

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЛИТЕЛЬНЫХ СЛАБЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

А.Ф. Ревуженко *, д.т.н., В.П. Косых *, к.т.н., М.Ю. Блащук **, к.т.н.

* Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН,

630091, г. Россия, Новосибирск, Красный проспект, 54

** Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского

Томского политехнического университета

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

E-mail: mby.tpu@gmail.com

Введение. По собственному опыту мы хорошо знаем, что незначительные воздействия, если они осуществляются систематически и длительное время, могут приводить к значительным последствиям. В качестве примера можно указать на обычный обеденный стол, ножки которого прикреплены болтами с гайками. С течением времени под влиянием периодических слабых нагрузок гайки раскручиваются, стол расшатывается и, если не принять меры, то со временем стол, по-видимому, рухнет. Во многих других ситуациях последствия длительных слабых воздействий могут быть гораздо серьезнее. В [1,2] рассмотрены некоторые примеры, связанные с предельным поведением геоматериалов, а в [1] – примеры инициирования деформационных процессов в земной коре слабыми возмущениями. Дальнейшее изучение подобных процессов удобно проводить на сыпучих материалах без сцепления.

Механическое поведение таких материалов определяется двумя основными факторами: наличием большого числа контактирующих между собой частиц и законами взаимодействия между частицами. Основными являются законы трения скольжения и качения между частицами. Условия сухого трения сводятся к двусторонним неравенствам относительно сил, возникающих на контактах. Всё это приводит к тому, что одна и та же упаковка частиц может иметь практически бесконечное число форм равновесия. При этом число различных упаковок одних и тех же частиц также практически неограниченно. Всё это означает, что исходный образец материала обладает большим объёмом памяти, связанным с историей его формирования. В частности за счёт способа формирования образца и его предварительного деформирования можно получить чрезвычайно широкий спектр различных напряжённых состояний образца.

Экспериментальные результаты. Рассмотрим следующий пример.

Возьмем стеклянный цилиндрический стакан диаметром 83 мм и высотой 150 мм, с толщиной стенки 2 мм. Заполним его через воронку речным песком с размером частиц 0.45 – 0.53 мм. На глубине 90 мм поместим датчик вертикального давления размерами 12×25×3 мм. По стенке емкости на уровне датчика будем наносить слабые удары с энергией $E = 3.85 \cdot 10^{-3}$ Дж и частотой 80 ударов в минуту. Казалось бы, что удары должны привести к монотонной релаксации сдвиговых напряжений так, что система быстро придет к стационарному состоянию. Однако опыт показывает, что это не так. На рис. 1 приведена типичная экспериментальная зависимость изменения среднего давления p на датчик от числа ударов N ; $p = P/\gamma h$, где P – показания датчика, γ , h – удельный вес и высота столба материала над датчиком. Опыт проводился в течение 5-ти суток с перерывом на ночь. После перерыва измерительная аппаратура прогревалась и показания датчика совмещались с предыдущими (места стыковки диаграмм на рисунке показаны точками).

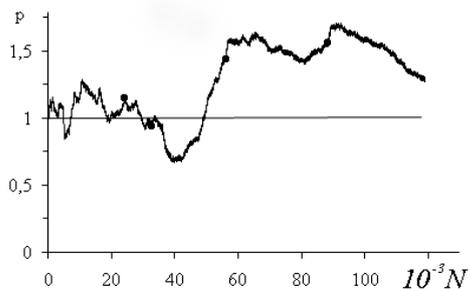


Рис. 1

Как видно из рисунка, давление меняется немонотонно. Происходит его отклонение относительно γh как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения. Для приведенной диаграммы размах колебаний величины p порядка ≈ 1 .

Гармонический анализ показал, что на амплитудном спектре изменения давления имеются выраженные пиковые значения. Первые три наиболее значимые амплитуды составляют 0.363, 0.162, 0.052 и соответствуют периодам 160.6, 37.6, 19.0 тысяч ударов.

Такое поведение сыпучего материала можно объяснить непрерывной перестройкой силовых цепочек и переупаковкой материала под влиянием слабых воздействий. В данном случае мы имеем образец

с большим числом частиц (порядка $5 \cdot 10^6$). Естественно, что полученное при формировании образца состояние системы является метастабильным. Например, меняя способы формирования упаковки частиц можно добиться любых исходных давлений на датчик, по крайней мере в диапазоне $(0.8 \div 1.7)\gamma h$. Это означает, что образец материала, сформированный тем или иным способом, в исходном состоянии представляет термодинамически неравновесную систему. Если к этой системе-подводить каким-либо способом энергию, например, путем слабых ударов, то возможны различные сценарии ее эволюции, включая и возникновение диссипативных структур [1]. Пример такой эволюции и демонстрирует описанный эксперимент.

Теоретические оценки. Как отмечалось, исходное состояние образца зависит от истории его создания. Формально это означает, что нам для различных манипуляций доступны не только граница образца, но и все его внутренние элементарные объёмы. Историю формирования образца можно учесть, используя метод дискретных элементов. Если заранее выбрать потенциал взаимодействия между частицами, то задавая разные условия засыпки, например, как в [2,3] мы будем получать различные распределения самоуравновешенных начальных напряжений. При континуальном же подходе замкнутой системы уравнений для описания исходного напряжённого состояния не существует. Максимум что здесь можно получить — это незамкнутую систему уравнений, дополненную рядом неравенств, указывающих на ограниченность несущей способности среды. Учитывая большую неопределённость задачи, рассмотрим только простейшие её решения. Предположим, что деформация является плоской. Пусть $0x, 0y$ — горизонтальная и вертикальная оси координат, $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ — достаточно гладкие компоненты тензора напряжений, γ — удельный вес (рис. 2). Уравнения равновесия имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \gamma = 0. \quad (1)$$

Уравнения должны быть дополнены неравенствами типа

$$(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2 \leq \sin^2 \phi (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})^2, \quad (2)$$

где ϕ — угол внутреннего трения.

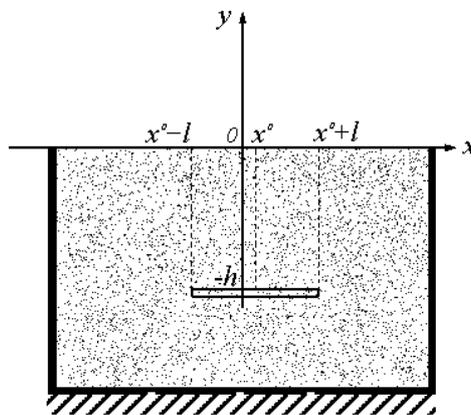


Рис. 2

Кроме того, на контактах с ограждающими поверхностями и поверхностью датчика должны выполняться условия внешнего трения

$$|\tau_n| \leq -tg\phi \sigma_n, \quad (3)$$

где \bar{n} — нормаль к контакту, τ_n, σ_n — компоненты напряжений, ϕ — угол внешнего трения.

В частности на свободной поверхности $\sigma_n = 0, \tau_n = 0$. Рассмотрим случай, когда свободная поверхность горизонтальна ($y = 0$), среда занимает область $y \leq 0$ (остальные границы $x = const$ или $y = const$), датчик нормальных усилий расположен горизонтально при $x^0 - l < x < x^0 + l$ на глубине $y = -h, x^0$ — координата середины датчика, $2l$ — его длина.

Методом разделения переменных нетрудно построить следующий класс решений уравнений (1):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= k(t)y + f(x,t)g''(y,t) \\ \sigma_{yy} &= \gamma y + f''(x,t)g(y,t) \\ \sigma_{xy} &= -f'(x,t)g'(y,t),\end{aligned}\tag{4}$$

где t — время, k, f, g — произвольные функции своих аргументов, штрихи означают производные по координатам. При $y = 0$ должны выполняться следующие равенства: $\sigma_{yy} = 0, \sigma_{xy} = 0$ и, кроме того, $\sigma_{xx} = 0$. Последнее следует из (2). Отсюда

$$g(0,t) = g'(0,t) = g''(0,t) = 0.\tag{5}$$

Обозначим через p — среднее давление на датчик:

$$p(t) = -\frac{1}{2l} \int_{x^0-l}^{x^0+l} \sigma_{yy}(x,-h,t) dx.$$

Сжимающему давлению отвечает значение $p > 0$. Для решения (4) все интегралы легко берутся и формулу для давления можно получить в элементарном виде:

$$p = \gamma h - \frac{f'(x^0+l,t) - f'(x^0-l,t)}{2l} g(-h,t).$$

Условия (2), (3) дают определённые ограничения на функции, которые фигурируют в решении (4).

Отсюда можно определить диапазон возможных значений давления p . Рассмотрим пример. (Аргумент t опустим). Условия (5) показывают, что функция $g(y)$ должна представлять собой полином степени не ниже трёх. Положим $g(y) = Cy^3$, где $C = const$. По x возьмём периодическую функцию $f(x) = \cos \lambda x$. Масштаб длины выберем так, чтобы $\lambda = 1$. Таким образом, получаем

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= ky + 6Cy \cos x, \\ \sigma_{yy} &= \gamma y - Cy^3 \cos x, \\ \sigma_{xy} &= 3Cy^2 \sin x, \\ p &= \gamma h - Ch^3 \cos x^0 \frac{\sin l}{l}.\end{aligned}\tag{6}$$

Пусть $-h < y \leq 0, \phi = \varphi$. Условия $\sigma_{xx}, \sigma_{yy} < 0$ выполняются, если $|C| < \min\left(\frac{k}{6}, \frac{\gamma}{h^2}\right)$. Неравенства, связанные с (2), (3), в общем случае являются весьма громоздкими и малообозримыми. Поэтому ограничимся частным случаем, когда ширина датчика мала $\frac{l}{h} \ll 1$ и $\cos x^0 = 1$, то есть центр датчика располагается либо в точке максимума сжатия σ_{yy} (при $C < 0$), либо в точке минимума сжатия (при $C > 0$). Неравенства (2), (3) приводят к следующей оценке

$$\frac{\gamma}{6} \left(\xi - \frac{k}{\gamma} \right) < C < \frac{\gamma}{6 + h^2/\xi} \left(\frac{1}{\xi} - \frac{k}{\gamma} \right),$$

где $\xi = tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$. Ясно, что при $C = 0$ распределение напряжений (6) переходит в диниковское. При этом отношение $\frac{k}{\gamma}$ может лежать только в диапазоне $\left(\xi, \frac{1}{\xi}\right)$. Отсюда следуют оценки для значений p . Они относятся только к исходному напряжённому состоянию. Определение его эволюции в процессе слабых воздействий представляет собой самостоятельную динамическую задачу. Если допустить, что подобные воздействия приводят к миграции максимумов напряжений с сохранением вида решений (6) (возможно, при $C = C(t)$), то можно сказать, что решение (6) обладает определённой эргодичностью. В этом случае периодичность давлений в фиксированной точке с течением времени связана с периодичностью решения по пространству. Периодичность по пространству легко объяснить следующим образом. Вырежем мысленно прямой цилиндр, основанием которо-

го служит датчик давления. Пусть суммарные касательные напряжения, действующие на боковую поверхность цилиндра со стороны внешнего материала, равны T . Если давление на датчик меньше гидростатического p , то $T > 0$. Значит, на других площадках значение T является отрицательным и давление обязательно будет больше гидростатического.

Таким образом, прямые эксперименты и теоретические оценки указывают на знакопеременную реакцию сыпучей среды на длительные слабые воздействия. Естественно сопоставить её с явлением знакопеременной реакции горных пород на взрывные воздействия [1,2]. Есть все основания считать, что в обоих случаях природа указанных эффектов одна и та же — множественность возможных форм равновесия геосреды.

Вывод: Для сыпучих сред имеет место явление знакопеременной реакции, аналогичное знакопеременной реакции горных пород на взрывные воздействия. Отклонение реакции сыпучей среды (нормального давления) при длительных (до 120 тыс. ударов) динамических воздействиях составляет от -40 до 100% от гидростатического давления.

Литература.

1. Бобряков А.П., Ревуженко А.Ф., Косых В.П. О катастрофических последствиях длительных слабых воздействий на сыпучую среду // ФТПРПИ. - 1995. - № 1. - С. 19-24.
2. Бобряков А.П., Ревуженко А.Ф., Косых В.П. // О влиянии длительных слабых воздействий на сопротивление сыпучих сред срезу // ФТПРПИ. - 1996. - № 2. - С. 26-30.
3. Костюченко В.Н., Кочарян Г.Г., Павлов Д.В. Инициирование деформационных процессов в земной коре слабыми возмущениями // Физическая мезомеханика. - 2004. - т. 7. - № 1. - С. 5-22.
4. Пригожин И. Конечность определенности. Время, хаос и новые законы природы. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». — 2000. — 208 с.
5. Kazantsev A.A., Klishin S.V., Revuzhenko A.F. On the pressure of loose material on the bottom and walls of a drum // Applied Mechanics and Materials, 2014, vol. 682, pp 375–379.
6. Ревуженко А.Ф., Клишин С.В., Микенина О.А. Об одном алгоритме синтеза упаковок частиц в рамках аристотелевской механики // Физическая мезомеханика. - 2014. - Т. 17. - № 5. - С. 51–56.
7. Курленя М.В., Опарин В.Н. и др. О некоторых особенностях реакции горных пород на взрывные воздействия в ближней зоне // ДАН АН СССР. - 1987. - т. 293 - № 1. - С. 67 – 70.
8. Курленя М.В., Адушкин В.В. и др. Знакопеременная реакция горных пород на динамическое воздействие // ДАН АН СССР. - 1993. - т. 323 - № 2. - С. 263 – 265.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЁТОМ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ И РАЗУПРОЧНЕНИЯ

*С.В. Лавриков *, к.ф.-м.н., А.Ф. Ревуженко *, д.ф.-м.н., А.А. Казанцев **, к.т.н.*

** Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН,
630091, г. Россия, Новосибирск, Красный проспект, 54*

*** Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета*

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

E-mail: ak_uti@rambler.ru

1. Введение

Практика эксплуатации горных выработок показывает, что применение упругого (как изотропного, так и анизотропного) тела в качестве модели массива горных пород не всегда отражает реальную картину процессов деформирования [1-6]. В первую очередь, это связано с тем, что напряжения в массиве после разгрузки контура выработки обуславливают переход среды в приконтурной зоне в неупругое состояние. В ряде работ массив в окрестности выработки рассматривается как неоднородная блочная среда [7-11]. Внутренняя структура массива и наличие разломов приводят к существенной нелинейности и анизотропному поведению. Значительную роль здесь играют процессы сдвигов между блоками и связанная с этим возможность упрочнения либо разупрочнения среды.

При описании внутренней структуры геоматериалов в настоящее время наиболее распространён подход, основанный на использовании внутренних переменных. Это позволяет вводить гладкие осреднения исходных разрывных полей смещений, деформаций и напряжений, сохраняя информацию о свойствах микроструктурных элементов (блоки, зёрна, материал, заполняющий поровое пространство). Такой подход позволяет описать фундаментальные макросвойства геоматериалов: блоч-