

Уровень профессиональной подготовки студентов технического вуза повысится, если: математическая подготовка рассматривается как составной элемент профессиональной подготовки студентов; межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин являются одним из средств профессиональной подготовки студентов; профессионально значимые умения студентов определены и сформированы непосредственно в процессе обучения математике; содержание, средства и формы обучения математике отобраны с учетом их использования в профессиональной деятельности.

Межпредметные связи играют важную роль в решении задач всестороннего развития личности; обеспечивают сочетание репродуктивной и поисковой познавательной деятельности студентов, осуществляемой под непосредственным руководством преподавателя; активизируют познавательную деятельность студентов и процесс усвоения, что способствует формированию положительной мотивации изучения предмета. Таким образом, реализация меж предметных связей курса математики повышает уровень математической и, как следствие, профессиональной подготовки студентов.

### ВЫЧИСЛЕНИЕ КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ

*Д.В. Былков, учащийся 11 «А» класса, школы №14,*  
научный руководитель: С.В. Соколова

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского  
Томского политехнического университета  
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

«Результаты надёжны лишь тогда, когда  
введение в область математических знаний  
совершается в лёгкой и приятной форме, на  
предметах и примерах обыденной и повседневной  
обстановки, подобранных с надлежащим  
остроумием и занимательностью»

Е. И. Игнатъев

В ходе решения некоторых математических задач приходится оперировать с квадратными корнями и уметь их вычислять. Поэтому целью представленной работы является изучение методов вычисления квадратных корней

Введем следующее определение:

Определение. **Неотрицательное число, квадрат которого равен неотрицательному числу  $a$ , называется квадратным корнем из  $a$  и обозначают  $\sqrt{a}$ .**

Таким образом  $(\sqrt{a})^2 = a$  и  $\sqrt{a} \geq 0$ .

Пример. Так как

$$0^2 = 0, \quad 1^2 = 1, \quad 2^2 = 4, \quad 3^2 = 9, \quad \text{то } \sqrt{0} = 0, \quad \sqrt{1} = 1, \quad \sqrt{4} = 2, \quad \sqrt{9} = 3.$$

Из отрицательных чисел нельзя извлекать квадратные корни, так как квадрат любого числа или положителен, или равен нулю. Например, выражение  $\sqrt{-25}$  не имеет числового значения.

В ходе данного исследования было обнаружено несколько методов извлечения квадратного корня [2]:

1. Арифметический.
2. Грубая оценка.
3. Столбиком.
4. Вавилонский способ.
5. Метод Герона.
6. Метод Ньютона .
7. Десятично

Приведем примеры некоторых из них.

Рассмотрим **Вавилонский способ**.

**Теорема.** Если  $a$  - положительное число и  $x_1$  - приближенное значение для  $\sqrt{a}$  по избытку, то  $x_2$  - приближенное значение для  $\sqrt{a}$  по недостатку.

Доказательство.

По условию  $x_1 > \sqrt{a}$  и потому  $x_1^2 > a$ ,  $\frac{a}{x_1^2} < 1$ . Но  $\left(\frac{a}{x_1}\right)^2 = \frac{a^2}{x_1^2} = a \frac{a}{x_1^2}$ . Т.к.  $\frac{a}{x_1^2} < 1$ , то  $a \frac{a}{x_1^2} < a$ . Значит,  $\left(\frac{a}{x_1^2}\right)^2 < a$  и  $\frac{a}{x_1}$  - приближенное значение для  $\sqrt{a}$  по недостатку.

Аналогично доказывается, что если  $x_1$  - приближенное значение для  $\sqrt{a}$  по недостатку, то  $\frac{a}{x_1}$  - приближенное значение  $\sqrt{a}$  по избытку.

Поскольку  $x_1$  и  $\frac{a}{x_1}$  являются приближенными значениями для  $\sqrt{a}$  по избытку и по недостатку, то в качестве лучшего приближения для

$\sqrt{a}$  естественно выбрать среднее арифметическое этих чисел, т. е. число  $x_2 = \frac{1}{2} \left( x_1 + \frac{a}{x_1} \right)$ . А

чтобы получить еще более точное значение для  $\sqrt{a}$ , надо взять среднее арифметическое чисел  $x_2$  и  $\frac{a}{x_2}$ , т. е. число

$x_3 = \frac{1}{2} \left( x_2 + \frac{a}{x_2} \right)$ . Так вычисляются одно за другим все лучшие и лучшие приближенные

значения для  $\sqrt{a}$ . Приближения ведут до тех пор, пока два полученных значения  $x_n$  и  $x_{n+1}$  не совпадут в пределах заданной точности. Можно доказать, что каждое приближение примерно удваивает число верных десятичных знаков.

Пример 1. Уточним по формуле  $x_2 = \frac{1}{2} \left( x_1 + \frac{a}{x_1} \right)$  приближение

$x_1 = 1,414$  для  $\sqrt{2}$ .

Решение. В нашем случае  $a=2$ . Поэтому

$$x_2 = \frac{1}{2} \left( 1,414 + \frac{2}{1,414} \right) \approx \frac{1}{2} (1,414 + 1,4144271) + 1,4142135\dots$$

Выполнив еще одно приближение, мы убедимся, что все выписанные знаки полученного ответа верны,

т. е. число верных знаков удвоилось.

Рассмотрим два **Метода Герона**.

*Первый метод Герона.*

Этот метод был известен ещё в Древней Греции и приписывается Герону Александрийскому. Герон жил в I веке н.э. и описал в своих книгах закон отражения света, формулу вычисления площади треугольника по трём сторонам, многочисленные механизмы. Интересно, что и в наше время метод Герона используется некоторых вычислительных машинах (может быть, и в вашем калькуляторе!). Обратимся к тексту самого Герона. Он объясняет свой метод на примере.

Пример. Пусть надо найти корень из 720. Так как 720 не имеет рационального корня, то возьмем корень с очень малой погрешностью следующим образом. Так как ближайший к 720 квадрат есть 729, и оно имеет корнем 27. Разделим 720 на 27, получим  $26\frac{2}{3}$ . Затем сложим полученный ре-

зультат и 27:  $26\frac{2}{3} + 27 = 53\frac{2}{3}$ . Разделим полученное число на 2, получим  $26\frac{5}{6}$ . Это и есть результат.

Если возвести это число в квадрат, получим 720. Погрешность составляет  $1/36$  единицы. Но при же-

лании погрешность может быть и меньшей. Для уменьшения величины погрешности процедуру следует проделать ещё и ещё раз с вновь полученной величиной.

*Второй метод Герона.*

Древние вавилоняне пользовались следующим способом нахождения приближенного значения квадратного корня их числа  $x$ . Число  $x$  они представляли в виде суммы  $a^2 + b$ , где  $a^2$  - ближайший к числу  $x$  точный квадрат натурального числа  $a$  и пользовались формулой  $\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$ . Рассмотрим применение метода на следующем примере.

Пример. Извлечем с помощью формулы корень квадратный из числа 28.

$\sqrt{28} = \sqrt{5^2 + 3} \approx 5 + \frac{3}{2 \cdot 5} \approx 5,3$ . Возведем в квадрат полученный результат  $(5,3)^2 = 28,09$ . Погрешность составляет 0,09 единицы.<sup>12</sup>

По нашему мнению, именно методы Герона являются самыми простыми и доступными для учащихся школ. Кроме того, данные методы имеют самый маленький коэффициент погрешности.

**Заключение**

Работа над данным исследованием показала, что изучение квадратных корней – не прихоть математиков, а объективная необходимость: в реальной жизни случаются ситуации, математические модели которых содержат операцию извлечения квадратного корня. Но не всегда под рукой мы имеем калькулятор. Помимо того, бывают ситуации, когда использование калькулятора недопустимо, например, ЕГЭ. Вот тогда-то и придут на помощь рассмотренные в предложенной работе методы. Методы, которые позволяют быстро, эффективно справиться с предложенными заданиями.

**Литература.**

1. <http://mathematik.boom.ru/>
2. <http://www.worldlingo.com/ma/enwiki/ru/>
3. <http://festival.1september.ru/>
4. Алгебра: Учеб. пособие для 8 кл. / Е.П. Кузнецова и др; под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2 изд. – Мн.: Нар. асвета, 2005.
5. Алгебра: Учеб. для 8-х кл. общеобразоват. шк. с углубл. изучением математики / К.О. Ананченко и др. – Мн.: Нар. асвета, 1994.
6. Петраков И.С. «Математические кружки в 8–10 классах»: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1987 г.

### **ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ ВОКРУГ НАС: КОСМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ**

*Д.В. Гнедаш, студент группы 17В41,  
научный руководитель: Соколова С.В.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского  
Томского политехнического университета  
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

Золотое сечение (золотая пропорция, гармоническое деление, деление в крайнем и среднем отношении) — соотношение числовых величин в математике и искусстве: отношение суммы двух величин к большей из них равно отношению большей величины к меньшей величине. Золотое сечение - это не только эстетические пропорции, важные для мира искусства, но и везде присутствующий космический принцип. В ритмах Солнечной системы обнаружены признаки биологической жизни; графически это выглядит как “пятипалые руки”, вероятно, имеющие связь с земными биологическими ритмами. Такая пятилучевая симметрия указывает на золотое сечение, принцип которого содержится в основе внутренней структуры в солнечных и земных циклах. Изучив эти феномены, связанные с планетарными конфигурациями можно точно предсказывать солнечную активность, климатические изменения, приближение засухи, угрозу войн, подъемы и спады экономической активности. В итоге возникают серии “золотых” аспектов, которые подтверждаются статистическими исследованиями и практикой.