

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ И КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА К
ПОРТФЕЛЬНОМУ ИНВЕСТИРОВАНИЮ**

П.В. Борцова

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: poly.bortsova@yandex.ru

**APPLICATIONS OF GRAPH THEORY AND CORRELATION ANALYSIS
FOR PORTFOLIO INVESTMENT**

P.V. Bortsova

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: poly.bortsova@yandex.ru

***Annotation.** The aim of research is to find an optimal portfolio that combines high profit and low risk level. The shares selection criterion during the portfolio creation is based on negative correlation of shares price. The illustrative example of the forming procedure of investment portfolio has been done. The average daily expected yield and the risk for formed portfolios were calculated then the optimal portfolio was selected.*

Портфельный подход к инвестированию на рынке ценных бумаг является ключевым способом вложений денежных средств как для частных трейдеров, так и крупных компаний. Сущность портфельного инвестирования состоит в оптимальном распределении средств между различными группами активов (ценные бумаги с фиксированным доходом, рискованные бумаги и производные инструменты). Оптимальность заключается в нахождении определенного процентного соотношения между надежностью и доходностью ценных бумаг, входящих в портфель. В зависимости от того какие требования предъявлены при формировании портфеля, инвестор может вложить весь свой капитал лишь в одну ценную бумагу, что повлечет за собой высокий уровень риска или же распределить средства между несколькими активами, тем самым обеспечить стабильность.

Цель работы нахождение оптимального портфеля, сочетающего высокую прибыль и относительно низкий уровень рисков. Критерий отбора акций при составлении портфеля основан на отрицательной коррелированности цен акций.

Для реализации поставленной цели были поставлены и решены пять следующих задач.

1. Сбор исходных данных.

В качестве исходных данных были использованы ежедневные цены закрытия (Close) акций 14 российских компаний: 1) AFLT, 2) SIBN, 3) MGNT, 4) MFON, 5) ROSB, 6) TRNFP, 7) TAER, 8) SBER, 9) RTKM, 10) ROSN, 11) MTSS, 12) LKOH, 13) GAZP, 14) VTBR, в период с 06.01.2014 по 01.12.2014. Сведения о ценах акций получены с <http://export.rbc.ru>.

2. Определение линейной связи временными рядами, составленными из цен акций.

«ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК»

На основе полученных данных была построена матрица корреляции. При этом если коэффициент корреляции между двумя временными рядами $\rho \geq 0.71$, то между ценами акций наблюдается положительная линейная связь: цены этих акций изменяются однонаправленно. Если $\rho \leq -0.71$, то изменение цен акций происходит в противоположных направлениях: цена одной акции растет, а другой акции падает. Если $|\rho| < 0.71$, то между ценами активов линейная связь отсутствует, так как в этом случае менее коэффициент детерминации $\rho^2 < 0.5$.

Отсюда следуют, что для минимизации рисков портфеля необходимо, чтобы цены акций, включаемых в портфель, были некоррелированы между собой.

3. Визуальное представление полученного портфеля ценных бумаг.

Если представить компании как вершины графа, а ребрам, соединяющим эти вершины, приписать веса равные коэффициенту корреляции между соответствующими ценами акций, то на основе матрицы корреляции представляется возможным построение полного взвешенного графа, в котором каждая вершина соединена с любой другой, а каждому ребру поставлено в соответствие некоторое конкретное число. На рис. 1 представлен полный граф и его минимальное покрывающее дерево. Номера вершин от 1 до 14 соответствуют четырнадцати выбранным компаниям.

4. Построение минимального покрывающего дерева.

Для получения конечного результата необходимо на основе полного взвешенного графа (рис. 1), построенного по матрице корреляции, найти минимальное покрывающее дерево, под которым понимается граф, имеющий минимальный вес [1]. Минимальное покрывающее дерево (рис. 1) найдено по алгоритму Крускала в пакете Wolfram Mathematica.

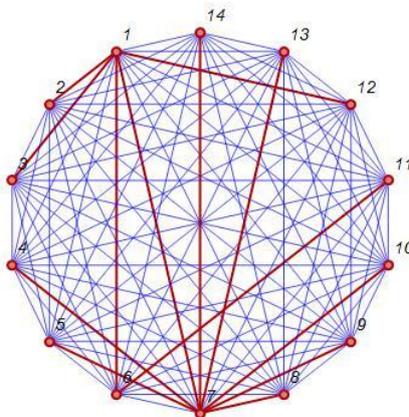


Рис. 1. Полный граф и его минимальное покрывающее дерево. Ребра дерева выделены красным

5. Формирование портфеля ценных бумаг.

Для нахождения оптимального портфеля будем последовательно включать в него те активы, цены которых имеют наименьшую корреляцию друг с другом. Выбор начнем с компании AFLT. Учитывая то, что весь имеющийся капитал для каждого из портфелей был разделен на равные доли, найдем среднюю ожидаемую дневную доходность и риск портфеля.

«ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК»

Ожидаемая доходность портфеля \bar{r}_p , состоящего из N ценных бумаг, вычисляется по формуле:

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^N D_i \cdot \bar{r}_i, \text{ где } D_i \text{ и } \bar{r}_i - \text{ доля и средняя дневная доходность } i\text{-ой ценной бумаги соответственно.}$$

Риск портфеля определяется среднеквадратическим отклонением фактической доходности портфеля

$$\text{от ожидаемой по формуле: } \sigma_p = \sum_{i=1}^N D_i \cdot \sigma_i, \text{ где } \sigma_i - \text{ среднеквадратическое отклонение для } i\text{-ой ценной}$$

бумаги в портфеле p . Результаты вычислений представлены в табл. 1.

Таблица 1

Средняя ожидаемая дневная доходность и ожидаемые риски портфелей

№	Состав портфеля	Средняя ожидаемая дневная доходность, %	Ожидаемый риск, %
1	AFLT, TAER	-0,07	2,15
2	AFLT, TAER, MGNT	0,01	2,24
3	AFLT, TAER, MGNT, SBER	-0,02	2,26
4	AFLT, TAER, MGNT, SIBN	0,02	2,08
5	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP	0,06	2,03
6	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH	0,07	1,95
7	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, SBER	0,04	2,00
8	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, ROSN	0,06	1,86
9	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, MFON	0,06	1,97
10	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, GAZP	0,06	1,94
11	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, VTBR	0,06	2,01
12	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, ROSB	0,07	2,26
13	AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH, RTKM	0,06	1,99

Из полученных результатов видно, что средняя ожидаемая дневная доходность имеет тенденцию к увеличению до портфеля №6 (выделен жирным в табл. 1), состоящего из акций шести компаний, имеющих наименьшую корреляцию с акциями компании AFLT. При включении в этот портфель активы компаний, имеющих минимальную корреляцию с TAER, ожидаемая доходность в среднем снижается на 0,01% и остается стабильной, в то время как ожидаемый риск в среднем увеличивается на 0,05% относительно риска портфеля №6, состоящего из акций компаний AFLT, TAER, MGNT, SIBN, TRNFP, LKOH.

В результате применения теории графов и корреляционного анализа сформирован портфель, включающий шесть акций: ОАО «Аэрофлот», ОАО Авиакомпания «ТРАНСАЭРО», ОАО «Газпром нефть», ПАО «Магнит», ОАО «АК «Транснефть», ОАО «Лукойл». Уровень ожидаемой дневной доходности составляет 0,07%, при ожидаемом уровне риска 1,95%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sitabhra Sinha, Raj Kumar Pan. Uncovering the Internal Structure of the Indian Financial Market: Cross-correlation behavior in the NSE [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://arxiv.org/pdf/0704>.