

ЭЛЕКТРОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ВВОДНОМ УСТРОЙСТВЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ

Н. В. ТРИХАНОВА, П. М. ЩАНИН

(Представлена научным семинаром факультета автоматики
и вычислительной техники)

При внешней инжекции в циклических ускорителях частицы часть своего пути проходят в рассеянном магнитном поле, которое искривляет их траекторию и ухудшает эффективность инжекции. Поэтому, чтобы осуществить посадку частиц на заданную орбиту и с требуемыми параметрами, необходимо скомпенсировать действие магнитного поля. Одним из методов компенсации является создание в вводном устройстве электрического поля, действие которого противоположно действию магнитного поля. Если тракт инжекции установлен точно по касательной к орбите ускоряемых частиц, электрическое поле создается в инфлекторе, выполненном в виде плоского конденсатора. Если тракт инжекции расположен под углом к орбите, требуется применение инфлектора, представляющего собой цилиндрический конденсатор. В практике полной компенсации действия рассеянного магнитного поля на вводимые частицы получить не удастся, так как требуется выполнять электроды инфлектора очень сложной конструкции для обеспечения распределения электрического поля, идентичного магнитному. Обычно электроды вводного устройства разбивают на несколько частей и на них подают различные напряжения, создавая ступенчатое распределение электрического поля.

Рассмотрим расчет траекторий электронов в инфлекторах двух типов: в плоском конденсаторе и в конденсаторе цилиндрической формы, разбитых на три части.

Для случая цилиндрического конденсатора (рис. 1) зависимость магнитного поля H , направленного перпендикулярно плоскости чертежа, от угла φ показана на рис. 2. Электронно-оптические свойства подобной системы, но с однородными электрическим и магнитным полями описаны в литературе [1]. При выводе уравнения траектории электронов в инфлекторе была использована методика, изложенная в этой работе.

Так как рассматриваются только траектории, которые мало отличаются от окружности $r = a$, то можно положить, что

$$r = a(1 + z)$$

и пренебречь как z^2 , так и произведением z на другие малые величины. Считаем также, что энергия электронов за время движения в вводном устройстве меняется незначительно.

Используя уравнения движения в полярных координатах

$$m \frac{d}{d\psi} (r^2 \dot{\psi}) = r \frac{dr}{dt} eH, \quad (2)$$

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = mr \dot{\psi}^2 - \frac{eU}{r \ln \frac{R_1}{R_2}} - r \dot{\psi} eH. \quad (3)$$

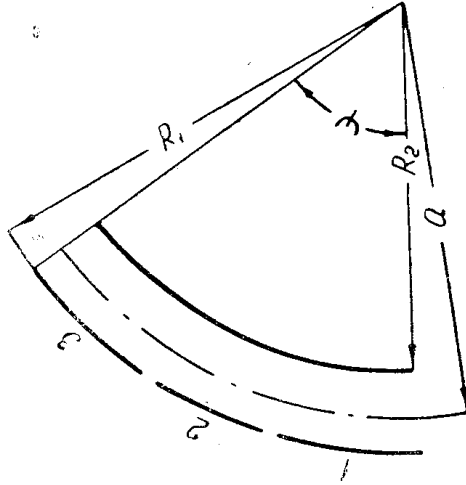


Рис. 1. Цилиндрический конденсатор.

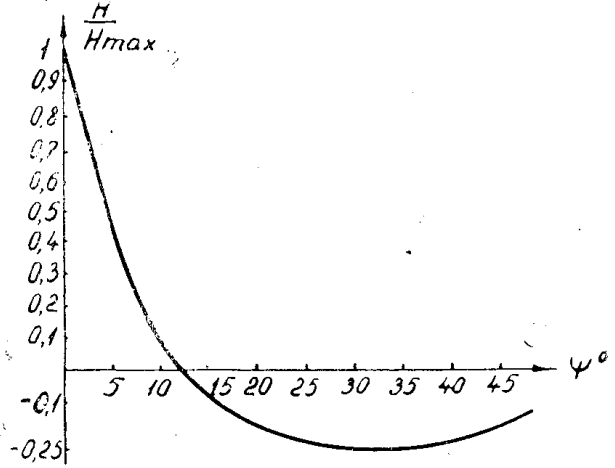


Рис. 2. Зависимость магнитного поля от угла.

и выражение (1), запишем уравнение траектории электронов

$$\frac{d^2 z}{d\psi^2} = 1 + z - \frac{eU \left[1 - \frac{2aeHz}{mv_0} + 3z \right]}{a^2 m \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 \ln \frac{R_1}{R_2}} - \frac{aeH \left(1 - \frac{aeHz}{mv_0} + 3z \right)}{v_0}, \quad (4)$$

где e, m — заряд и масса электронов;
 v_0 — начальная скорость электронов;
 H — напряженность магнитного поля;
 U — разность потенциалов на конденсаторе;
 R_1 и R_2 — радиусы кривизны его обкладок;
 Введем обозначения:

$$H = H_{\max} b(\psi),$$

$$U = U_{\max} a(\psi),$$

где $e(\psi)$ и $a(\psi)$ — функции, максимальное значение которых равно единице,

$$\frac{eU_{\max}}{mv_0^2 \ln \frac{R_1}{R_2}} = A; \quad \frac{eH_{\max}}{\frac{v_0}{a} m} = B.$$

Величиной $\left(\frac{eH}{\frac{v_0}{a} m} \right)^2$ в уравнении (4) можно пренебречь. Уравнение

(4) принимает вид

$$\frac{d^2 z}{d\psi^2} = 1 + z - Aa(\psi) [1 - 2Bb(\psi)z + 3z] - Bb(\psi) [1 + 3z]. \quad (5)$$

Численное решение данного уравнения приводит к громоздким вычислениям. Поэтому произведено моделирование движения частиц на аналоговой вычислительной машине МНБ-1.

Исходными данными являются энергия электронов и параметры пучка на выходе из инфлектора: размеры и угол сходимости. Необходимо выбрать напряжения на пластинах конденсатора таким образом, чтобы пучок имел наименьшее отклонение от дуги радиуса a . При выбранных напряжениях на пластинах требуется определить отклонение пучка от дуги радиуса a , размеры пучка и угол сходимости на входе в инфлектор.

Для упрощения структурной блок-схемы модели примем следующее допущение: в произведении $2Aa(\psi)Bb(\psi)z$ будем считать, что $a(\psi) = 1$. В действительности $a(\psi)$ мало отличается от 1, множителем является малая величина z ; приняв такое допущение, внесем незначительную погрешность. Запишем уравнение (5) в виде, удобном для решения на аналоговой вычислительной машине:

$$\frac{d^2 z}{d\psi^2} = 1 + z - Aa(\psi)(1 + 3z) - Bb(\psi) - 3Bb(\psi)z + 2ABb(\psi)z. \quad (6)$$

Заменяя в уравнении (6) ψ машинным временем τ , z — напряжением U с соответствующими масштабными коэффициентами M_τ и M_z , получим уравнения в машинных переменных

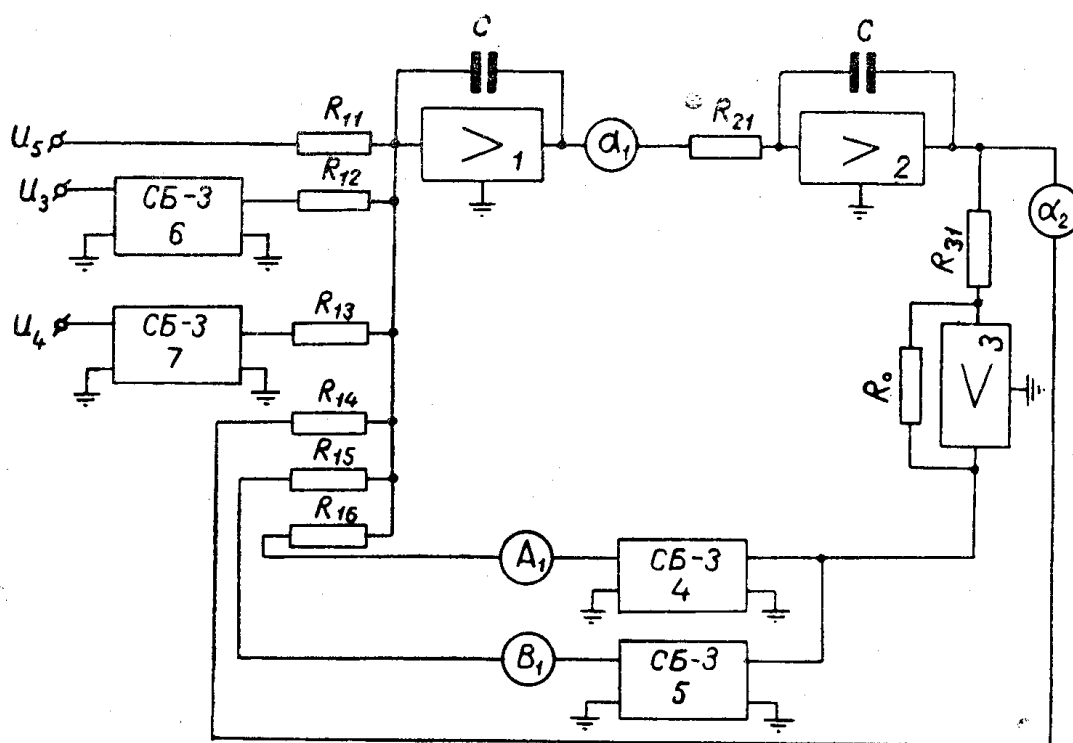


Рис. 3. Структурная схема для цилиндрического конденсатора.

$$\frac{d^2 U}{d\tau^2} = M_z^2 \left[\frac{1}{M_z} + U - Aa\left(\frac{\tau}{M_\tau}\right)(1 + 3U) + Bb\left(\frac{\tau}{M_\tau}\right) - 3Bb\left(\frac{\tau}{M_\tau}\right)U + 2ABb\left(\frac{\tau}{M_\tau}\right)U \right]. \quad (7)$$

Структурная блок-схема для решения данного уравнения представлена на рис. 3, где 1, 2 — операционные усилители в режиме интегрирования; $\alpha_1, \alpha_2, A_1, B_1$ — блоки постоянных коэффициентов; 4, 5, 6, 7 — блоки переменных коэффициентов, воспроизводящие функции $a\left(\frac{\tau}{M_\tau}\right)$ и $b\left(\frac{\tau}{M_\tau}\right)$.

Уравнение, описывающее поведение структурной схемы, имеет вид

$$\frac{d^2 U}{d\tau^2} = \alpha_1 k_{21} [-k_{12} U_3 a(\tau) + k_{13} b(\tau) U_4 + k_{11} U_5 + \alpha_2 k_{14} U - k_{16} A_1 U a(\tau) - k_{15} B_1 U b(\tau)].$$

Здесь

$$k_{li} = \frac{1}{R_{li} C}, \quad (i = 1, 2, \dots, 6);$$

$$k_{21} = \frac{1}{R_{21} C}; \quad k_{31} = \frac{R_0}{R_{31}};$$

U_3, U_4 — напряжение на входах блоков 6 и 7, воспроизводящих возмущающие силы. Сопоставив уравнения (7) и (8), получим соотношения для определения масштабных коэффициентов и коэффициентов передач решающих элементов:

$$\alpha_1 \frac{M_\tau^2}{M_z} k_{21} k_{12} U_3 = A;$$

$$\alpha_1 \frac{M_\tau^2}{M_z} k_{13} k_{21} U_4 = B;$$

$$\alpha_1 k_{21} k_{11} \frac{M_\tau^2}{M_z} U_5 = 1;$$

$$\alpha_1 \alpha_2 k_{14} M_\tau^2 k_{21} = 1;$$

$$\alpha_1 k_{21} k_{16} A_1 M_\tau^2 = 3A;$$

$$\alpha_1 k_{21} k_{15} B_1 M_\tau^2 = 3B - 2AB.$$

При решении была использована следующая методика: пользуясь свойством обратимости электронно-оптической системы (цилиндрического конденсатора), считаем, что электроны совершают движение в обратном направлении, т. е. решение уравнения производится с «конца». В качестве начальных условий задаем значение координаты и угла сходимости, которые необходимо получить на выходе из инфлектора. В результате решения получаем параметры пучка на входе в инфлектор.

Конфигурацию электрического поля необходимо выбрать таким образом, чтобы частица с нулевыми начальными условиями в конце решения имела координату и угол наклона траектории по возможности близкие к нулю. Максимальное значение напряжения, приложенного к пластинам, принимаем за 1. Относительно этого уровня выбираем напряжения на пластинах.

Результаты решения при $A = 1,062, B = 0,076$ для частиц с различными начальными условиями при различных распределениях электрического поля сведены в табл. 1.

Таблица 1

Начальные значения параметров частиц		Конечные значения параметров частиц		Распределение напряжений на пластинах		
$\frac{dz}{d\psi} [\text{рад}]$	$za [\text{мм}]$	$\frac{dz}{d\psi} [\text{рад}]$	$za [\text{мм}]$	1	2	3
0	0	$0,06 \cdot 10^{-3}$	-0,48	1	0,89	0,95
0	2	$-6,7 \cdot 10^{-3}$	+0,34			
0	-2	$+6,9 \cdot 10^{-3}$	-1,36			
0	4	$-13,1 \cdot 10^{-3}$	1,26			
0	-4	$13,8 \cdot 10^{-3}$	-2,31			
0	0	$-2,38 \cdot 10^{-3}$	-0,91	1	0,9	0,95
0	2	$-9,17 \cdot 10^{-3}$	-0,045			
0	-2	$+4,05 \cdot 10^{-3}$	-1,75			
0	4	$-15,71 \cdot 10^{-3}$	+0,804			
0	-4	$+10,95 \cdot 10^{-3}$	-2,64			
0	0	$+2,86 \cdot 10^{-3}$	-0,29	1	0,85	0,94
0	2	$-4,17 \cdot 10^{-3}$	+0,56			
0	-2	$+9,64 \cdot 10^{-3}$	-1,19			
0	4	$-10,24 \cdot 10^{-3}$	+1,43			
0	-4	$+16,43 \cdot 10^{-3}$	-2,03			

Из табл. 1 видно, что полностью скомпенсировать действие магнитного поля не удастся, наилучшие результаты получены при следующем распределении электрического поля на пластинах 1, 2, 3: 1, 0,89, 0,95 соответственно. Траектории частиц, полученные при указанном выше распределении напряжений, изображены на рис. 4.

Для случая плоского конденсатора графики изменения магнитного и электрического полей представлены на рис. 5. Уравнение траектории электронов в плоскости xu (направление движения частиц совпадает с осью y) имеет вид:

$$x'' + \frac{eH}{W\beta} \sqrt{1+x'^2+z'^2} \cdot x' + \frac{e}{W\beta} \sqrt{1+x'^2+z'^2} \times \\ \times \left[\frac{E}{\beta} \sqrt{1+x'^2+z'^2} - H \right] = 0.$$

Здесь E и H — напряженности электрического и магнитного полей,

W — полная энергия частиц, $\beta = \frac{v}{c}$ — отношение скорости частицы

к скорости света. Уравнение можно упростить. Если предположить, что энергия частицы и ее направление меняются незначительно за время движения в вводимом устройстве, то тогда величинами x'^2 и z'^2

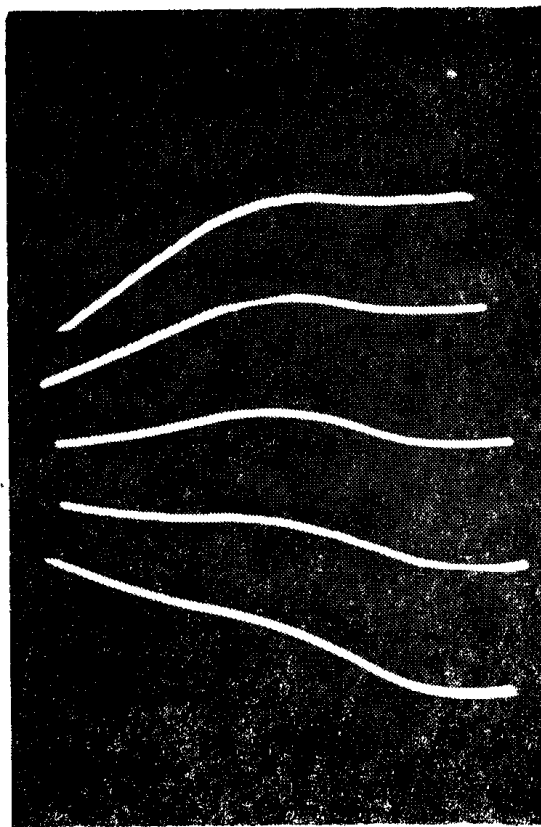


Рис. 4. Траектория частиц в цилиндрическом конденсаторе.

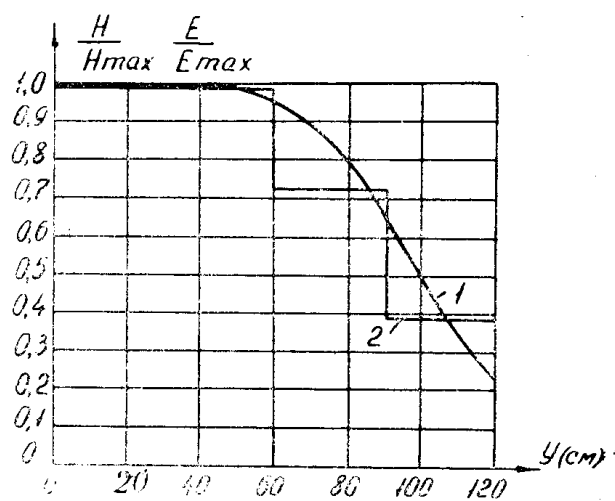


Рис. 5. Магнитное поле в плоском конденсаторе.

из-за их малости по сравнению с единицей можно пренебречь, а W и β считать постоянными. Обозначив

$$\frac{H}{H_{\max}} = a(y), \quad \frac{E}{E_{\max}} = b(y), \quad \frac{eH_{\max}}{W\beta} = A; \quad \frac{eE_{\max}}{W\beta^2} = B$$

и учтя выше приведенные допущения, окончательно получим

$$x'' + Aa(y)x'^2 + [Bb(y) - Aa(y)] = 0.$$

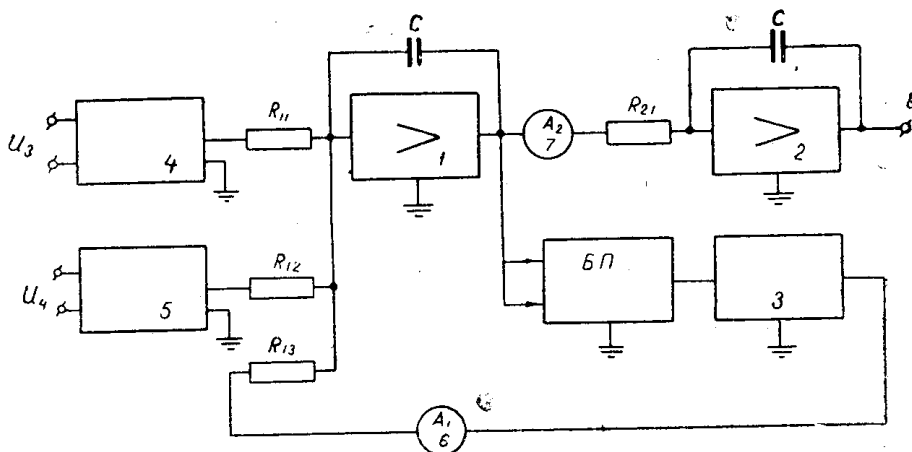


Рис. 6. Структурная схема для плоского конденсатора.

Структурная блок-схема для решения данного уравнения представлена на рис. 6, где 1 и 2 — операционные усилители; 3, 4, 5 — бло-

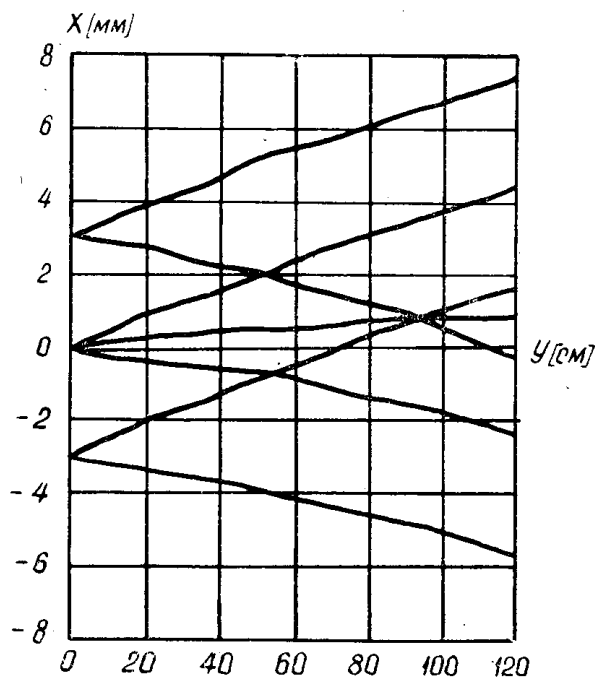


Рис. 7. Траектория частиц в плоском конденсаторе.

ки переменных коэффициентов, воспроизводящие функции $a(y)$ и $b(y)$; 6, 7 — блоки постоянных коэффициентов; БП — блок произведения.

Таблица 2

	1	2	3	4	5	6	7
Начальные значения параметров частиц	$\frac{dx}{dy} [rad]$ $x [мм]$	$3 \cdot 10^{-3}$ 0	$-3 \cdot 10^{-3}$ 3	$3 \cdot 10^{-3}$ 3	$3 \cdot 10^{-3}$ -3	$-3 \cdot 10^{-3}$ -3	$-3 \cdot 10^{-3}$ 0
Конечные значения параметров частиц	$\frac{dx}{dy} [rad]$ $x [мм]$	$-0,89 \cdot 10^{-3}$ 1,2	$2,13 \cdot 10^{-3}$ 5,3	$-3,89 \cdot 10^{-3}$ 0,5	$2,1 \cdot 10^{-3}$ 7,6	$-3,86 \cdot 10^{-3}$ -6,3	$-3,89 \cdot 10^{-3}$ -3,1

Таблица

	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{dx}{dy} [rad]$ $x [мм]$	$-0,36 \cdot 10^{-3}$ 0,5	$2,68 \cdot 10^{-3}$ 4,3	$-3,38 \cdot 10^{-3}$ -0,2	$2,64 \cdot 10^{-3}$ 7,2	$2,63 \cdot 10^{-3}$ -1,9	$-3,36 \cdot 10^{-3}$ -5,4	$-3,36 \cdot 10^{-3}$ -2,8

В табл. 2 приведены конечные значения угла и координаты для частиц с различными начальными условиями после прохождения вводного устройства при $A = 0,234$, $B = 0,234$.

В результате подбора напряжений на пластинах выходные данные частиц несколько улучшились. Новые конечные значения угла и координаты при тех же начальных условиях, которые приведены в табл. 2, представлены в табл. 3.

Траектории частиц с начальными условиями, приведенными в табл. 2, изображены на рис. 7. На модели также определены допуски на стабильность электрического поля и энергию частиц, которые в случае плоского инфлектора получились для энергии $\pm 0,5\%$ и для электрического поля $\pm 0,1\%$. При этом исходили из условия, что угловое направление частицы на выходе за счет изменения энергии частиц или электрического поля не должно изменяться на величину, большую $0,1$ допустимого угла.

В заключение следует отметить, что, несмотря на погрешности, вносимые нестабильностью работы элементов моделирующей машины в решение, на модели можно быстро получить данные как о параметрах частиц, так и об оптимальных параметрах вводного устройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. Физматгиз, 1959.
 2. А. М. Страшкевич. Электронная оптика электростатических полей, не обладающих осевой симметрией. Физматгиз, 1959.
 3. В. М. Кельман и С. Я. Явор. Электронная оптика. Издательство Академии наук СССР, 1959.
-