 \cdot 1,007 = I^2 (1 + \sigma^{*2}).$$

$$\sigma_{\min}^{*2} = 0,007; \quad \sigma_{\min}^* = 0,084.$$

Ниже приведены значения коэффициента корреляции токов поездов, рассчитанные по (*) при различных σ^* .

σ^*	0,084	0,2	0,3	0,4	0,5
R	1,00	0,18	0,08	0,04	0,03

Этот расчет не устраняет необходимости экспериментального определения R , но позволяет судить об ориентировочной его величине и оценить значимость корреляции токов поездов в совокупности всех

факторов при образовании дисперсии тока подстанции или участка дороги.

Пусть участок дороги питается консольно от одной энергосистемы по одноцепной линии через несколько тяговых подстанций постоянного тока, питание поездов по контактной сети раздельное. В этом случае средний и эффективный токи фидера, подстанции, участков линии передачи между точками присоединения подстанций могут быть определены по одним и тем же формулам (7) и (16) при $C=C_1=C_2=1$.

Оценим значимость отдельных факторов в образовании дисперсии токов участков дороги различной длины. Для этого из (7) и (16) найдем дисперсию тока подстанции (участка) и выразим ее в единицах среднего тока.

$$\sigma_{Ic}^2 = j_c^2 - I_c^2$$

$$\sigma_{Ic}^{*2} = \frac{\sigma_{Ic}^2}{I_c^2} = \frac{\sigma^{*2}}{n} + \frac{1-\varphi}{n} + \sigma^{*2} N \frac{n-\varphi}{n} + R \sigma^{*2} (1 + \sigma^{*2} N) \frac{n-\varphi}{n} \quad (17)$$

Первое из слагаемых правой части уравнения (17) учитывает колебания токов поездов (i), второе — колебание числа поездов (n) в зоне питания при среднем заполнении пропускной способности участка дороги, третье — колебание суточных размеров движения (N), четвертое слагаемое учитывает взаимную корреляцию токов поездов (R).

На рисунке 1 приводятся рассчитанные по (17) диаграммы значимостей каждого из четырех названных факторов в функции среднего числа поездов в зоне питания. Из рисунка видно, что при малом числе поездов ($n < 5$), соответствующем фидерной и подстанционной зоне, преобладающее влияние оказывают два фактора — колебания числа поездов и их токов (n, i). При этом колебание суточных размеров движения и корреляция токов поездов (N, R) могут не учитываться. Однако для протяженных участков дорог ($n > 10$) значимость последних двух факторов существенна и может оказаться даже преобладающей.

Аналогичные расчеты для схем двухстороннего питания и двухцепной линии усложняются, но характер диаграмм значимости отдельных факторов сохраняется.

Формулы среднего и эффективного тока подстанции (7), (8) и (15) выведены для однотипных поездов и однородного профиля. В общем случае в зоне питания обращаются разнотипные поезда, профиль пути неоднороден, имеются пункты оседания и формирования грузопотока.

Разобьем зону питания на P участков, отличающихся либо характером профиля, либо интенсивностью движения. Для каждого участка однородного профиля и заданной интенсивности движения разнотипные поезда заменим поездами эквивалентного типа.

Средний ток поезда эквивалентного типа на участке π

$$I_{\pi} = \sum_{i=1}^q \alpha_{\pi i} I_{\pi i},$$

дисперсия тока поезда эквивалентного типа

$$\sigma_{\pi}^2 = \sum_{i=1}^q \alpha_{\pi i} \sigma_{\pi i}^2,$$

квадрат эффективного тока поезда эквивалентного типа

$$I_{\pi}^2 = I_{\pi}^2 + \sigma_{\pi}^2,$$

q — число различных типов поездов на участке π ,
 $\alpha_{\pi i}$ — доля поездов типа i на участке π .

Такое эквивалентирование при наличии корреляции токов поездов не является логически абсолютно строгим. Однако, как показывают расчеты, погрешность от логического несоответствия практически неощутима.

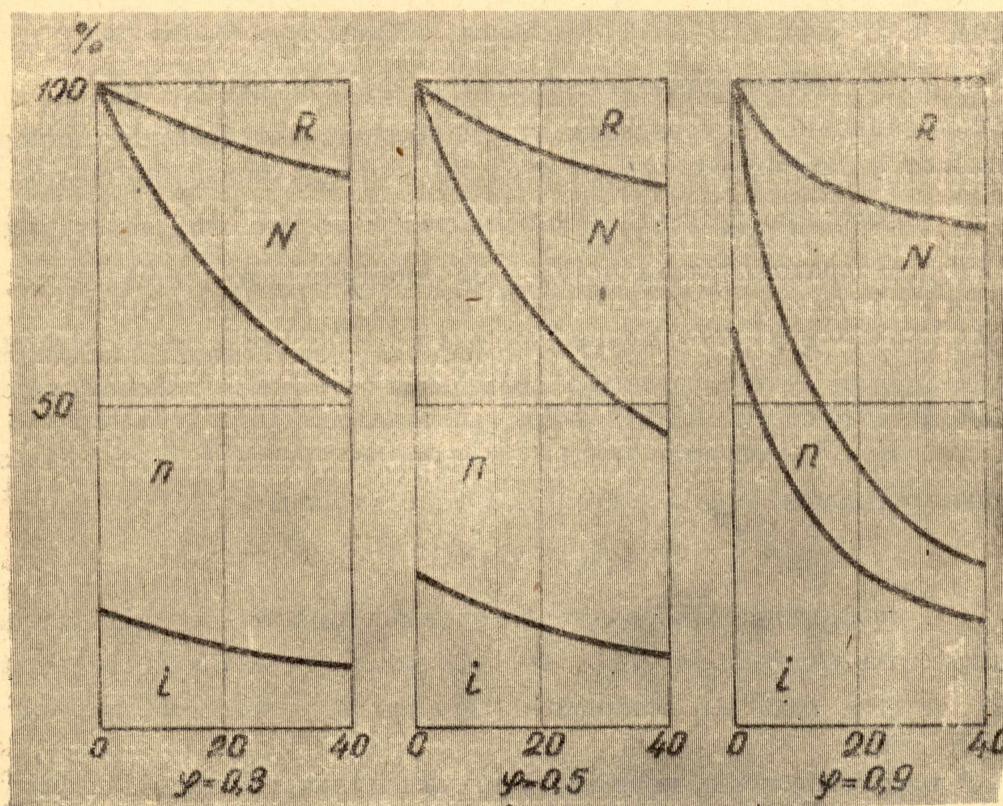


Рис. 1. Диаграмма удельных значений в образовании дисперсии тока участка дороги колебаний числа поездов n , их токов i , взаимной корреляции токов поездов R , колебаний суточных размеров движения N .

Расчет произведен по формуле (17) при $\sigma^* = 0,4$, $R = 0,04$, $\sigma_N^* = 0,12$.

Произведя далее для каждого из участков и сочетаний участков все те операции, которые выполнялись при выводе формул (7), (8) и (15), получим формулы среднего и эффективного тока подстанции для наиболее общего случая

$$I_c = \sum_{\pi=1}^P \bar{n}_{\pi} I_{\pi} C_{\pi}, \quad (18)$$

$$j^2_c = \sum_{\pi=1}^P \bar{n}_\pi j^2_\pi C_{1\pi} + \sum_{\pi=1}^P (n^2_{\pi\phi} - \bar{n}_\pi) I^2_\pi \rho_\pi C^2_\pi + \\ + 2 \sum_{\psi < \pi} \bar{n}_\pi \bar{n}_\psi I_\pi I_\psi \rho_{\pi\psi} C_\pi C_\psi. \quad (19)$$

Формула (8) является частным случаем формулы (19). Если принять биномиальный закон распределения поездов, то аналогично (15) получим

$$j^2_c = \sum_{\pi=1}^P \bar{n}_\pi j^2_\pi C_{1\pi} + \sum_{\pi=1}^P (1 + \sigma^{*2}_{N\pi}) \bar{n}_\pi (\bar{n}_\pi - \bar{\varphi}_\pi) I^2_\pi \rho_\pi C^2_\pi + \\ + 2 \sum_{\psi < \pi} (\bar{n}_\pi \cdot \bar{n}_\psi + \sigma^{*2}_{N\pi\psi} \bar{n}_{\pi\text{общ}} \cdot \bar{n}_{\psi\text{общ}}) I_\pi I_\psi C_\pi C_\psi, \quad (20)$$

где $n_{\pi\phi}$ — эффективное число поездов на участке π ; $\bar{n}_\pi \bar{n}_\psi$ — среднее значение произведения числа поездов, одновременно находящихся на участках π и ψ ; $C_\pi = a + b \bar{x}_\pi = \gamma(\bar{x}_\pi)$ определяется по (2), $\bar{x}_\pi$ — расстояние средней точки участка π до смежной подстанции; $\bar{n}_\pi$, $\bar{n}_\psi$ — средние числа поездов на участках π и ψ ; $C_{1\pi} = C^2_\pi + \frac{1}{12} \theta^2 l^2_\pi \approx C^2_\pi$; l_π — длина участка π ; $\sigma^{*2}_{N\pi}$, $\sigma^{*2}_{N\pi\psi}$ — коэффициент вариации суточного числа поездов на участке π и коэффициент вариации суточного числа поездов, проходящих оба участка π и ψ ; $\bar{n}_{\pi\text{общ}}$, $\bar{n}_{\psi\text{общ}}$ — средние числа поездов на участках π и ψ образованные поездами, проходящими оба участка π и ψ ;

$$\rho_\pi = 1 + \sigma^{*2}_\pi R_\pi, \quad \rho_{\pi\psi} = 1 + \sigma^{*2}_\pi \sigma^{*2}_\psi R_{\pi\psi},$$

R_π — коэффициент корреляции токов поездов, одновременно находящихся на участке π ; $R_{\pi\psi}$ — коэффициент корреляции токов двух поездов, один из которых находится на участке π , другой — на участке ψ .

В частном случае, когда отсутствуют пункты оседания и формирования грузопотока и кроме того $\rho_\pi = \rho_{\pi\psi} = \rho$, из (20) получаем

$$j^2_c = \sum_{\pi=1}^P \bar{n}_\pi j^2_\pi C_{1\pi} + I^2_c \rho (1 + \sigma^{*2}_N) \left(1 - \frac{\bar{\varphi}}{I^2} \sum_{\pi=1}^P \bar{n}_\pi I^2_\pi C^2_\pi \right) \quad (21)$$

где I_c — средний ток подстанции, определяемый по (18).

Выводы: 1. Предложена методика расчета средних и эффективных токов подстанции и участков дорог, позволяющая учесть колебания числа поездов, их токов, взаимную корреляцию токов поездов и колебание суточных размеров движения.

2. Взаимная корреляция и колебания суточных размеров движения существенно сказываются на величине эффективных токов протяженных участков дорог. При расчете токов фидеров и отдельных подстанций влияние этих факторов несущественно и они могут не учитываться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд В. Е., Расчет тяговых сетей, Транстехиздат, 1937.
2. Марквардт К. Г., Энергоснабжение электрических железных дорог, Трансжелдориздат, 1958.
3. Марквардт К. Г., Энергоснабжение электрифицированных железных дорог, Трансжелдориздат, 1948.
4. Порплиц Ю. П., Применение методов математической статистики при проектировании схем продольного энергоснабжения магистральных железных дорог, Труды МИИТ, вып. 104, ТЖИ, 1959.
5. Баранов А. М., Мирошниченко Р. И., Сегал Л. Г., Ададурова Е. В., Эксплуатационные требования к параметрам устройств энергоснабжения железных дорог, электрифицированных на постоянном токе, Труды ВНИИЖТ, вып. 174, ТЖИ, 1959.
6. Кузин С. Е., Определение максимальных нагрузок тяговых подстанций электрических железных дорог, Труды ЛИИЖТ, вып. 193, Трансжелдориздат, 1962.
7. Давыдов В. Н., Мероприятия по стабилизации напряжения и компенсации реактивной мощности, предусматриваемые в проектах электрификации железных дорог, Доклады на конференции по качеству и регулированию напряжения, М. 1961.
8. Тимофеев Д. В., Закономерности изменения токов тяговых нагрузок, «Электричество», № 2; 1963.
9. Смирнов Н. В., Душин-Барковский И. В., Краткий курс математической статистики для технических приложений, Физматгиз, 1959.
10. Каретников А. Д., Воробьев Н. А., Совершенствование графика движения поездов и улучшение использования пропускной способности железнодорожных линий, Трансжелдориздат, 1960.
11. Розенфельд В. Е. и др., Основы электрической тяги, Трансжелдориздат, 1957.