

К ТЕОРИИ ЭРОЗИОННОГО ГОРЕНИЯ ТВЕРДЫХ РАКЕТНЫХ ТОПЛИВ

К.О. Сабденков, О.Ю. Долматов, К.В. Юшицын

Томский политехнический университет
E-mail: sabdenovko@mail.ru

Предложено объяснение наличия порога эрозионного горения. Показано, что такой вид горения начинается при снижении толщины ламинарного подслоя (в турбулентном пограничном слое) ниже ширины зоны ламинарного горения. Получены выражения, связывающие критическую (пороговую) скорость обдувающего потока и критическое число В.Н. Вилюнова со свойствами топлива и образующегося при его разложении газа. Для скорости горения найдены простые степенные зависимости от скорости обдувающего потока.

Введение

Дальнейшее совершенствование ракетно-ядерного щита России требует, помимо создания современных ядерных боезарядов, еще и эффективных носителей – ракетных комплексов. В частности ракетных двигателей на твердом топливе. Одним из существенных элементов в этом вопросе является детальное понимание закономерностей горения топливного заряда и выработка улучшенных методов их учета при конструировании двигателей и расчете динамики полета ракеты к цели.

Среди множества иных эффектов (нестационарность горения топлива, устойчивость и т. д.) известен эффект эрозионного горения. Известно [1, 2], что такой вид горения относится к классу пороговых явлений и проявляется как увеличение скорости горения u под действием обдувающего поверхность горения потока горячего газа. Оно, как правило, имеет место при превышении средней (или максимальной) скорости w_∞ газа вдоль поверхности горения критического значения w^* . Если обозначить за u_w скорость горения при наличии эрозионного эффекта, то одно из широко используемых выражений (в ограниченном интервале изменения w_∞) для u_w имеет вид:

$$u_w = u[1 + k_e(w_\infty - w^*)], \quad w \geq w^*;$$

$$u_w = u, \quad w_\infty < w^*; \quad k_e = \text{const.}$$

Числовая постоянная k_e носит название коэффициента эрозии. На ранних этапах исследования на пороговый характер эрозионного горения специалисты не обращали внимания. К тому же была неясной физика самого явления.

В теории В.Н. Вилюнова [3] внутренний механизм эффекта эрозии состоит в интенсификации процессов переносов тепла, импульса и массы в зоне горения газовой фазы под действием турбулентности. В сумме это приводит к росту теплового потока из зоны химических реакций в газовой фазе к поверхности разложения топлива, повышая ее температуру T_s . Как результат растет и скорость горения. В роли главного определяющего процесс параметра здесь выступает (критериальное) число Вилюнова

$$J = \sqrt{C_f} \frac{\rho w_\infty}{\rho_c u},$$

где C_f – коэффициент гидродинамического сопротивления; ρ_c – плотность топлива. Соответственно

рекомендуемая для практического пользования формула имеет вид [4]

$$\frac{u_w}{u} = \begin{cases} 1, & J < J_* \\ 1 + k_e(J - J_*), & J \geq J_* \end{cases}$$

содержащий новый коэффициент эрозии k_e . Она, как и приведенная выше, пригодна, как правило, для довольно узкого интервала изменения J .

Физический смысл параметра Вилюнова J легко раскрыть, если заменить в нем $\rho_c u$ на ρv , опираясь на закон сохранения массы для стационарного горения в форме $\rho_c u = \rho v$. Тогда новый (очевидно, более простой и элегантный) вид критериального числа

$$J = \sqrt{C_f} \frac{w_\infty}{v}$$

констатирует следующее: оттекающий с поверхности разложения топлива газ со скоростью v стремится вытеснить из зоны горения турбулентный пограничный слой. Появление этого слоя вызвано продольным к поверхности топлива движением потока газа со скоростью w с характерным значением w_∞ , на что указывает наличие множителя с коэффициентом гидродинамического сопротивления C_f .

Критическое число J_* (или критическая скорость w^*) в теории В.Н. Вилюнова не определяется, оно находится опытным путем. Следовательно, остается неясным причина порогового характера эрозионного горения. Поэтому нельзя заранее без проведения опасного и дорогостоящего эксперимента сказать, когда и на каком участке топливного заряда двигателя начнет проявлять себя эрозионный эффект.

Первая [2, 4] попытка выяснить природу критичности эрозионного горения привела к сильно расходящемуся с экспериментальными данными результату:

$$J_* = \frac{2T_s}{T_b \sqrt{C_f}},$$

где T_s , T_b – температура поверхности разложения топлива и пламени.

Сама природа порогового характера эрозионного горения связывается [2, 4] с исчезновением касательного напряжения τ_s трения на поверхности контакта газа с поверхностью топлива за счет наличия скорости v .

Таким образом, объяснение порогового характера эрозионного горения и поиск способа вычисления значения критического числа J_c , выяснение его связи со свойствами топлива не теряет актуальности и является целью настоящей работы.

Практическая ценность такого знания ясна – появляется возможность лучше предсказывать и контролировать поведение скорости горения ракетных топлив и других высокоэнергетических материалов.

**Расчет параметров эрозионного горения
вблизи порога**

Рассмотрим произвольный малый участок топливного заряда в камере ракетного двигателя. Так как рассмотрение касается масштабов пространства много меньших характерных размеров геометрических неоднородностей топливного заряда, то выделенный участок вблизи поверхности топлива можно считать плоским. Ось x направлена по вертикали к этой поверхности (рис. 1).

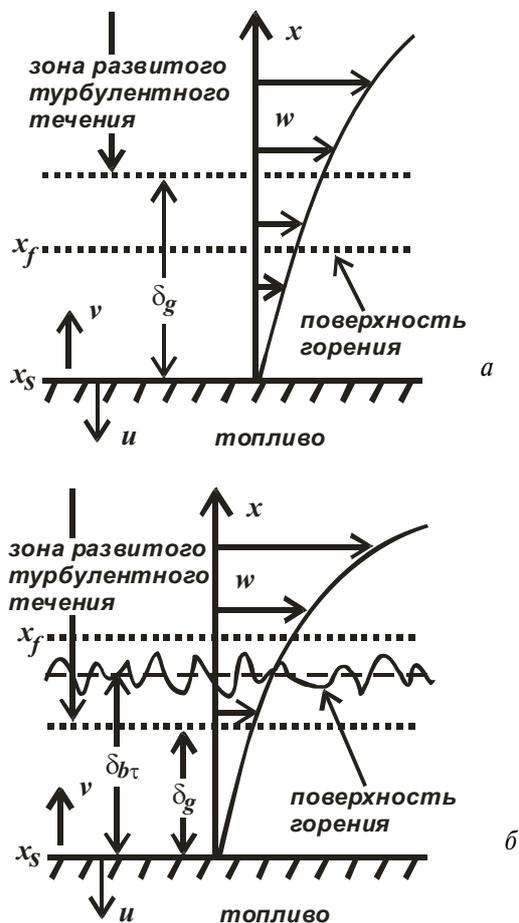


Рис. 1. Относительное расположение фронта горения и ламинарного подслоя: а) $\delta_g > x_f - x_s$; б) $\delta_g < x_f - x_s$. Масштаб на рисунке б) изменен для наглядности

Далее, как и в приведенных выше выражениях, подверженные изменению турбулентными пульсациями величины будем понимать в смысле их средних значений.

Поверхность топлива, на которой происходит первичное разложение твердой фазы на газ, имеет координату x_s . В точке x_f расположена зона горения в газовой фазе, которую считаем бесконечно тонкой. Под зоной развитого турбулентного течения здесь подразумевается его ядро и переходная область.

При рассмотрении физической картины эрозионного горения наиболее важным является соотношение между шириной $x_f - x_s$ зоны горения, когда отсутствует турбулентность, и толщиной ламинарного (вязкого) подслоя турбулентного пограничного слоя [2, 4]. В работах [2, 5] показана универсальная и ключевая роль отношения этих характерных масштабов длин при описании закономерностей эрозионного горения.

В отличие от указанных работ здесь принимаются следующие рассуждения. Касательное напряжение трения τ_s при наличии скорости v в ноль не обращается. Если толщина δ_g ламинарного подслоя гидродинамического пограничного слоя больше ширины $x_f - x_s$ зоны горения (рис. 1, а), то турбулентность практически не оказывает влияния на процесс горения. В ламинарном подслое интенсивность турбулентности очень мала [6], на расстояниях же $x > x_f - x_s$ располагается зона пламени, где уже установилось химическое равновесие.

Запишем для этого случая закон сохранения энергии на границе раздела $x = x_s$ твердой и газовой фаз:

$$\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x} = \lambda_g \frac{\partial T}{\partial x} - L \rho_c u, \tag{1}$$

где λ_c, λ_g – коэффициенты теплопроводности топлива и газа; T_c, T – температуры в твердой и газовой фазах; L – тепловой эффект химической реакции разложения топлива на газ, причем, если $L > 0$ реакция эндотермическая. Экзотермической реакции отвечает отрицательный знак L .

Производная в левой части этого равенства может быть записана как [7]

$$\frac{\partial T_c}{\partial x} = \frac{u}{\kappa_c} (T_s - T_0),$$

где κ_c – температуропроводность твердой фазы; T_0 – начальная температура топлива.

Производную от температуры в правой части (1) с точностью до числовой константы A_1 представим в виде деления разности температуры пламени T_b и температуры поверхности топлива T_s на ширину зоны горения:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = A_1 \frac{T_b - T_s}{x_f - x_s}.$$

Тогда учитывая определение $\kappa_c = \lambda_c / c_c \rho_c$ (c_c – теплоемкость материала топлива) и с учетом сказанного из уравнения (1) получим уравнение

$$c_c m (T_s - T_0) = A_1 \lambda_g \frac{T_b - T_s}{x_f - x_s} - L m, \quad m = \rho_c u. \tag{2}$$

Отсюда выразим массовую скорость горения:

$$m = A_1 \frac{\lambda_g}{c_c (T_s - T_0) + L} \frac{T_b - T_s}{x_f - x_s}. \tag{3}$$

Если толщина ламинарного подслоя меньше ширины зоны (ламинарного) горения, то формируется зона турбулентного горения шириной δ_{br} (рис. 1, б). Поскольку имеются только два масштаба длины, то согласно теории подобия и размерностей [6], допустима зависимость

$$\delta_{br} = (x_f - x_s) \cdot F_\delta \left(\frac{\delta_g}{x_f - x_s} \right),$$

содержащая универсальную функцию F_δ своего аргумента. Одним из ее простейших форм является степенная функция

$$F_\delta = A_2 \left(\frac{\delta_g}{x_f - x_s} \right)^n, \quad A_2, n = \text{const}, \quad 0 \leq n < 1.$$

Принимая ее (как будет видно ниже, это оправдано), для ширины турбулентной зоны горения имеем выражение

$$\delta_{br} = A_2 \delta_g^n (x_f - x_s)^{1-n}.$$

Равенство

$$\delta_g = x_f - x_s \quad (4)$$

можно принять за условие начала проявления эрозионного эффекта. Это допущение несколько грубое, более строго оно должно быть определено с точностью до числовой константы. Но это не существенно и для упрощения записи константа опускается.

При наличии эрозионного горения уравнение (2) примет вид

$$c_w m_w (T_{sw} - T_0) = A_3 \lambda_g \frac{T_{bw} - T_{sw}}{\delta_{br}} - L m_w, \quad m_w = \rho_c u_w,$$

где индекс w указывает на зависимость параметров от скорости обдувающего потока. Соответственно для массовой скорости эрозионного горения m_w получим выражение

$$m_w = A_3 \frac{\lambda_g}{c_c (T_{sw} - T_0) + L} \frac{T_{bw} - T_{sw}}{\delta_{br}}. \quad (5)$$

Учитывая представление для δ_{br} из (3) и (5) найдем:

$$\frac{m_w}{m} = \frac{A_3}{A_1 A_2} \frac{c_c (T_s - T_0) + L}{c_c (T_{sw} - T_0) + L} \frac{T_{bw} - T_{sw}}{T_b - T_s} \left(\frac{x_f - x_s}{\delta_g} \right)^n.$$

При выполнении равенства (4) все дроби в последнем выражении, содержащие физические величины, должны обратиться в единицу. Поэтому $A_3/A_1 A_2 = 1$. Кроме того, заметим, что разности $T_b - T_s$ и $T_{bw} - T_{sw}$ попарно равны суммарному тепловому эффекту Q химических реакций в газовой фазе, деленному на теплоемкость c_p при постоянном давлении. Это объясняется тем, что на химический состав продуктов горения наличие продольной составляющей w скорости газа не влияет.

Таким образом, имеем формулу

$$\frac{m_w}{m} = \frac{c_c (T_s - T_0) + L}{c_c (T_{sw} - T_0) + L} \left(\frac{x_f - x_s}{\delta_g} \right)^n. \quad (6)$$

Толщина ламинарного подслоя связана со средней скоростью w_∞ (в ядре потока) согласно соотношению [6]

$$\delta_g = 32,5 \frac{v_g}{\sqrt{C_f w_\infty}},$$

где v_g – кинематическая вязкость газа. Тогда равенство (4) определяет критическую (пороговую) скорость w^* :

$$w^* = \frac{32,5}{\sqrt{C_f}} \frac{v_g}{x_f - x_s}. \quad (7)$$

С учетом этого выражения формулу (6) перепишем относительно скорости обдува поверхности топлива:

$$\frac{m_w}{m} = \frac{c_c (T_s - T_0) + L}{c_c (T_{sw} - T_0) + L} \left(\frac{w_\infty}{w^*} \right)^n, \quad (8)$$

причем $m_w/m = 1$, если $w_\infty < w^*$.

С другой стороны, скорость горения определяется температурой поверхности разложения по закону Аррениуса с энергией активации химической реакции в твердой фазе E_c . Поэтому справедливо равенство [3]

$$\frac{m_w}{m} = \exp \left[\frac{E_c}{2RT_s} \left(1 - \frac{T_s}{T_{sw}} \right) \right], \quad (9)$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Формулами (7–9) дается решение задачи об эрозионном горении. При этом следует заметить, что имеется в виду т. н. положительная эрозия, ярко проявляющаяся при больших скоростях обдувающего потока. При относительно малых скоростях w_∞ имеет место (при достаточно низких начальных температурах T_0 [8]) слабый эффект отрицательной эрозии, при котором скорость горения снижается.

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов

Приведем оценку величины пороговой скорости w^* . Вязкость типичных газов, составляющих продукты распада баллистических твердых ракетных топлив (O_2 , CO , Cl_2 , NO , H_2O и др.), при температурах порядка $T_s \approx 600 \dots 800$ К находится в пределах $3,2 \dots 4,6 \cdot 10^{-5}$ м²/с [9]. Ширина $x_f - x_s$ зоны горения обычно (при атмосферном давлении) составляет $0,6 \dots 1,1 \cdot 10^{-4}$ м [1, 7]. Взяв их средние значения из указанных интервалов, и приняв $C_f \approx 0,03$ [3, 6], находим $w^* \approx 100$ м/с. Это значение критической скорости по порядку величин согласуется с известными экспериментальными данными [1, 3].

Расстояние $x_f - x_s$ между зоной пламени и поверхностью топлива заметно зависит от давления и с его ростом уменьшается.

Если энергия активации достаточно велика ($E_c/RT_s \sim 16$ и более), то первая дробь в (8) меняется слабо и ее можно положить равной единице. Тогда для коэффициента прироста скорости горения получаем степенную зависимость:

$$\frac{m_w}{m} = \begin{cases} 1, & w_\infty < w^*, \\ (w_\infty / w^*)^n, & w_\infty \geq w^*, \end{cases} \quad (10)$$

где пренебрегается отрицательной эрозией как слабым эффектом.

На рис. 2 приведено сравнение теоретических результатов, полученных по формуле (10), взятой из работы [3] и экспериментальных данных для топлива JPN [3] (давление 19,6 ата), состоящего в основном из нитроцеллюлозы (51,5 %) и нитроглицерина (43,0 %).

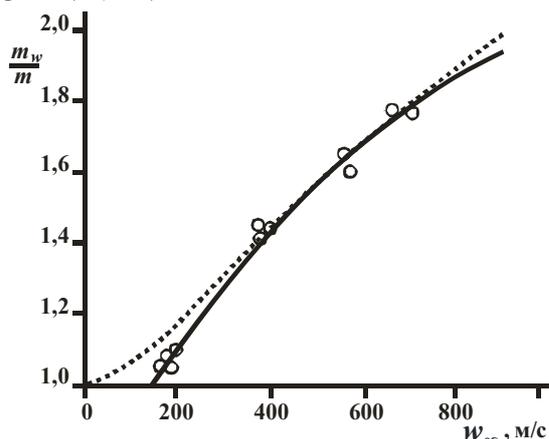


Рис. 2. Теоретические кривые (пунктирная линия – из [3], сплошная – по формуле (10), $w^*=165$ м/с, $n=0,39$) и экспериментальные данные (кружки)

Обращает на себя внимание то, что при построении сплошной кривой подбирался только лишь показатель степени n , значение же критической скорости взято из опытных данных.

В книге [10] даны экспериментальные кривые для двух видов нитроглицеринового пороха, которые хорошо представляются степенными функциями вида (10). Причем отклонение между теоретическими и экспериментальными кривыми настолько мало (около 4 % и меньше), что все их приводить не имеет смысла. По этой причине на рис. 3 кривые построены только по формуле (10), а опытные значения отмечены метками.

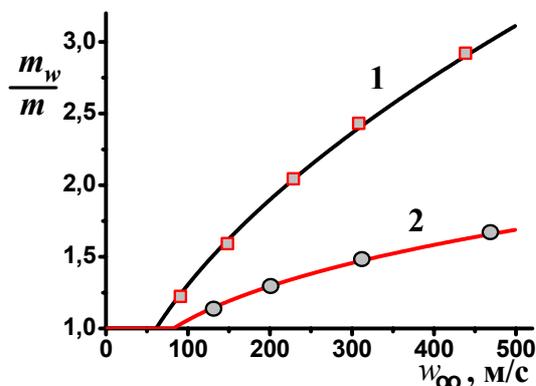


Рис. 3. Расчетные и опытные \square, \circ зависимости коэффициента прироста скорости горения от скорости обдувающего потока: 1) $w^*=61$ м/с, $n=0,54$; 2) $w^*=82$ м/с, $n=0,29$

Обнаруженные здесь столь близкие расположения теоретических и экспериментальных данных, возможно, результат случайности. Поэтому дальнейшая проверка справедливости формул (8–10) становится актуальной задачей будущего из-за наличия в них интригующего оттенка. На этом фоне следует также обратить внимание на упоминавшееся выше (относительно слабое) снижение скорости горения для некоторых видов топлив при $w_\infty < w^*$ [1] и для определенных интервалов начальной температуры.

Кроме этого, принятая выше степенная форма для ширины зоны горения δ_{br} при наличии турбулентности является промежуточной асимптотической зависимостью. Это следует из того, что на показатель n должно влиять, кроме свойств топлива, и сама скорость w_∞ . Хотя, как было видно, на достаточно широком интервале изменения этой величины n можно считать постоянным параметром.

Отношение скоростей w_∞/w^* можно записать через число В.Н. Виллюнова, если воспользоваться формулой (7), привлечь равенство $c_p \rho v_g \approx \lambda_g$ [3] и соотношение

$$x_f - x_s = \frac{\kappa_c}{u} Z, \quad (11)$$

с константой Z , зависящей от свойств топлива:

$$Z = \frac{\sigma \rho_c}{\rho_0} \left[\frac{T_b - T_s}{T_s} + \frac{T_0 - L/c_c}{T_s} \ln \frac{Q}{c_c (T_s - T_0) + L} \right], \quad \sigma = \frac{D \rho^2}{\kappa_c \rho_c},$$

где ρ_0 – значение плотности газа на поверхности топлива; D – коэффициент диффузии химически реагирующего компонента в газовой фазе.

Формула (11) получается в моделях горения высокоэнергетических материалов [7], где зона химической реакции в твердой и газовой фазе полагается бесконечно тонкой. Способ получения и конкретное выражение для Z приведено в Приложении.

Параметр σ имеет смысл отношения двух времен релаксации: процессов переноса в газе и теплопереноса в твердой фазе. Он, как и плотность ρ_0 , пропорционален давлению. Поэтому их отношение не зависит от давления, а $x_1 - x_2$ уменьшаются с ростом давления за счет повышения скорости горения u .

После выполнения простых преобразований получим

$$\frac{w_\infty}{w^*} = A \cdot J, \quad A = \frac{Z}{32,5} \frac{c_p \lambda_c}{c_c \lambda}.$$

Тогда обратная величина параметра A есть не что иное, как критическое значение числа Виллюнова: $J_* = 1/A$.

Входящие в него физические величины слабо зависят от давления. Но, согласно равенствам (7) и (11) рост давления (при неизменной скорости w_∞) ведет к повышению пороговой скорости

$$w^* = \frac{32,5}{\sqrt{C_f}} \frac{v_g u}{\kappa_c} Z^{-1},$$

что означает оттеснение области развитой турбулентности от поверхности топлива за счет увеличения скорости горения.

Рассчитаем приближенно ширину зоны горения в газовой фазе, зная экспериментальные значения пороговой скорости. Из формулы (7) выразим

$$x_f - x_s = \frac{32,5 v_g}{\sqrt{C_f} w^*}.$$

Примем для всех перечисленных выше (рис. 2, 3) топлив $v_g \approx 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $C_f \approx 0,03$. Это дает следующий ряд чисел:

w , м/с	$x_f - x_s$, 10^{-4} м
165	0,43
82	0,89
61	1,19

Эти данные находятся в пределах наблюдаемых значений расстояний $x_f - x_s$.

Заметим, что в рамках предложенной выше схемы решения задачи эрозионного горения можно получить все результаты [2, 5] расчета, констатирующие уместность представления скорости эрозионного горения как функции от касательного напряжения трения τ_s или отношения $\delta_y/(x_f - x_s)$, так как это отношение непосредственно связано с τ_s .

Заключение и выводы

Проведенный анализ эрозионного горения дал следующее объяснение причины его порогового характера. Такой вид горения возникает в том случае, если (условная) толщина ламинарного подслоя над поверхностью горящего топлива становится меньше ширины зоны горения, формирующейся при отсутствии обдувающего потока газа. Иначе говоря, при высоких скоростях обдува турбулентность проникает в зону горения, до этого находившегося в условиях ламинарного режима. Далее, за счет интенсификации процессов переноса формируется зона турбулентного горения с меньшей шириной, что ведет к повышению потока тепла к поверхности разложения топлива, ее температуры и скорости горения. Возросший при этом отток газа с поверхности твердой фазы стремится отодвинуть область турбулентного течения и восстановить ламинарный режим горения. Но (в запороговой области) это невозможно без повышения давления при неизменной скорости обдува.

По результатам настоящей работы можно сделать следующие выводы:

- 1) предложена физическая картина порога эрозионного горения и показана ее справедливость;
- 2) повышение потока тепла из газового пламени к поверхности топлива обусловлено уменьшением ширины зоны горения за счет турбулентности;
- 3) порог наступает при снижении толщины ламинарного подслоя ниже ширины зоны горения при отсутствии турбулентности (или обдува);
- 4) пороговая (критическая) скорость обдува пропорциональна вязкости газа и обратно пропорциональна квадратному корню от коэффициента гидродинамического сопротивления и ширины зоны ламинарного горения;
- 5) критическое число В.Н. Виллюнова очень слабо зависит от давления;
- 6) для скорости эрозионного горения вместо линейной функции предпочтительной является степенная функция.

Приложение

Так как все величины в газовой фазе определены в массовой координате Лагранжа ξ [7], то процедуру расчета коэффициента Z начнем с перехода к обычной координате Эйлера x . Эти две координаты связаны соотношением

$$\xi = \frac{u}{\sigma \kappa_c \rho_c} \int_{x_s}^x \rho dx', \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{u \rho}{\sigma \kappa_c \rho_c}. \quad (12)$$

Плотность определена в координате Лагранжа и связана с температурой газа T как (что следует из уравнения состояния идеального газа) $\rho = \rho_0 T_0 / T = \rho_0 / \theta$, $\theta = T / T_0$. Подставим его во второе равенство из (12) и, учитывая $\theta = \theta_0 - l + (1 - \theta_0 + l) \exp(\xi)$, произведем интегрирование

$$\int_0^{\xi_f} [\theta_0 - l + (1 - \theta_0 + l) \exp(\xi)] d\xi = \frac{u \rho_0}{\sigma \kappa_c \rho_c} (x_f - x_s),$$

где $\theta_0 = T_0 / T_s$; $l = L / T_s c_s$; ξ_f – положение переднего фронта пламени в лагранжевой координате [5],

$$\xi_f = \ln \frac{Q}{c_s (T_s - T_0) + L}.$$

Производя несложный расчет, получим формулу (11).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орлов Б.В., Мазинг Г.Ю. Термодинамика и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. – М.: Машиностроение, 1968. – 536 с.
2. Булгаков В.К., Липанов А.М. Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив – М.: Наука, 2001.
3. Виллюнов В.Н. К теории эрозионного горения // Доклады АН СССР. – 1961. – Т. 136. – Вып. 2. – С. 381–383.
4. Виллюнов В.Н., Дворяшин А.А. О закономерностях горения пороха Н в потоке газа // Физика горения и взрыва. – 1971. – Т. 7. – № 1. – С. 45–51.
5. Булгаков В.К., Липанов А.М., Камелатдинов А.Ш. Численные исследования эрозионного горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. – 1986. – Т. 22. – № 6. – С. 83–88.

6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
7. Сабденов К.О. Теория нестационарного горения твердых ракетных топлив. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 236 с.
8. Виллюнов В.Н., Дворяшин А.А. О влиянии начальной температуры конденсированного вещества на величину отрицательной эрозии // Физика горения и взрыва. – 1973. – Т. 9. – № 4. – С. 602–608.
9. Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др. Физические величины: Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
10. Алемасов В.Е., Дрегаллин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1969. – 548 с.

Поступила 7.12.2006 г.