

ЗАКОН ОМА И ЗАКОН ДЖОУЛЯ – ЛЕНЦА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ СО СТРУКТУРОЙ ГОМОГЕННЫХ ФРАКТАЛОВ

В.А. Чуриков

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: vachurikov@list.ru

Рассмотрено активное сопротивление электрического тока в проводнике с фрактальной структурой. Когда фрактал анизотропный и имеет фрактальную (дробную) размерность вдоль трёх координат, $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1$ и $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = \text{const}$. Фрактальная размерность вдоль распространения тока α_1 , а размерности перпендикулярные току будут α_2, α_3 , тогда сопротивление $R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}$ можно выразить

$$R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} = \frac{\tau l_{\alpha_1} \rho}{S_{\alpha_2, \alpha_3}} = \frac{\tau(1 + \varphi(\alpha_1))l\rho}{\alpha_2 \alpha_3 S}.$$

Здесь $l_{\alpha_1} = (1 + \varphi(\alpha_1))l$ - эффективная длина проводника во фрактале, которая зависит от фрактальной размерности проводника вдоль распространения тока; l - длина проводника, $l_{\alpha_1} \geq l$; $\varphi(\alpha_1)$ - некоторая функция, зависящая от размерности фрактала, и его топологических свойств, $\varphi(\alpha_1) \geq 0$; $S_{\alpha_2, \alpha_3} = \alpha_2 \alpha_3 S$ - эффективная площадь сечения фрактального проводника; S - общая площадь проводника, $S_{\alpha_2, \alpha_3} < S$; ρ - удельное электрическое сопротивление вещества фрактала; τ - топологический коэффициент, который $\tau > 0$, если прохождение тока возможно и $\tau = 0$, если невозможно.

Используя сопротивление легко записать закон Ома в дифференциальной форме для анизотропного фрактального проводника:

$$j = \frac{E}{R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}} = \frac{\alpha_2 \alpha_3 S}{\tau(1 + \varphi(\alpha_1))l\rho} E.$$

Здесь j - плотность тока в проводнике; E - напряжённость электрического поля.

Случай, когда $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$ и $\tau = 1$, соответствует традиционному закону Ома $j = E/R$.

Комплексное сопротивление (импеданс) для контура с активным фрактальным сопротивлением для синусоидального тока для анизотропного случая:

$$Z_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} = R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} + iX = R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} + i(\omega L - (\omega C)^{-1}).$$

Здесь ω - частота; $X = \omega L - 1/\omega C$ - реактивное сопротивление, где L - индуктивность и C - ёмкость, которые не являются фрактальными.

Закон Ома для переменных синусоидальных токов будет:

$$j = E(|Z_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}|)^{-1} = (R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}^2 + i(\omega L - (\omega C)^{-1})^2)^{-1/2} E_0 \sin(\omega t - \varphi).$$

Здесь E_0 - амплитуда изменения электрического поля, φ - сдвиг фазы, который определяет коэффициент мощности, $\cos(\varphi)$:

$$\cos(\varphi) = R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} (|Z_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}|)^{-1} = (R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}^2 + i(\omega L - (\omega C)^{-1})^2)^{-1/2} R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}.$$

Используя полученное сопротивление легко записать закон Джоуля - Ленца для постоянного тока в дифференциальной форме для анизотропного фрактального проводника

$$Q = jE = E^2 (R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3})^{-1}.$$

Здесь Q – теплота выделяемая проводником за единицу времени, когда по нему протекает ток.

Если переменное синусоидальное напряжение приложено к двухполюснику с импедансом $Z_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} = R_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3} + iX$, то проходящий ток будет меняться по тому же закону, но со сдвигом фазы φ :

$$E = E_0 \cos(\omega t); \quad j_0 = j_0 \cos(\omega t - \varphi).$$

Здесь j_0 - амплитуда изменения электрического тока.

Закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме для переменного синусоидального напряжения и анизотропного фрактального проводника будет:

$$Q = \bar{j}\bar{E} \cos(\varphi).$$

Здесь $\bar{E} = E_0/\sqrt{2}$ и $\bar{j} = j_0/\sqrt{2}$ - соответственно средние (действующие) значения переменного синусоидального напряжения и переменного синусоидального тока.

В частном случае, когда $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = 1$ и $\tau=1$, соответствует традиционному закону Джоуля - Ленца для переменного тока $Q = j_0 E_0 / 2$.

РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР ИЗ ВАКУУМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ СПЕЦИАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

В.М. Шахматов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: shakh@tpu.ru

Рассмотрено рождение e^+e^- пар полем, представляющим собой суперпозицию бегущих в одном направлении электрического и магнитного полей и поля плоской волны, распространяющейся в том же направлении. Потенциалы поля выбраны так, что удовлетворяют уравнениям Максвелла с нулевыми зарядами и токами. Изучение рождения пар «пустым» полем представляет интерес с космологической точки зрения. Рождающее пары поле зависит только от $u^0 = ct - z$ и имеет вид в проекциях на оси цилиндрической системы координат:

$$E_r = H_\varphi = 2\varepsilon r, \quad E_z = 4\gamma, \quad H_z = 4(\alpha^2 - \gamma^2)^{0.5}, \quad E_\varphi = -H_r = 2\varepsilon r \gamma (\alpha^2 - \gamma^2)^{-0.5}, \quad \gamma = \beta + \varepsilon u^0 \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon, \alpha, \beta$ – произвольные постоянные.

Решение уравнения Дирака в поле (1) получено в [1]. Среднее число родившихся пар $\omega_{\{m\}}^{(\pm)}$ в заданном квантовом состоянии $\{m\}$ и полное число родившихся пар $N^{(\pm)}$ определяется формулами [2]

$$\omega_{\{m\}}^{(\pm)} = \sum_{\{n\}} |G \langle m^\pm | n^\mp \rangle|^2, \quad N^{(\pm)} = \sum_{\{m\}} \omega_{\{m\}}^{(\pm)}, \quad \text{где } G \langle m^\pm | n^\mp \rangle \text{ функция Грина в электромагнитном поле.}$$

$$\omega_{\{m\}}^{(\pm)} = \exp(-\pi\lambda - \pi d(1-\zeta)) B_+^{\zeta+1} B_-^\nu F(-\nu, -s, 1; \eta^2), \quad \{m\} = (\nu, s, k_3, \zeta), \quad \eta = \theta_{-} sh \pi d, \quad (2)$$

$$F - \text{функция Гаусса, } B_{\pm} = (1 \pm th \pi d)(1 + \theta_{\pm} tg \pi d)^{-1}, \quad s = \nu - l_\varphi, \quad \nu = n + (l_\varphi + |l_\varphi|)(2g_2 | \varepsilon k_3 |^{0.5})^{-1},$$