ЛИТЕРАТУРА:

1. Versteeg H.K., Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method. – Longman Scientific&Technical, 1995. – P. 258.
2. Maslov Ye.A., Zharova I.K., Fedotova N.S. Fluid dynamics and heat and mass transfer when interacting of heterogeneous jets with surfaces of different shapes // POWER ENGINEERING EFFICIENCY, RELIABILITY, SAFETY. Selected reports of all-Russian scientific and technical Conference. – London: Red Square Scientific. Published: 5 December 2014. – Pp. 40-44.

Научный руководитель: Е.А. Маслов, к.ф.–м.н., доцент каф. АТЭС ЭНИН ТПУ.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ГРЕТЦА-НУССЕЛЬТА

В.Г. Милютин, В.С. Логинов
Томский политехнический университет
ЭНИН, ТПТ

Задача Гретца-Нуссельта

Задача Гретца-Нуссельта формулируется для ламинарного стабилизированного течения жидкости в круглой трубе при постоянной температуре стенки по длине трубы при заданных расходе жидкости, температурах стенки и на входе в трубу решена с учетом следующих условий:

1. процесс теплообмена принимается стационарным;
2. жидкость считается несжимаемой и ее физические свойства постоянны (не зависящие от температуры);
3. в потоке отсутствуют внутренние источники теплоты, а теплота трения пренебрежимо мала;
4. тепловым потоком вдоль трубы за счет теплопроводности можем пренебречь по сравнению с конвективным тепловым. После преобразований, приведенных в [1] уравнение энергии в безразмерном виде запишется так:

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial\Theta(X,R)}{\partial R}\right)=(1-R^2)\frac{\partial\Theta(X,R)}{\partial X}, \tag{1}$$

где $\Theta=\frac{\vartheta}{\vartheta_0}=\frac{t-t_{cm}}{t_0-t_{cm}}$, $R=\frac{r}{r_0}$, $X=\frac{a}{2\varpi r_0}\frac{x}{r_0}=\frac{2}{Pe}\frac{x}{d}$;

с граничными условиями:

при $X = 0$, $0 \le R < 1$ $\quad\quad \Theta = 1$; (2)

при $X \ge 0$, $R = 0$ $\quad\quad \partial\Theta/\partial R = 0$,

при $X \ge 0$, $R = 1$ $\quad\quad \Theta = 0$ (3)

Решение системы (1), (2), (3) подробно приводится в [1,3]

$$\Theta(X,R) = \sum_{N=0}^{\infty} A_n \exp(-\varepsilon_n^2 X)\Psi_n(r), \tag{4}$$

В работе [4] была исследована область применимости решения Гретца-Нуссельта, исследованием при различных X и R ($0 \le X < \infty, 0 \le R \le 1$) и заданных n для полученного $\delta\Theta(X,R)$ - отклонение решения Гретца-Нуссельта от нуля (истины):

$$\begin{aligned}\delta\Theta(X,R) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\varepsilon_n^2 X)\Psi_n''(R) + \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\varepsilon_n^2 X)\Psi_n'(R) - \\ -(1-R^2)\sum_{n=0}^{\infty} A_n(-\varepsilon_n^2)\exp(-\varepsilon_n^2 X)\Psi_n(R)\end{aligned}, \tag{5}$$

а также сделан вывод о применимости данного решения: $0 \le R < 0.1, 0 \le X < \infty$; и $1 \le X < \infty, 0 \le R \le 1$. Откуда – возможна необходимость определение коэффициентов теплообмена

Другие приближенные решения задачи Гретца-Нуссельта

Были найдены два дополнительных решения системы уравнений (1), (2), (3).

Первое:

$$\Theta_1(X,R) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n}\cos(\mu_n R)\exp(-2\mu_n^2 X), \tag{6}$$

с отклонением от нуля для $n = 4$:

$$\begin{aligned}\delta\Theta_1(X,R)\big|_{n=4} = \frac{\partial^2\Theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial\Theta}{\partial R} - (1-R^2)\frac{\partial\Theta}{\partial X} = \\ = (2/R)\begin{bmatrix}\sin(\pi R/2)\exp(-\pi^2 X/2) - \\ -\sin(3\pi R/2)\exp(-9\pi^2 X/2) + \\ +\sin(5\pi R/2)\exp(-25\pi^2 X/2) - \\ -\sin(7\pi R/2)\exp(-49\pi^2 X/2)\end{bmatrix} + \\ +\pi(1-2R^2)\begin{bmatrix}\cos(\pi R/2)\exp(-\pi^2 X/2) - 3\cos(3\pi R/2)\exp(-9\pi^2 X/2) + \\ +5\cos(5\pi R/2)\exp(-25\pi^2 X/2) - 7\cos(7\pi R/2)\exp(-49\pi^2 X/2)\end{bmatrix}\end{aligned}, \tag{7}$$

которое позволяет выделить область применения приближенного решения (6): $0 \le R < 1$, $0.01 < X < \infty$.

И второе:

$$\Theta_2(X,R) = \Psi(R)\Phi(X) = \frac{1}{2}(1-R^2)\exp(-\varepsilon^2 X), \tag{8}$$

с соответствующим отклонением от истинного уравнения энергии $\delta\Theta_2(X,R)$ от нуля:

$$\delta\Theta_2(X,R) = \frac{(R^4 - 2R^2 - 8R^2 X + 1)}{\exp(4X/(R^2-1)^2)(R^2-1)^5}, \tag{9}$$

с областью применения решения (8), приближенно, как: $0 \le R < 1$, $0 < X < 0.01$.

Вывод:

1. Полученные приближенные решения задачи Гретца-Нуссельта имеют более простой символьный вид решения уравнения энергии. Это дает преимущество при использовании в программировании, по сравнению с известным «классическим» решением, в котором используются сложные рекурсивные зависимости, малопригодные для практического применения.
2. Вычисленные отклонения уравнения энергии для всех приведенных в докладе дополнительных решений позволяет сделать вывод о возможном их комплексном использовании.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967. 411с.
2. Исаев С.И., Кожинов И.А. и др.; под ред. Леонтьева А.И. Теория тепломассообмена: Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1997. 683с**.**
3. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача, М., 1975
4. Логинов В.С., Милютин В.Г. О приближенном решении задачи Гретца-Нуссельта //Наука промышленность оборона. 2015. С. 555-558.

Научный руководитель: В.С. Логинов д.ф.-м.н., профессор кафедры ТПТ ЭНИН ТПУ.