поверхности S_2^1 и S_2^2 с касательными плоскостями L_2^1 и L_2^2 в точке A, соответственно.

Замечание 2.2. Из (2.6–2.8) в силу [1, (1.1)] следует, что в случае многообразия $V_{2,4}^{1a}$ существуют два голономных распределения $\overset{*1}{\Delta}_{2,4} : \bar{A} \to \overset{*1}{L}_2 = (\bar{A}, \bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2)$ и $\overset{*2}{\Delta}_{2,4} : \bar{A} \to \overset{*2}{L}_2 = (\bar{A}, \bar{\varepsilon}_3, \bar{\varepsilon}_4) \perp \overset{*1}{L}_2$, где $\bar{\varepsilon}_1 = \bar{e}_1 - \frac{b}{b^*}\bar{e}_3$, $\bar{\varepsilon}_2 = \bar{e}_2 + \frac{b}{b^*}\bar{e}_4$, $\bar{\varepsilon}_3 = \bar{e}_3 - \frac{b^*}{b}\bar{e}_1$, $\bar{\varepsilon}_4 = \bar{e}_4 - \frac{b^*}{b}\bar{e}_2$. При этом плоскости L_2^1 и L_2^2 изменяются параллельно самим себе вдоль интегральных кривых $\omega_1^3 = 0$, $\omega_1^4 = 0$ распределения $\overset{*1}{\Delta}_{2,4}$ или $\overset{*2}{\Delta}_{2,4}$, описываемых точкой A.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивлев Е.Т., Глазырина Е.Д. Распределение двумерных плоскостей в четырехмерном эвклидовом пространстве // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 6. – С. 5–7.
2. Остиану Н.М. О канонизации подвижного репера погруженного многообразия // Rev. math. pures et appl. (RNR). – 1962. – № 2. – P. 231–240.
3. Фиников С.П. Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии. – М.: ГИТТЛ, 1948. – 432 с.

УДК 530.12.531.51

КВАНТОВАЯ КОСМОЛОГИЯ И ПРОБЛЕМА ВРЕМЕНИ

В.В. Ласуков

Томский политехнический университет
Тел.: (382-2)-56-37-92

Работа посвящена исследованию проблемы введения переменной времени для различных космологических моделей Вселенной. Известно, что в силу масштабной инвариантности данные космологические модели являются системами со связями первого рода, что приводит к проблеме введения времени и к проблеме квантования. В данной работе показано, что учет уравнений связи Логунова обуславливает отличие от нуля гамильтониана, что позволяет решить проблему времени квантовой космологии вне рамок традиционных подходов решения этой проблемы.

Введение

Считается, что во второй половине прошлого столетия научным сообществом был осознан статус теории гравитации как системы со связями первого рода [1]. При таком подходе неизбежно возникает проблема времени в квантовой космологии из-за гамильтоновой связи, обусловленной требованием инвариантности относительно изменения масштаба времени, а не выбором замкнутой модели Вселенной. В данной работе проводится краткий обзор методов классического квантования Дирака-Уиллера-Де Витта и Арновитта-Дезера-Мизнера в применении к рассматриваемым космологическим моделям, в рамках которых переменная времени может быть введена на основе квазиклассического приближения либо как параметр калибровочного условия. При использовании данных методов квантования возникают такие проблемы, как отсутствие положительной определенности скалярного произведения волновых функций и зависимость физических величин от выбора калибровочных условий.

В этой связи в данной работе на основе исследования уравнений связи Логунова [2] решена проблема времени, возникающая в эффективной геометродинамике, вне рамок традиционных подходов решения этой проблемы. В первом и втором разделах данной работы проводится краткий обзор методов классического квантования Дирака-Уиллера-Де Витта и Арновитта-Дезера-Мизнера, согласно которым переменная времени может быть введена на основе квазиклассического приближения либо как параметр калибровочного условия. В заключительном разделе предлагается альтернативный способ решения проблемы времени.

Квантование Дирака-Уиллера-Де Витта

Классическое квантование общей теории относительности в рамках геометродинамического подхода было развито в работах Дирака, Уиллера, Де Витта [1, 3–6]. В рамках их подхода гамильтониан равен нулю, следствием чего является независимость физических состояний от времени. Проиллюстрируем формализм квантования Дирака-Уиллера-Де Витта для двумерного пространства (a,φ), где $a(x^0)$ – масштабный фактор заполненной однородным скалярным полем φ Вселенной с метрикой

$$dS^2 = N^2 (dx^0)^2 - a(x^0)^2 dl^2, \qquad (1)$$

здесь $N(x^0)$ – функция, определяющая масштаб, в котором измеряется время; пространственный элемент длины равен

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 \left(\sin^2(\vartheta) d\psi^2 + d\vartheta^2\right). \qquad (2)$$

В рамках общей теории относительности значения $k = 0,+1,-1$ соответствуют пространственно-плоской, замкнутой и открытой моделям Фридмана. Действие плоской модели однородной Вселенной имеет вид [7]

$$S = \int\left[-\frac{3M_p^2}{8\pi N^2}\left(\frac{a'}{a}\right)^2 + \left(\frac{\varphi'^2}{2N^2} - U(\varphi)\right)\right] VN\,dx^0,$$

где $V = \frac{4\pi}{3}a^3$, $U(\varphi)$ – потенциал самодействия скалярного поля. Сопряженные координатам a и φ обобщенные импульсы по определению равны

$$\pi_a = \frac{\partial L}{\partial \dot a} = -\frac{a\dot a M_p^2}{N}, \quad \pi_\varphi = \frac{V\dot\varphi}{N}.$$

В этом случае гамильтонова связь и уравнение Уиллера-Де Витта принимают вид

$$H = N\left[-\frac{\hat\pi_a^2}{2M_p^2 a} + \frac{\hat\pi_\varphi^2}{2V} + VU(\varphi)\right] = 0,$$

$$\left\{-\frac{1}{2M_p^2 a}\hat\pi_a^2 + \frac{\hat\pi_\varphi^2}{2V} + VU(\varphi)\right\}\Psi(a,\varphi) = 0, \qquad (3)$$

где $\hat\pi_a = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial a}$, $\hat\pi_\varphi = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$.

Для замкнутой модели Вселенной уравнение Уиллера-Де Витта выглядит следующим образом [8]

$$\left\{-\frac{1}{2M_p^2 a}\hat\pi_a^2 + \frac{\hat\pi_\varphi^2}{2V} + \frac{9\pi^2}{4}V\left(U(\varphi) - \frac{3}{8\pi G a^2}\right)\right\}\times$$
$$\times\Psi(a,\varphi) = 0. \qquad (4)$$

Действие $S(a,\varphi)$, вычисленное на классической экстремали, удовлетворяет уравнению Гамильтона-Якоби, получающемуся из (3) или (4) заменой импульсов π_a, π_φ на производные $\frac{\partial S}{\partial a}, \frac{\partial S}{\partial \varphi}$:

$$\left\{-\frac{1}{2M_p^2 a}\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^2 + \frac{1}{2V}\left(\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right)^2 + VU(\varphi)\right\} = 0, \qquad (5)$$

$$\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{2M_p^2 a}\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^2 + \frac{1}{2V}\left(\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right)^2 + \\ +\frac{9\pi^2}{4}V\left(U(\varphi) - \frac{3}{8\pi G a^2}\right)\end{array}\right\} = 0. \qquad (6)$$

Прямым следствием уравнений (3), (4) является независимость физических состояний от времени $i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \hat H\Psi = 0$. Однако, уравнения (3), (4) являются уравнениями гиперболического типа. Поэтому считается, что их можно интерпретировать как уравнения, описывающие эволюцию волновых функций во времени, спрятанном среди переменных фазового пространства $(a,\varphi,\pi_a,\pi_\varphi)$.

Исторически первый метод введения времени основан на квазиклассическом приближении. В этом приближении волновую функцию ищут в виде

$$\Psi(a,\varphi) = \exp(iS_{p,z})\,\Phi(a,\varphi), \qquad (7)$$

где $S_{p,z}$ представляет собой функцию Гамильтона-Якоби, удовлетворяющую (5) или (6) без кинетического члена скалярного поля $\frac{1}{2V}\left(\frac{\partial S_{p,z}}{\partial\varphi}\right)^2$. Подстановка (7) в уравнения Уиллера-Де Витта (3) или (4) приводит к новому уравнению для вектора состояния материальных полей $\Phi(\varphi,a)$, параметрически зависящего от a,

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{i}{M_p^2 a}\left(\frac{\partial S_{p,z}}{\partial a}\right)\frac{\partial}{\partial a} + \hat T_\varphi + \\ +\frac{i}{2M_p^2 a}\frac{\partial^2 S_{p,z}}{\partial a^2} + \frac{1}{2M_p^2 a}\frac{\partial^2}{\partial a^2}\end{array}\right\}\Phi(\varphi,a) = 0, \qquad (8)$$

где $\hat T_\varphi = \frac{\hat\pi_\varphi^2}{2V}$ – оператор кинетической энергии скалярного поля. Пренебрегая в (8) третьим и четвертым слагаемыми, получим уравнение Шредингера квантованного скалярного поля во внешнем классическом гравитационном поле, определяющем введенное таким образом квазиклассическое время,

$$-\frac{i}{M_p^2 a}\left(\frac{\partial S_{p,z}}{\partial a}\right)\frac{\partial}{\partial a}\Phi(\varphi,a) = -\frac{i\pi_a}{M_p^2 a}\frac{\partial}{\partial a}\Phi(\varphi,a) =$$
$$= i\frac{d}{N dt}\Phi(\varphi,a(t)) = \hat T_\varphi\,\Phi(\varphi,a(t)), \qquad (9)$$

здесь $\frac{\partial}{\partial a}\Phi = \frac{1}{a'}\frac{d}{dt}\Phi$, $\pi_a = -\frac{aa'M_p^2}{N}$ в случае плоской Вселенной, $\pi_a = -\frac{3\pi}{2}\frac{aa'M_p^2}{N}$ для замкнутой модели Вселенной, так что $i\frac{d\Phi}{dt} = N\hat T_\varphi\Phi$. Физически этот способ введения времени означает, что функцию временной переменной выполняет гравитационный фон, квантовыми свойствами которого пренебрегают, а квантуются только материальные поля.

В уравнении (9) время спрятано в масштабном факторе a и вводится с помощью импульса. Например, при $U(\varphi) = U_0$

$$\langle\hat\pi_a\rangle = \frac{1}{2}\Psi_\pm^*\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{i\partial a}\Psi_\pm = \pm\tilde H_0 M_p^2 a^2,$$

$$\tilde H_0 = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}U_0},$$

$$\Psi_\pm = \exp\left(\pm i\frac{\tilde H_0 M_p^2}{3}a^3\right). \qquad (10)$$

С другой стороны, по определению классический импульс, сопряженный a, равен

$$\pi_a^{(p)} = \frac{\partial L}{\partial a'} = -\frac{aa'M_p^2}{N}. \quad (11)$$

Для закрытой модели Вселенной

$$\pi_a^{(z)} = -\frac{3\pi}{2}\frac{aa'M_p^2}{N}.$$

Приравнивая (10) и (11), получаем, что волновая функция (7) зависит от времени через временную зависимость координаты $a(t) = a_0 \exp(\pm\tilde{H}_0 t)$, где введено собственное время $dt = N dx^0$. Аналогично, для замкнутой модели Вселенной $a(t) = \tilde{H}_0^{-1}\cosh(\tilde{H}_0 t)$. Помимо проблемы времени в подходе Дирака-Уиллера-Де Витта возникает проблема знаконеопределенности нормы. Действительно, из (3) или (4) можно получить уравнение непрерывности, из которого следует, что $i\int\left[\Psi^* \overleftrightarrow{\partial}_a \Psi\right]d\varphi = \text{const}$. Видно, что норма $i\int da\left(\Psi_\pm^* \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial a}\Psi_\pm\right)$ комплексных волновых функций может быть отрицательной из-за наличия производной $\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial a}$ со структурой вронскиана в подынтегральном выражении.

В случае релятивистской частицы проблема знаконеопределенности нормы решается путем отбрасывания отрицательно-частотных волновых функций, обоснованного принципом причинности теории уравнения Клейна-Гордона. Теория же уравнения Уиллера-Де Витта лишена такого обоснования, так как динамика в пространстве переменных (a, φ) возможна во всех направлениях, в том числе и вне светового конуса метрики Де Витта. Поэтому распространено мнение, что единственная возможность решения проблемы знаконеопределенности нормы заключается в использовании гравитационного аналога вторичного квантования, называемого третичным квантованием.

Таким образом, в формализме Дирака-Уиллера-Де Витта возникают следующие проблемы:

1) Из-за уравнений связи время выпадает из квантового описания гравитации.
2) Отсутствие положительной определенности скалярного произведения затрудняет возможность вероятностной интерпретации волновой функции.

Квантование Арновитта-Дезера-Мизнера

Существует подход, в рамках которого квантование Дирака-Уиллера-Де Витта редуцируется к квантованию в переменных Арновитта-Дезера-Мизнера (АДМ) [9]. Этот подход основан на редукции АДМ к физическим переменным, для которых гамильтониан отличен от нуля. Время в методе квантовой редукции АДМ задается выбором калибровки без использования квазиклассического приближения. В формализме АДМ решаются обе отмеченные выше проблемы, но возникают другие проблемы.

Проведем редукцию АДМ исходных зависимых фазовых переменных $(a, \varphi, \pi_a, \pi_\varphi)$ к независимым физическим переменным (φ, π_φ). В этом подходе время вводится с помощью калибровочного условия, фиксирующего систему отсчета,

$$a - f(t) = 0.$$

Детерминант Фаддеева-Попова J, функция хода N и физический гамильтониан H_{phys} выражаются через импульс π_a:

$$J = \frac{\partial H}{\partial \pi_a} = \pm\frac{|\pi_a|}{M_p^2 f}, \quad (12)$$

$$N = \frac{1}{J}\cdot\frac{df}{dt} = \pm\frac{M_p^2 f}{|\pi_a|}\cdot\frac{df}{dt}, \quad (13)$$

$$H_{phys} = \pm\frac{df}{dt}|\pi_a|, \quad (14)$$

где π_a – функция физических переменных, полученная решением уравнения связи $H = N\times$ $\times\left[-\frac{\pi_a^2}{2M_p^2 a} + \frac{\pi_\varphi^2}{2V} + VU(\varphi)\right] = 0$ с учетом калибровочного условия (12)

$$|\pi_a| = \frac{M_p}{f(t)\sqrt{\frac{4\pi}{3}}}\sqrt{\pi_\varphi^2 + m^2(\varphi,t)},$$

$$m^2(\varphi,t) = \frac{4\pi}{3}f^6(t)M_p^2 H_0^2(\varphi),$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}U(\varphi)}. \quad (15)$$

Квантовая динамика определяется уравнением Шредингера

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\varphi,t) = \pm\frac{df(t)}{dt}\frac{M_p}{f(t)}\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sqrt{m^2(\varphi,t) + \hat{\pi}_\varphi^2}\,\Psi(\varphi,t).$$

Из теорем Пенроуза и Хокинга о сингулярности, как считают их авторы, следует, что проблему сингулярности удастся разрешить лишь в рамках квантовой теории гравитации, основанной на постулате о том, что время и пространство конечны и не имеют границ. Поэтому они отдают предпочтение исследованию замкнутой модели Вселенной с мнимым временем.

В случае замкнутой модели Вселенной уравнение Шредингера имеет вид

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\varphi,t) = \pm\frac{df(t)}{dt}\frac{M_p}{f(t)}\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sqrt{m_+^2(\varphi,t) + \hat{\pi}_\varphi^2}\,\Psi(\varphi,t), \quad (16)$$

где $m_+^2(\varphi,t) = 3\pi^3 f^4(t)M_p^2\left(f^2 H_0^2 - 1\right)$.

Линейно независимые квазиклассические ($m_+^2 >> \pi_\varphi^2$) решения уравнения (16) с учетом калибровки (12) равны

$$\Psi_\pm = \begin{cases} \exp\left\{\pm\tilde{S}_E\right\}, & f(t)H_0 \le 1 \\ \exp\left\{\pm\left[I \pm i\tilde{S}_L\right]\right\}, & f(t)H_0 \ge 1 \end{cases}, \quad (17)$$

здесь

$$I = \frac{\pi M_p^2}{2H_0^2},\ \tilde{S}_L = I\left(H_0^2 f^2 - 1\right)^{3/2},$$
$$\tilde{S}_E = I\left[1-\left(1-H_0^2 f^2\right)^{3/2}\right]. \quad (18)$$

Они связаны с известными волновыми функциями Хартла-Хокинга Ψ_H и Ψ_V Виленкина в классически разрешенной области $(H_0 a > 1)$, описываемой лоренцевой деситтеровской метрикой:

$$\Psi_H \approx \exp(+I)\cos\left(\tilde{S}_L + \frac{\pi}{4}\right),$$
$$\Psi_V \approx \exp\left(-I - \tilde{S}_L\right),$$

Величина I совпадает с евклидовым действием S_E, вычисленным на евклидовой экстремали $a = H_0^{-1}\cos(H_0 t)$ евклидовой деситтеровской метрики:

$$S_E = m_p^2 \int_0^{\pi/2H_0} \left\{\left(\frac{a'}{a}\right)^2 - \left(H_0^2 - \frac{1}{a^2}\right)\right\} 2\pi^2 a^3\, dt = I,$$

где $m_p^2 \equiv \dfrac{3M_p^2}{8\pi}$. Из лоренцева уравнения Гамильтона-Якоби (6) следует, что функция $\tilde{S}_L$ совпадает с лоренцевой функцией Гамильтона-Якоби в классически разрешенной области $H_0 a > 1$, а из евклидова аналога уравнения Гамильтона-Якоби (6) следует, что $\tilde{S}_E$ является евклидовой функцией Гамильтона-Якоби в области $H_0 a < 1$.

Поэтому амплитуда I волновых функций (18) интерпретируется как величина, описывающая рождение лоренцева пространства-времени нашей Вселенной из евклидовой области. Так как $\hat{H}_{phys}$ является эрмитовым оператором, то $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\Psi^*\Psi\right) = 0$, так что норма по координате φ физического пространства $\int d\varphi\,\Psi^*\Psi$ в отличие от соответствующего выражения теории Уиллера-Де Витта $i\int da\left(\Psi_\pm^* \dfrac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial a}\Psi_\pm\right)$ является положительно определенной величиной и $\int d\varphi\,\Psi^*\Psi = \mathrm{const}$. Так как $\int d\varphi\,\Psi^*\Psi = \mathrm{const}$ и $i\int\left[\Psi^* \overleftrightarrow{\partial}_a \Psi\right] d\varphi = \mathrm{const}$, то для положительно-частотных решений справедливо выражение

$$\int d\varphi\,\Psi^*\Psi = i\int\int d\varphi\, da\,\delta\left(a - f(t)\right)\Psi^* \overleftrightarrow{\partial}_a \Psi,$$

так что интерпретация уравнения Уиллера-Де Витта в терминах унитарной редукции к квантованию АДМ справедлива лишь при $J > 0$.

Как видно, результатом редукции к физическим переменным является решение проблемы времени вследствие того, что физический гамильтониан H_{phys} не равен нулю, что достигается ценой наложения калибровки (12), явно зависящей от времени t. Однако существует опасение, что квантовые теории АДМ, построенные при различных выборах калибровок, могут оказаться физически неэквивалентными. Из (15) видно, что при $\pi_a = 0$ определитель Фаддеева-Попова J равен нулю в классически разрешенной области, в которой $m_+^2 \le 0$, а функция хода N приобретает сингулярность, так что нарушается условие единственности решения уравнения гамильтоновой связи относительно импульса π_a. Это означает, что глобально на фазовом пространстве в калибровке типа (12) процедура редукции АДМ не работает.

Таким образом, в квантовой редукции АДМ возникают следующие проблемы:

– Физические предсказания могут зависеть от выбора калибровочного условия.
– Возникает гравитационный аналог проблемы копий Грибова, которые не позволяют использовать фиксирующую время калибровку во всем пространстве (a,φ).

Поэтому считается, что эти проблемы являются причиной необходимости третичного квантования.

Альтернативный способ квантования

Отмеченные выше проблемы традиционных подходов диктуют необходимость поиска альтернативного подхода к проблеме квантования гравитации. В этой связи рассмотрим проблему времени в рамках релятивистской теории гравитации Логунова. В релятивистской теории гравитации [2] постоянная k-метрики (1,2) определяется однозначно и равна нулю, что следует из полевых уравнений релятивистской теории гравитации

$$\partial_m \tilde{g}^{mn} + \gamma_{pm}^n\, \tilde{g}^{mp} = 0, \quad (19)$$

где $\tilde{g}^{mn} = \sqrt{-g}g^{mn}$, γ_{mp}^n – символы Кристоффеля пространства Минковского, отличные от нуля компоненты которых в сферических координатах r, ϑ, ψ имеют значения

$$\gamma_{22}^1 = -r,\ \gamma_{33}^1 = -r\sin^2(\vartheta),\ \gamma_{33}^2 = -\sin(\vartheta)\cos(\vartheta),$$
$$\gamma_{12}^2 = \gamma_{13}^3 = \frac{1}{r},\ \gamma_{23}^3 = ctg(\vartheta). \quad (20)$$

Подставляя в (19) выражения (20), получим

$$\frac{\partial}{\partial x^0}\left[\frac{a^3}{N}\right] = 0,\ \frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\sqrt{1-kr^2}\right] = \frac{2r}{\sqrt{1-kr^2}},$$

из которых следует, что $k = 0$ и

$$a^6 = a_0^6 N^2, \quad (21)$$

здесь a_0 – константа интегрирования, имеющая размерность длины.

Действие рассматриваемой модели Вселенной с учетом связи Логунова (21) имеет вид [7]

$$S = \int L(\dot{a}, a, \dot{\varphi}, \varphi, N)\,dx^0,$$

где функция Лагранжа равна выражению

$$L = N a^3\left[-\frac{3M_p^2}{8\pi N^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{\dot{\varphi}^2}{2N^2} - U(\varphi) + \lambda\chi(a,N)\right],$$

где $\dot{a} = \frac{da}{dx^0}$, $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dx^0}$, λ – множитель Лагранжа, $\chi(a,N)$ – функция связи, учитывающая (21), $G = M_p^{-2}$ – гравитационная постоянная, M_p – масса Планка. Из действия путем варьирования по метрическим коэффициентам $a, \dot{a}, N$ и по $\varphi, \dot{\varphi}$ можно получить уравнения Лагранжа

$$2\left(\frac{a''}{a}\right) + \left(\frac{a'}{a}\right)^2 + 8\pi G P + \frac{8\pi G}{3a^2}\lambda\frac{\partial}{\partial a}\left[\chi a^3\right] = 0, \quad (22)$$

$$\varphi'' + 3\left(\frac{a'}{a}\right)\varphi' = -\frac{dU(\varphi)}{d\varphi}, \quad (23)$$

$$\varepsilon_a - \varepsilon_\varphi = -\lambda\frac{\partial}{\partial N}[N\chi], \quad (24)$$

здесь введены следующие обозначения

$$\varepsilon_a \equiv \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{a'}{a}\right)^2, \varepsilon_\varphi \equiv \frac{\varphi'^2}{2} + U(\varphi), \quad (25)$$

а замена $dt = N\,dx^0$ произведена после проведения процедуры варьирования, так что в уравнениях (22–24) $a' = \frac{da}{dt}, \varphi' = \frac{d\varphi}{dt}$. Представим связь (21) в виде

$$\chi(N,a) = \chi_1(a) - \chi_2(N), \quad (26)$$

где функции $\chi_{1,2}$ такие, что при условии (21)

$$\chi(N,a) = 0. \quad (27)$$

Тогда с учетом (26) и (27)

$$-\lambda\frac{\partial}{\partial N}[N\chi] = -\lambda\left[\chi + N\frac{\partial\chi}{\partial N}\right] = \lambda N\frac{\partial\chi_2}{\partial N}, \quad (28)$$

$$\frac{\lambda}{3a^2}\frac{\partial}{\partial a}\left[a^3\chi\right] = \lambda\left[\chi + \frac{a}{3}\frac{\partial\chi_1}{\partial a}\right] =$$

$$= \frac{\lambda a}{3}\frac{\partial\chi_1}{\partial a} = \lambda a^3\frac{\partial\chi_1}{\partial N} = \lambda N\frac{\partial\chi_2}{\partial N}. \quad (29)$$

Из соотношений (28), (29) и уравнения (24) с учетом обозначений (25) вместо уравнения (22) возникает уравнение, полученное в работе [7]

$$\left(\frac{a''}{a}\right) + 2\left(\frac{a'}{a}\right)^2 - 8\pi G U(\varphi) = 0. \quad (30)$$

В силу связи (21) выберем функции $\chi_{1,2}$ в виде

$$\chi_1(a) = \left(\frac{a_0}{a}\right)^6, \quad (31)$$

$$\chi_2(N) = \frac{1}{N^2}. \quad (32)$$

С учетом равенств (31, 32) и соотношения (28) уравнение (24) примет вид $\varepsilon_\varphi - \varepsilon_a = \frac{2\lambda}{N^2}$. (33)

На уравнение же (23) связь (21) не оказывает влияния.

Используя плотность функции Лагранжа рассматриваемой модели Вселенной

$$l = \left[-\frac{3M_p^2}{8\pi}\left(\frac{a'}{a}\right)^2 + \frac{\varphi'^2}{2} - U(\varphi) + \lambda\chi(a,N)\right]$$

с учетом (33) можно получить отличную от нуля плотность гамильтониана

$$h = \frac{\partial l}{\partial a'}a' + \frac{\partial l}{\partial \varphi'}\varphi' - l = \varepsilon_\varphi - \varepsilon_a - \lambda\chi(a,N) =$$

$$= \frac{\lambda}{N^2} + \lambda\left(\frac{a_0}{a}\right)^6 = \frac{2\lambda}{N^2} \neq 0, \quad (34)$$

что автоматически решает проблему времени, так как вместо уравнения Уиллера-Де Витта

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \hat{H}\Psi = 0$$

возникает обладающее репараметризационной инвариантностью относительно замены временной координаты x^0 уравнение [10] $\left(H = a^3\left(\varepsilon_\varphi - \varepsilon_a\right)\right)$

$$i\frac{\partial}{\partial x^0}\Psi = \sqrt{g_{00}}\hat{H}\Psi \neq 0,$$

следствием чего является зависимость Ψ от собственного времени $t\left(dt = N\,dx^0\right)$ и в стационарном случае вместо уравнений (3,4) вида $\hat{H}\Psi = 0$ возникает традиционное уравнение $\hat{H}\Psi = E\Psi$. В этом случае отсутствует возникающая при квантовании АДМ проблема неоднозначности калибровки, так как связь (21) является однозначным следствием фундаментального уравнения Логунова (19), а не вводится "руками" как при квантовании АДМ.

Ранее в работе [2] для множителей Лагранжа $\eta^n\,(n = 0,1,2,3)$ были получены уравнения $\tilde{g}^{km}D_m D_k\eta^n = 0$, где D_k – оператор ковариантного дифференцирования относительно метрики пространства Минковского; $\tilde{g}^{km} = \sqrt{-g}\,g^{km}$. Отсюда следует, что уравнение имеет ненулевое решение $\eta^1 = \eta^2 = \eta^3 = 0$, $\eta^0 = \eta^0\left(x^0\right) = \lambda_0 x^0$, $\lambda_0 = \text{const}$.

При этом полная плотность энергии рассматриваемой модели Вселенной равна

$$t^{00} = J^{00} + \tilde{g}^{00}\frac{\partial\eta^0}{\partial x^0} = \sqrt{-g}\left(\varepsilon_a - \varepsilon_\varphi\right) + \lambda_0\tilde{g}^{00}.$$

В силу принципа геометризации Логунова $\tilde{g}^{mn} = \tilde{\gamma}^{mn} + \tilde{\Phi}^{mn}$ для метрики (1) при $k = 0$ гравитационная полевая функция $\Phi^{00} = 0$, вследствие чего $t^{00} = 0$, так что в согласии с (33) $\varepsilon_\varphi - \varepsilon_a = \frac{\lambda_0}{a^6}$.

Заключение

Проведенное рассмотрение позволяет сделать следующие выводы:

– Связь Логунова $N = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3$ можно учесть до проведения процедуры варьирования. При этом уравнение (33) не является независимым и возникает как следствие решений уравнений (30) и (23), относительно которых замена $N = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3$ и процедура варьирования коммутируют.
– Связь (21) оказывает влияние лишь на уравнение (24). При этом, в силу равенства (34), гамильтониан отличен от нуля, что решает проблему времени вне рамок традиционных подходов.

Приведенные в данной работе результаты позволили решить следующие научные проблемы:

Решена поставленная Эйнштейном задача определения инертной массы через кривизну пространства-времени [10, 11], и реализован план количественного понимания спектра вещества, сформулированный Гейзенбергом [12].

Реанимирован для плоской Вселенной принцип Маха в форме: нет вакуумоподбной среды $(U_0 = 0)$ – нет инертной массы, так что идея Маха соответствует не только конечной, ограниченной в пространстве Вселенной, но и согласуется с квазиевклидовой бесконечной Вселенной [13].

Показано, что в отличие от классической теории [7] в квантовой теории при $U_0 = 0$ метрика отсутствует, так как волновая функция $\Psi = 0$ [10], либо вероятность туннелирования равна нулю [14]. Поэтому постоянное и однородное скалярное поле, обладающее свойствами вакуумоподобной среды, способно порождать не только обычную материю [11] и взаимодействие ее частиц [14], но и пространство – время, а также может служить их материальным носителем.

В работах [15, 16] показано, что однородность и изотропия метрики может сочетаться с неоднородностью скалярного поля, что решает загадку Хаббла, заключающуюся в подобии локального и глобального темпов расширения Вселенной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дирак П.А.М. Принципы квантовой механики. – М.: Наука, 1979. – 475 с.
2. Логунов А.А., Мествиришвили М. А. Релятивистская теория гравитации. – М.: Наука, 1989. – 302 с.
3. De Witt B.S. Quantum theory of gravity. I. The canonical theory // Phys. Rev. – 1967. – V. 160. – P. 1113–1135.
4. De Witt B.S. Quantum theory of gravity. II. The manifestly covariant theory // Phys. Rev. – 1967. – V. 162. – № 5. – P. 1195–1239.
5. Пономарев В.Н., Барвинский А.О., Обухов Ю.Н. Геометродинамические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – С. 116–145.
6. Hisner C.V. Quantum cosmology // Phys. Rev. D. – 1973. – V. 8. – P. 3271–3294.
7. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 2. – С. 39–42.
8. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. – М.: Наука, 1990. – С. 210.
9. Альтшулер Б.Л., Барвинский А.О. Квантовая космология и физика переходов с изменением сигнатуры пространства-времени // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166. – С. 46–60.
10. Ласуков В.В. Атомная модель ранней Вселенной // Известия вузов. Физика. – 2003. – № 4. – С. 70–75.
11. Ласуков В.В. Рождение материи в ранней Вселенной // Известия вузов. Физика. – 2003. – № 9. – С. 49–55.
12. Гейзенберг В. Природа элементарных частиц // Успехи физических наук. – 1977. – Т. 121. – С. 657–668.
13. Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация. – М.: Мир, 1977. – Т. 2. – С. 374.
14. Ласуков В.В. Квантовое рождение Вселенной // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 5. – С. 88–92.
15. Ласуков В.В. Спирали Вселенной // Известия вузов. Физика. – 2003. – № 9. – С. 91–92.
16. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова с неоднородным скалярным полем // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 8. – С. 91–92.