

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМАХ ВТОРОГО РОДА

И. А. ГОНЧАР

(Представлена научным семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

Широтно-импульсная система автоматического регулирования (ШИС) состоит из широтно-импульсного модулятора (ШИМ) и непрерывной части (НЧ) (рис. 1).

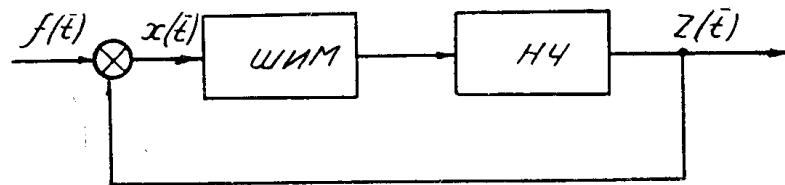


Рис. 1.

Входной величиной непрерывной части является последовательность прямоугольных импульсов высотой K_u и относительной длительностью $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ (рис. 2).

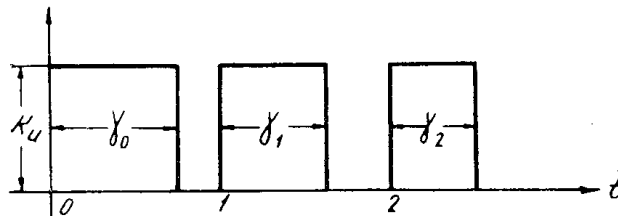


Рис. 2.

Для широтно-импульсных систем с модуляцией второго рода (ШИС II) зависимость относительной длительности импульса γ_n от входной величины одноканального модулятора $x(t)$ определяется соотношением

$$\gamma_n = \begin{cases} z \cdot x[n + \gamma_n] & 0 \leq x[n + \gamma_n] \leq \frac{1}{z} \\ 1 & x[n + \gamma_n] \geq \frac{1}{z} \\ 0 & x[n + \gamma_n] \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

где z — крутизна характеристики широтно-импульсного модулятора.

Будем придерживаться определения модуляции первого и второго рода и обозначений, приведенных в [1].

Из (1) видно, что длительность импульсов на выходе модулятора второго рода зависит от текущего значения входной величины, в то время как при модуляции первого рода длительность импульсов зависит от значений входной величины модулятора в дискретные моменты времени ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Вывод рекуррентного уравнения и способ построения переходных процессов в ШИС с модуляцией первого рода излагается в работе [2]. Однако для ШИС с модуляцией второго рода рекуррентное уравнение имеет другой вид. Это накладывает свои особенности и на способы расчета переходных процессов.

В данной статье предлагается методика построения переходных процессов в широтно-импульсных системах второго рода.

Уравнение широтно-импульсных систем с модуляцией второго рода

При выводе рекуррентного уравнения системы будем придерживаться методики, изложенной в [2], учитывая, что реакция непрерывной части на ступенчатое воздействие высотой k_n определяется известной формулой разложения [1]:

$$k_n h(\bar{t}) = c_{00} + \sum_{v=1}^l c_{v0} e^{q_v \bar{t}}, \quad (2)$$

где

$$c_{00} = \frac{k_n \cdot P_n(0)}{Q_n(0)}; \quad c_{v0} = \frac{k_n \cdot P_n(q_v)}{Q_n(q_v) \cdot q_v},$$

$P_n(q)$ и $Q_n(q)$ — числитель и знаменатель передаточной функции непрерывной части

$$k_n(q) = \frac{P_n(q)}{Q_n(q)}, \quad (3)$$

q_v — полюса передаточной функции непрерывной части
 $v = 1, 2, \dots, l$

Выходная величина разомкнутой ШИС II в моменты времени $\bar{t} = \gamma_0, 1 + \gamma_1, 2 + \gamma_2$ и т. д. равна сумме реакций от всех предыдущих импульсов, т. е.

$$\begin{aligned} z[\gamma_0] &= \sum_{v=1}^l c_{v0} e^{q_v \gamma_0} + c_{00}, \\ z[1 + \gamma_1] &= \sum_{v=1}^l c_{v0} [e^{q_v} + 1 - e^{q_v(1-\gamma_0)}] e^{q_v \gamma_1} + c_{00}, \\ z[2 + \gamma_2] &= \sum_{v=1}^l c_{v0} [e^{2q_v} + e^{q_v} + 1 - e^{q_v(2-\gamma_0)} - e^{q_v(1-\gamma_0)}] e^{q_v \gamma_2} + c_{00} \end{aligned} \quad (4)$$

и т. д.

Для момента времени $t = n + \gamma_n$ выходная величина непрерывной части может быть определена соотношением

$$z[n + \gamma_n] = \sum_{v=1}^l (a_{vn} - b_{vn}) e^{q_v \gamma_n} + c_{00}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} a_{vn} &= a_{v, n-1} + c_{v0} e^{nq_v}, \\ b_{vn} &= e^{q_v} (b_{v, n-1} + c_{v0} e^{-q_v \gamma_{n-1}}). \end{aligned}$$

Уравнение замыкания для ШИС II запишется в виде

$$x[n + \gamma_n] = f[n + \gamma_n] - z[n + \gamma_n]. \quad (6)$$

Исключая $z[n + \gamma_n]$ из уравнений (5) и (6) и учитывая (1), получим рекуррентное уравнение замкнутой системы

$$x[n + \gamma_n] = f[n + \gamma_n] - \sum_{\nu=1}^l (a_{\nu n} - b_{\nu n}) e^{x q_{\nu} x[n + \gamma_n]} - c_{00} \quad (7)$$

при

$$0 \leq x[n + \gamma_n] \leq \frac{1}{x}.$$

Методы расчета переходных процессов в ШИС II

Уравнение (7) может быть использовано для построения переходных процессов в замкнутых ШИС II при подаче на вход воздействия вида скачка высоты

$$f(\bar{t}) = f = \text{const}. \quad (8)$$

Однако трансцендентная форма этого уравнения вносит при его решении определенные трудности.

Пусть непрерывная часть системы описывается дифференциальным уравнением первого порядка, т. е. $l = 1$. Тогда уравнение (7), учитывая (8), запишется

$$\frac{x[n + \gamma_n]}{b_n - a_n} + \frac{f - c_{00}}{a_n - b_n} = e^{q_1 x[n + \gamma_n]} \quad (9)$$

при

$$0 \leq x[n + \gamma_n] \leq \frac{1}{x}.$$

Уравнение (9) для моментов времени $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ легко решается графически, если заменить его равносильным уравнением

$$\varphi(x[n + \gamma_n]) = \psi(x[n + \gamma_n]), \quad (10)$$

где

$$\varphi(x[n + \gamma_n]) = \frac{x[n + \gamma_n]}{b_n - a_n} + \frac{f - c_{00}}{a_n - b_n}, \quad (11)$$

$$\psi(x[n + \gamma_n]) = e^{q_1 x[n + \gamma_n]} \quad (12)$$

Для этого при заданных параметрах системы строится график функции $\psi(x[n + \gamma_n])$ (рис. 3). Затем при $n = 0$ определяются коэффициенты $a_0 = c_{10}$ и $b_0 = 0$ и строится график линейной функции

$$\varphi(x[\gamma_0]) = \frac{f - c_{00}}{a_0} - \frac{x[\gamma_0]}{a_0}. \quad (13)$$

Абсцисса точки пересечения $x[\gamma_0]$ графиков функций (12) и (13) является решением трансцендентного уравнения (9) при $n = 0$. Если полученное решение удовлетворяет условию

$$0 \leq x[\gamma_0] \leq \frac{1}{x}, \quad (14)$$

то относительная длительность первого импульса определяется из соотношения

$$\gamma_0 = x \cdot x[\gamma_0], \quad (15)$$

а выходная величина системы определится как

$$z[\gamma_0] = f - x[\gamma_0]. \quad (16)$$

Если полученное решение $x[\gamma_0] \geq \frac{1}{z}$, то относительная длительность первого импульса $\gamma_0 = 1$, а выходная величина системы может быть определена по уравнению (5)

$$z[1] = (a_0 - b_0)e^{q_1} + c_{00}. \quad (17)$$

На рис. 3 заштрихованная область является областью насыщения, для которой $\gamma_n = 1$. Затем при $n = 1$ по (5) определяются коэффициенты a_1 и b_1 и построением графика функции

$$\varphi(x[1 + \gamma_1]) = \frac{x[1 + \gamma_1]}{b_1 - a_1} + \frac{f - c_{00}}{a_1 - b_1}$$

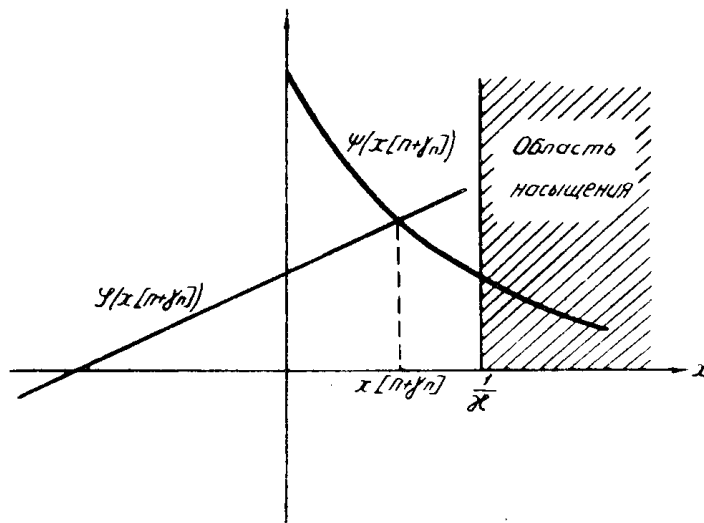


Рис. 3.

находится входная величина модулятора. Аналогично расчет переходного процесса производится для моментов времени $n = 2, 3, 4 \dots$. При этом нелинейная функция $\psi(x[n + \gamma_n])$ остается постоянной, а для функции $\varphi(x[n + \gamma_n])$ изменяется только угол наклона при изменении n .

Для систем с непрерывной частью второго порядка и выше графическое решение уравнения (7) становится громоздким, так как для каждого нового момента времени n необходимо строить правую и левую части уравнения (10). В практических широтно-импульсных системах период квантования обычно меньше постоянной времени непрерывной части и $q_v < 0,5$. Поэтому вполне допустима замена показательной функции первыми членами ряда Тейлора. Если принять

$$e^{q_v \gamma_n} \approx 1 + q_v \gamma_n, \quad (18)$$

то уравнение (7) может быть преобразовано к виду

$$x[n + \gamma_n] = \frac{f[n + \gamma_n] - c_{00} - \sum_{v=1}^l (a_{vn} - b_{vn})}{1 + z \sum_{v=1}^l q_v (a_{vn} - b_{vn})}. \quad (19)$$

при

$$0 \leq x[n + \gamma_n] \leq \frac{1}{x}.$$

Переходный процесс в этом случае строится аналитически путем последовательного решения уравнения (19) при значениях $n=0, 1, 2, 3, \dots$

Для более точного построения переходного процесса в ШИС II с непрерывной частью порядка выше первого можно принять:

$$e^{q_v \gamma_n} \approx 1 + q_v \gamma_n + \frac{q_v^2 \gamma_n^2}{2}. \quad (20)$$

При этом из уравнения (7), учитывая (20), получим

$$x^2 [n + \gamma_n] = -x[n + \gamma_n] A_n + B_n, \quad (21)$$

где

$$A_n = 2 \frac{1 + x \sum_{v=1}^l q_v (a_{vn} - b_{vn})}{x^2 \sum_{v=1}^l q_v^2 (a_{vn} - b_{vn})},$$

$$B_n = 2 \frac{f[n + \gamma_n] - c_{00} - \sum_{v=1}^l (a_{vn} + b_{vn})}{x^2 \sum_{v=1}^l q_v^2 (a_{vn} - b_{vn})}.$$

При построении переходного процесса уравнение (21) можно решать аналитически, по номограммам, графическим методом. При графическом решении порядок расчета процесса по (21) аналогичен рассмотренному для случая непрерывной части первого порядка. А функции $\varphi(x[n + \gamma_n])$ и $\psi(x[n + \gamma_n])$ уравнения (10) могут быть определены:

$$\varphi(x[n + \gamma_n]) = x^2 [n + \gamma_n], \quad (22)$$

$$\psi(x[n + \gamma_n]) = -x[n + \gamma_n] A_n + B_n. \quad (23)$$

Моделирование ШИС II с непрерывной частью второго порядка на машине МНБ-1 показало, что рассмотренные методы расчета переходного процесса в ШИС II являются вполне пригодными для инженерной практики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. Физматгиз, 1956.
2. Я. З. Цыпкин. Расчет процессов в нелинейных системах прерывистого регулирования. Автоматика и телемеханика, т. XVII, № 6, 1956.