

УДК 537.531.3

# УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОГЕРЕНТНОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ СГУСТКОВ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

В.А. Нагорный, А.П. Потылицын

Томский политехнический университет

E-mail: VicNagornyi@yandex.ru

Рассматриваются характеристики когерентного переходного излучения (КПИ), возникающего при пролете сгустка ультрапрелятивистских электронов через границу раздела сред. Проведено сравнение двух существующих подходов к описанию излучения. Показано, что оба подхода дают аналогичные результаты. Исследованы характеристики КПИ, возбуждаемого электронными сгустками различной формы (сфера, диск, конус) при пересечении наклонной границы раздела сред. Расчеты показали, что при некоторых значениях параметров сгустка угловые характеристики КПИ существенно отличаются от излучения одного электрона. Как показали расчеты, наряду с максимумами переходного излучения "вперед" и "назад" (ПИВ и ПИН) в угловом распределении КПИ могут присутствовать дополнительные максимумы под углами значительно превышающими  $\gamma^1$  ( $\gamma$  – Лоренц-фактор электрона). Наличие дополнительных максимумов в угловом распределении можно трактовать как проявление квазичеренковского механизма КПИ. Однако, интенсивность квазичеренковских максимумов значительно ниже, чем интенсивность максимумов ПИВ (ПИН).

## 1. Введение

Когерентное переходное излучение (КПИ) [1] широко используется для измерения длины коротких электронных сгустков в интервале  $\sim 0,1...1$  мм [2–4]. В большинстве случаев КПИ детектируется под углом  $90^\circ$  относительно электронного пучка, от мишени наклоненной под углом  $\psi = 45^\circ$ . В каждый отдельный момент времени излучают частицы электронного сгустка, взаимодействующие с плоскостью мишени [5]. Ясно, что для такой геометрии размеры и форма сгустка в поперечном направлении будут определять характеристики КПИ наряду с продольным размером сгустка.

Представляет несомненный интерес сравнить угловые распределения КПИ для сгустков различной формы (цилиндр, шар, конус) с тем, чтобы выяснить возможность использования этой дополнительной информации по сравнению со спектральными измерениями для прецизионной диагностики электронных сгустков.

## 2. Теоретическая модель

В работе [1] для спектрально-угловой плотности КПИ (когерентного переходного излучения) в расчете на один электрон сгустка было получено выражение

$$I(\omega, \theta) = (1 + N_e |F|^2) I_0(\omega, \theta) \approx N_e I_0(\omega, \theta) |F|^2,$$

где  $N_e$  – число электронов в сгустке,  $I_0(\omega, \theta)$  – спектрально-угловая плотность переходного излучения одиночного точечного заряда, а величина  $|F|^2$  – описывает характер интерференции излучений частиц сгустка данной структуры и называется форм-фактором сгустка.

Форм-фактор определяется соотношением

$$|F|^2 = \left| \iiint_V g(x, y, z) e^{i\phi(x, y, z)} dx dy dz \right|^2, \quad (1)$$

где  $V$  – объем сгустка,  $g(x, y, z)$  – нормированная на единицу плотность распределения частиц в

сгустке, а  $\phi(x, z)$  определяет разность фаз излучений отдельных частиц сгустка и может быть определена из следующего рассмотрения.

Пусть границу раздела сред последовательно пересекают два электрона (рис. 1).

В момент времени  $t_1 = 0$  первый электрон  $e_1$ , движущийся со скоростью  $\beta c$ , пересекает границу раздела сред в точке  $O(x_1 = 0; z_1 = 0)$ . Нормаль к границе раздела наклонена под углом  $\psi$  относительно импульса электрона. Поле переходного излучения первого электрона на больших расстояниях от точки  $O$  можно записать в виде

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_1 - i\omega t},$$

где  $\mathbf{E}_0$  – поле излучения от одного электрона,  $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $\mathbf{R}_1$  – вектор проведенный из точки пересечения зарядом границы раздела сред в точку наблюдения,  $\omega$  частота фотона ПИ.

В момент времени  $t_2 = t_1 + \tau$ , мишень в точке  $A(x_2 = x_1 + x; z_2 = z_1 + z)$ , пересекает второй электрон  $e_2$ , поле которого записывается следующим образом:

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_2 - i\omega(t-\tau)} = \mathbf{E}_1 e^{i\phi(x, z)}.$$

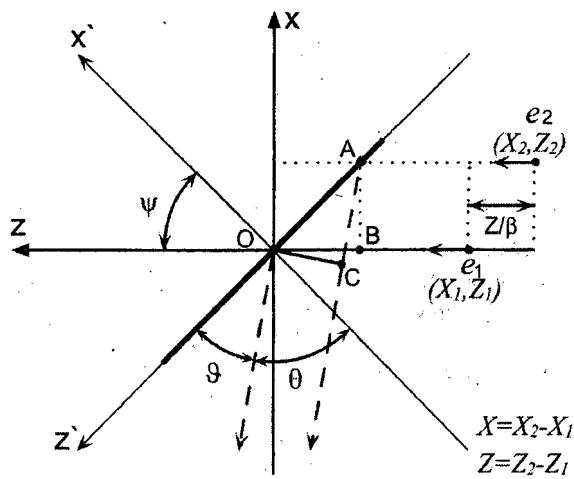


Рис. 1. Два электрона пересекают наклонную границу раздела сред

В дальней зоне для фотона ПИ испущенного под углом  $\theta$ , из элементарных геометрических построений (см. рис. 1), легко получить

$$|\mathbf{R}_2| = |\mathbf{R}_1| + \frac{x \sin \theta}{\cos \psi}, \quad \tau = \frac{z}{\beta c} - \frac{x \tan \psi}{\beta c}.$$

Следовательно, разность фаз ПИ для полей излучения электронов  $e_1$  и  $e_2$  не зависит от координаты  $u$  и определяется соотношением:

$$\Phi(x, z) = \frac{\omega}{c} \left( \frac{x \sin \theta}{\cos \psi} - \frac{x \tan \psi}{\beta} + \frac{z}{\beta} \right).$$

Таким образом, используя найденный фазовый сдвиг для различных частиц сгустка можно вычислить форм-фактор (1) для любого распределения частиц в сгустке  $g(x, y, z)$ .

В дальнейшем будем рассматривать однородное распределение частиц в сгустке конечных размеров, т.е.  $g(x, y, z) = 1/V$ . Для азимутально-симметричного сгустка в цилиндрической системе координат  $x = \rho \cos \phi$ ,  $y = \rho \sin \phi$ ,  $z = z$  и  $0 \leq \rho \leq a(z)$ . Здесь величина  $a(z)$  определяет форму сгустка. Например для цилиндра  $V = \pi r^2 l$ ,  $a(z) = r$  и форм-фактор (1) может быть определен как суперпозиция поперечного и продольного форм-факторов.

$$|F|^2 = |F_T|^2 |F_L|^2,$$

где

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{1}{\pi r^2} \int_0^{2\pi} \int_0^r e^{i\frac{\omega}{c}\rho \cos \phi \left( \frac{\beta \sin \theta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right)} \rho d\rho d\phi = \\ &= \frac{2}{r^2} \int_0^r J_0 \left[ \frac{\omega}{c} \rho \left( \frac{\beta \sin \theta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right) \right] \rho d\rho = \\ &= \frac{2\beta c \cos \psi}{r} J_1 \left[ \frac{r \omega (\beta \sin \theta - \sin \psi)}{\beta c \cos \psi} \right], \\ F_L &= \frac{1}{l} \int_0^l e^{i\frac{\omega z}{\beta c}} dz = \frac{2\beta c}{\omega l} \sin \left( \frac{l \omega}{2\beta c} \right), \\ |F|^2 &= \frac{16\beta^4 c^4 \cos^2 \psi}{r^2 l^2 \omega^4 (\beta \sin \theta - \sin \psi)^2} \times \\ &\quad J_1 \left[ \frac{r \omega (\beta \sin \theta - \sin \psi)}{\beta c \cos \psi} \right] \sin \left( \frac{l \omega}{2\beta c} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $J_0(x)$  и  $J_1(x)$  – функции Бесселя.

Вообще говоря, для произвольной (хотя и азимутально-симметричной) формы сгустка форм-фактор (1) не разделяется на произведение продольного и поперечного форм-факторов:

$$|F|^2 = \frac{4\pi^2 \beta^2 c^2 \cos^2 \psi}{V^2 \omega^2 (\beta \sin \theta - \sin \psi)^2} \times$$

$$\left| \int_0^l a(z) J_1 \left[ \frac{a(z) \omega (\beta \sin \theta - \sin \psi)}{\beta c \cos \psi} \right] e^{i\frac{\omega z}{\beta c}} dz \right|^2.$$

В работе [8] получен форм-фактор для однородного цилиндрического сгустка длины  $l$  и радиуса  $r$ , пересекающего перпендикулярную мишень.

$$|F|^2 = \left( \frac{4\beta J_1[r \omega \cos \theta] \sin(\omega l / 2\beta)}{rl \omega^2 \cos \theta} \right)^2. \quad (3)$$

Из (2) для  $\psi = 0$  получим

$$|F|^2 = \left( \frac{4\beta c^2 J_1 \left[ \frac{r \omega \cos \theta}{c} \right] \sin \left( \frac{\omega l}{2\beta c} \right)}{rl \omega^2 \cos \theta} \right)^2. \quad (4)$$

Выражение (4), при соответствующем определении величины  $\omega$ , совпадает с формулой (3), полученной в [8].

Спектрально-угловое распределение ПИ одиночного точечного заряда при пролете через перпендикулярную мишень описывается известной формулой

$$I_0(\omega, \theta) = \frac{\alpha}{\pi^2} \left( \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right)^2$$

где  $\alpha = 1/137$  – постоянная тонкой структуры.

Таким образом, спектрально-угловая плотность КПИ сгустка заряженных частиц выражается через его форм-фактор:

$$\begin{aligned} I(\omega, \theta) &= \frac{4N_e \alpha c^2}{V^2 \omega^2 \sin^2 \theta} \left( \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right)^2 \times \\ &\quad \times \left| \int_0^l a(z) J_1 \left[ \frac{\omega}{c} a(z) \sin \theta \right] e^{i\frac{\omega z}{\beta c}} dz \right|^2. \end{aligned} \quad (5)$$

В работе [5] авторы предложили более наглядный способ описания ПИ сгустка заряженных частиц как интерференцию излучений последовательности тонких слоев сгустка, последовательно пересекающих границу раздела сред (рис. 2). На рисун-

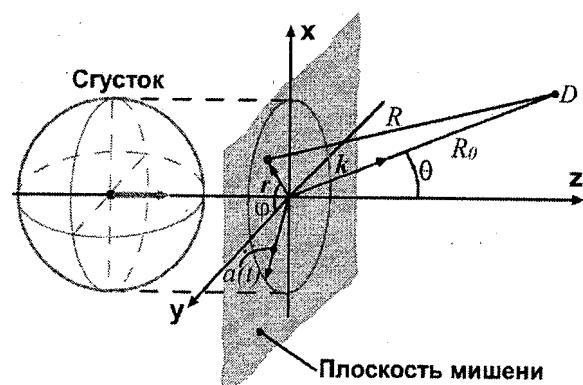


Рис. 2. Излучение от тонкого слоя сгустка

ке плоскость  $xy$  представляет собой идеальную бесконечно тонкую проводящую мишень. Круг радиуса  $a(t)$  представляет собой слой сгустка, излучающий КПИ в момент времени  $t$ . Радиус круга  $a(t)$  меняется со временем, причем скорость его изменения может превышать скорость света.

Для поля КПИ в [5] было получено следующее выражение:

$$E(\omega, \theta) = \frac{\sigma}{\pi \sin \theta} \left( \frac{\beta \sin \theta}{\omega(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)} \right) \times \\ \times \left| \int_0^t a(t) J_1 \left[ \frac{\omega}{c} a(t) \sin \theta \right] \exp(i\omega t) dt \right|, \quad (6)$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда,  $\beta$  – скорость частицы,  $\theta$  – угол, между направлением движения частицы и волновым вектором.

Из (6) легко получить выражение для спектрально-угловой плотности КПИ:

$$I(\omega, \theta) = \frac{\sigma^2}{\pi^2 \sin^2 \theta} \left( \frac{\beta \sin \theta}{\omega(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)} \right)^2 \times \\ \times \left| \int_0^t a(t) J_1 \left[ \frac{\omega}{c} a(t) \sin \theta \right] \exp(i\omega t) dt \right|^2. \quad (7)$$

Сравнивая выражения (5) и (7), характеризующие угловое распределение КПИ, можно убедиться, что оба рассмотренных подхода дают аналогичные результаты с точностью до постоянной величины.

### 3. Когерентное переходное излучение от сгустков различной формы

Рассмотрим КПИ от наклонной мишени для сгустков различной формы – цилиндра, сферы и конуса. Для удобства будем использовать угол  $\vartheta = \pi/2 - \theta$  – угол между направлением излучения и плоскостью мишени.

Спектрально-угловое распределение излучения одиночного точечного заряда при пролете через наклонную мишень, в плоскости, проведенной через импульс электрона и нормаль к плоскости мишени описывается выражением [7]

$$I(\omega, \vartheta) = \frac{\alpha \beta^2 \cos^2 \psi}{\pi^2 \cos^2 \vartheta} \times \\ \times \frac{(\beta \sin \psi \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta)^2}{((1 - \beta \sin \psi \cos \vartheta)^2 - \beta^2 \cos^2 \psi \sin^2 \vartheta)^2}.$$

Разность фаз излучений отдельных частиц сгустка выраженная через угол  $\vartheta = \pi/2 - \theta$  имеет вид

$$\phi(x, z) = \frac{\omega}{c} \left( x \left( \frac{\beta \cos \vartheta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right) + \frac{z}{\beta} \right).$$

### Спектрально-угловая плотность КПИ

$$I(\omega, \vartheta) = \frac{4 \alpha N_e \beta^4 c^2 \cos^4 \psi}{V^2 \omega^2 (\beta \cos \vartheta - \sin \psi)^2 \cos^2 \vartheta} \times \\ \times \frac{(\beta \sin \psi \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta)^2}{((1 - \beta \sin \psi \cos \vartheta)^2 - \beta^2 \cos^2 \psi \sin^2 \vartheta)^2} \times \\ \times \left| \int_0^l a(z) J_1 \left[ \frac{\omega}{c} a(z) \left( \frac{\beta \cos \vartheta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right) \right] e^{i \frac{\omega z}{c \beta}} dz \right|^2.$$

Для сгустка цилиндрической формы  $a(z) = r$ ,  $V = \pi r^2 l$ . Следовательно, спектрально-угловая плотность КПИ от сгустка цилиндрической формы определяется выражением

$$I(\omega, \vartheta) = \frac{16 \alpha N_e \beta^6 c^4 \cos^4 \psi}{\pi^2 r^2 l^2 \omega^4 (\beta \cos \vartheta - \sin \psi)^2 \cos^2 \vartheta} \times \\ \times \frac{(\beta \sin \psi \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta)^2}{((1 - \beta \sin \psi \cos \vartheta)^2 - \beta^2 \cos^2 \psi \sin^2 \vartheta)^2} \times \\ \times J_1^2 \left[ \frac{\omega}{c} r \left( \frac{\beta \cos \vartheta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right) \right] \sin^2 \left( \frac{\omega}{2 \beta c} l \right).$$

Для сгустка сферической формы  $a(z) = \sqrt{2rz - z^2}$ ,  $V = 4/3 \pi r^3$ .

Спектрально-угловая плотность КПИ от сгустка сферической формы:

$$I(\omega, \vartheta) = \frac{9 \alpha N_e \beta^4 c^2 \cos^4 \psi}{4 \pi^2 r^6 \omega^2 (\beta \cos \vartheta - \sin \psi)^2 \cos^2 \vartheta} \times \\ \times \frac{(\beta \sin \psi \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta)^2}{((1 - \beta \sin \psi \cos \vartheta)^2 - \beta^2 \cos^2 \psi \sin^2 \vartheta)^2} \times \\ \times \left| \int_0^l a(z) J_1 \left[ \frac{\omega}{c} a(z) \left( \frac{\beta \cos \vartheta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right) \right] e^{i \frac{\omega z}{c \beta}} dz \right|^2.$$

Для сгустка конической формы  $a(z) = rz/l$ ,  $V = \pi r^2 l/3$ . Спектрально-угловая плотность КПИ от сгустка конической формы определяется выражением:

$$I(\omega, \vartheta) = \frac{36 \alpha N_e \beta^4 c^2 \cos^4 \psi}{\pi^2 r^2 l^4 \omega^2 (\beta \cos \vartheta - \sin \psi)^2 \cos^2 \vartheta} \times \\ \times \frac{(\beta \sin \psi \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta)^2}{((1 - \beta \sin \psi \cos \vartheta)^2 - \beta^2 \cos^2 \psi \sin^2 \vartheta)^2} \times \\ \times \left| \int_0^l z J_1 \left[ \frac{\omega}{c} \frac{r}{l} z \left( \frac{\beta \cos \vartheta - \sin \psi}{\beta \cos \psi} \right) \right] e^{i \frac{\omega z}{c \beta}} dz \right|^2.$$

В работе представлены результаты расчетов угловых характеристик КПИ от наклонной мишени для сгустков различной формы (сфера, цилиндр, конус). Расчеты проводились для  $N_e = 10^{10}$ ,  $\gamma = 22$ .

На рис. 4–6 представлены угловые характеристики КПИ для цилиндрического сгустка.

Угловое распределение КПИ от цилиндрического сгустка, рассчитанное для длины волны  $\lambda = 2l$  и  $r < l$ , представленное на рис. 4, практически не от-

личается от углового распределения ПИ от одного электрона вблизи углов  $\theta = \pm \pi/4$ . Положительные значения  $\theta$  соответствуют ПИ назад (ПИН) отрицательные – ПИ вперед (ПИВ). Так как угловые распределения ПИН и ПИВ симметричны относительно угла  $\theta = 0$ , все что сказано ниже о ПИН относится к ПИВ.

Сплошной линии на рис. 5 показано угловое распределение ПИ от цилиндрического сгустка, рас-

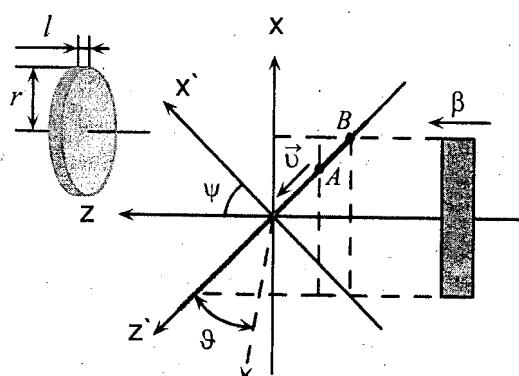


Рис. 3. Цилиндрический сгусток

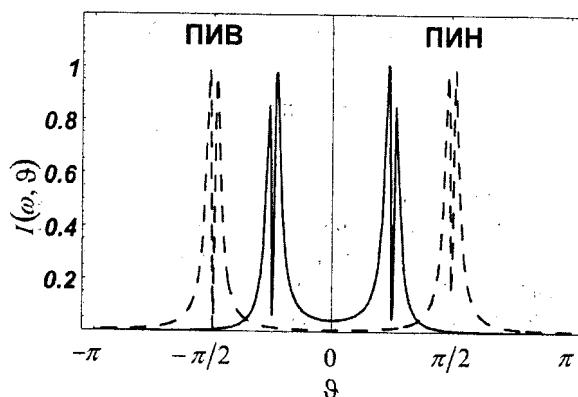


Рис. 4. Угловое распределение КПИ от цилиндрического сгустка:  $l=5r$ ;  $\lambda/l=2$ . Сплошная линия для  $\psi=\pi/4$ , штриховая для  $\psi=0$

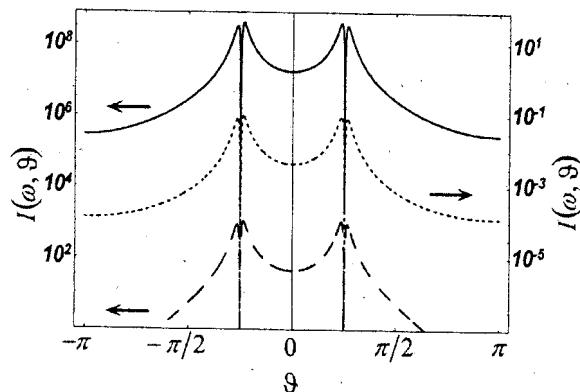


Рис. 5. Угловое распределение КПИ от цилиндрического сгустка:  $\psi=\pi/4$ ,  $l=5r$ . Сплошная линия для  $\lambda/l=2$ ,  $\lambda/r=10$ , штриховая для  $\lambda/l=1$ ,  $\lambda/r=5$ . Пунктирная линия – ПИ от одного электрона

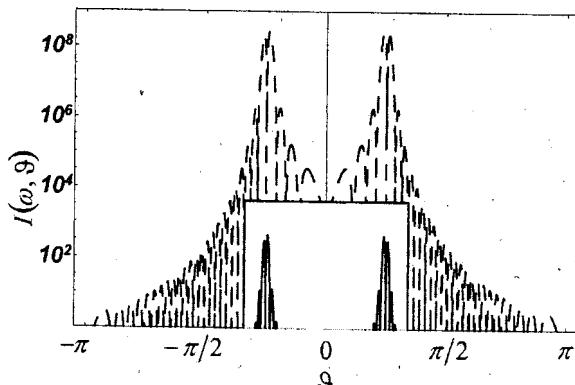


Рис. 6. Угловое распределение КПИ от цилиндрического сгустка:  $\psi=\pi/4$ ,  $l=0.1r$ . Сплошная линия для  $\lambda/l=1$ ,  $\lambda/r=0.1$ , штриховая для  $\lambda/l=2$ ,  $\lambda/r=0.2$ . Пунктирная линия – ПИ от одного электрона

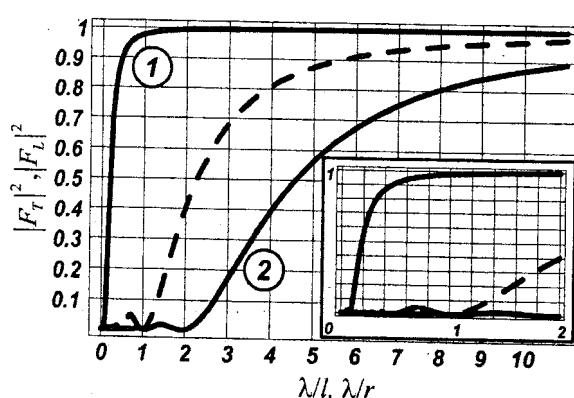


Рис. 7. Продольная и поперечная составляющая форм-фактора сгустка при факторе сгустка при  $\psi=\pi/4$ . Сплошная линия  $|F_T|^2$  при: 1)  $\theta=(\pi/2-\psi)+\gamma^{-1}$ , 2)  $\theta=(\pi/2-\psi)+20\gamma^{-1}$ . Штриховая –  $|F_L|^2$

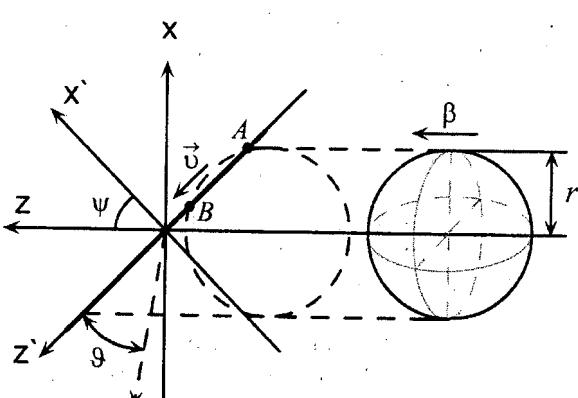


Рис. 8. Сферический сгусток

считанному для длины волны  $\lambda = 2l$  и  $r \ll l$ . В этом случае все частицы сгустка излучают когерентно и интенсивность ПИН, в направлениях  $\theta = (\pi/2 - \psi) \pm \gamma^{-1}$ , пропорциональна квадрату числа частиц в сгустке. Интенсивность ПИН убывает на 3 порядка с ростом  $\theta$  от  $\theta = (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  до  $\theta = \pi$ . Штриховая линия на рис. 5 соответствует угловому распределению ПИ для длины волны  $\lambda = l$  и  $r \ll l$ . В этом случае, интенсивность ПИН при углах  $\theta > (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  падает быстрее, и убывает на 3 порядка при  $\theta \approx 5\pi/8$ .

Штриховая линия на рис. 6 соответствует угловому распределению ПИ для длины волны  $\lambda = 2l$  и  $r \ll l$ . При этом, интенсивность ПИН с ростом  $\theta$  от  $\theta = (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  до  $\theta = \pi$  убывает уже на 8 порядков. Падение интенсивности ПИН в направлениях  $\theta > (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$ , судя по всему, обусловлено вкладом составляющей  $|F_T|^2$ , характеризующей поперечные размеры сгустка.

На рис. 7 представлена зависимость величин  $|F_T|^2$  и  $|F_L|^2$  от соотношений  $\lambda/r$  и  $\lambda/l$  соответственно. Из рисунка видно, что при  $\lambda/l = 2$  и  $\lambda/r = 10$  ( $r \ll l$ ) интенсивность ПИН в направлении

$\theta = (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  определяется только продольной составляющей  $|F_L|^2$  форм-фактора сгустка. В направлениях  $\theta > (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  интенсивность ПИН определяется одновременно и продольной и поперечной составляющей форм-фактора сгустка. Причем, чем больше величина угла  $\theta$ , тем в большей степени интенсивность излучения определяется поперечной составляющей  $|F_T|^2$ . При уменьшении длины волны влияние поперечной составляющей в направлениях  $\theta > (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  возрастает. В направлении  $\theta = (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  при уменьшении длины волны, вплоть до  $\lambda/r = 1$ , интенсивность излучения определяется только продольной составляющей  $|F_L|^2$ . При  $\lambda/l = 2$  и  $\lambda/r = 0,2$  ( $r \ll l$ ) интенсивность ПИН в направлениях  $\theta \geq (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  определяется одновременно и продольной и поперечной составляющей форм-фактора сгустка (см. вставку рис. 7).

На рис. 9–13 представлены угловые характеристики сферического сгустка. Угловое распределение КПИ от сферического сгустка, рассчитанное для длины волны  $\lambda = 4r$ , представленное на рис. 9, практически не отличается от углового рас-

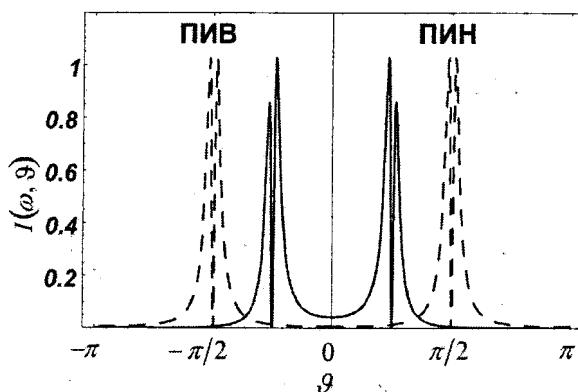


Рис. 9. Угловое распределение КПИ от сгустка сферической формы:  $\lambda/r=4$ . Сплошная линия для  $\psi=\pi/4$ , штриховая для  $\psi=0$

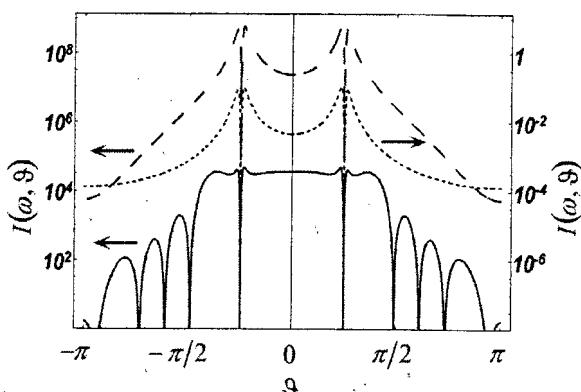


Рис. 10. Угловое распределение КПИ от сгустка сферической формы:  $\psi=\pi/4$ . Сплошная линия для  $\lambda/r=0,8$ , штриховая для  $\lambda/r=4$ . Пунктирная линия – ПИ от одного электрона

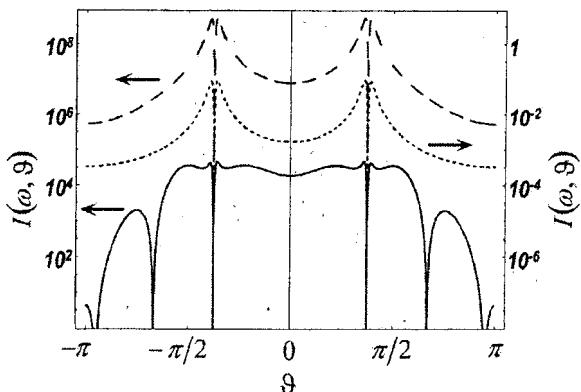


Рис. 11. Угловое распределение КПИ от сгустка сферической формы:  $\psi=\pi/8$ . Сплошная линия для  $\lambda/r=0,8$ , штриховая для  $\lambda/r=4$ . Пунктирная линия – ПИ от одного электрона

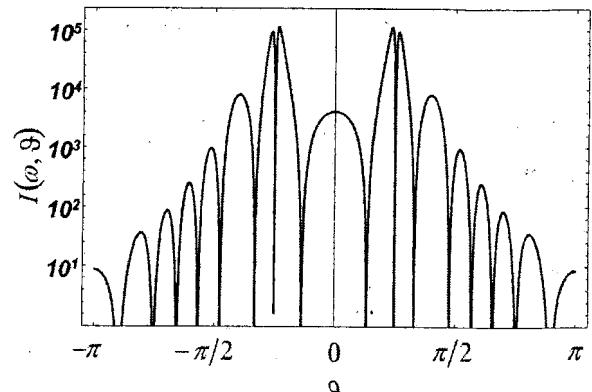


Рис. 12. Угловое распределение КПИ от сгустка сферической формы:  $\psi=\pi/4$ ,  $\lambda/r=0,6$

пределения ПИ от одного электрона в близи углов  $\vartheta = \pm \pi/4$ .

Положительные значения  $\vartheta$  соответствуют ПИН, отрицательные – ПИВ.

Штриховая кривая на рис. 11 соответствует угловому распределению ПИ от сферического густка при  $\lambda/r = 4$  и  $\psi = \pi/8$ . Характер углового распределения ПИ практически совпадает с угловым распределением ПИ от густка цилиндрической формы, представленным сплошной линией на рис. 5. Штриховая кривая на рис. 10 соответствует угловому распределению ПИ при  $\lambda/r = 4$  и  $\psi = \pi/4$ . Интенсивность ПИН в направлениях  $\vartheta > (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$  в данном случае убывает быстрее, чем в случае представлена на рис. 11. Это можно объяснить тем, что при уменьшении угла  $\psi$ , поперечные размеры густка оказывают меньшее влияние на интенсивность излучения в направлениях  $\vartheta > (\pi/2 - \psi) + \gamma^{-1}$ .

Угловые характеристики ПИ, представленные сплошными линиями на рис. 10 и 11 практически не отличаются и соответствуют  $\lambda/r = 0,8$ . Необычный характер углового распределения ПИ можно объяснить на основе квазичеренковского механизма ПИ (см. ниже).

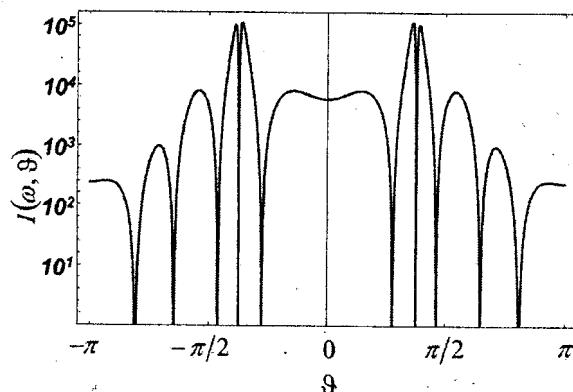


Рис. 13. Угловое распределение КПИ от густка сферической формы:  $\psi = \pi/8$ ,  $\lambda/r = 0,6$

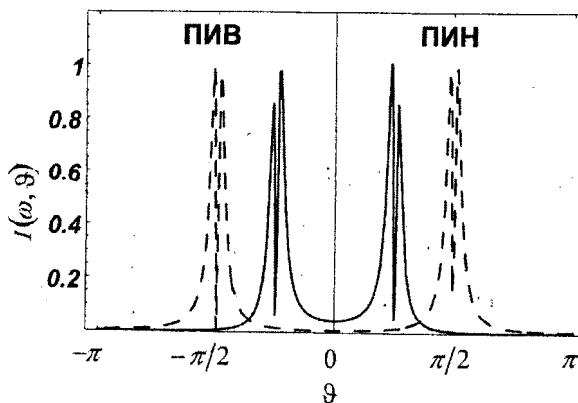


Рис. 15. Угловое распределение КПИ от густка конической формы:  $\lambda/r = 4$ . Сплошная линия для  $\psi = \pi/4$ , штриховая для  $\psi = 0$

На рис. 15–19 представлены угловые характеристики густка конической формы. Как и в предыдущих случаях, угловое распределение КПИ от конического густка, рассчитанное для длины волны  $\lambda = 4r$ , представленное на рис. 15, практически не отличается от углового распределения ПИ от одного электрона в близи углов  $\vartheta = \pm \pi/4$ , поскольку длина волны значительно превышает длину густка.

Однако для других длин волн, угловое распределение ПИ от густка конической формы может значительно отличаться от углового распределения излучения от одного электрона.

В угловом распределении КПИ от густка конической формы, наряду с основным максимумом в угловом распределении могут присутствовать дополнительные максимумы под большими углами (много большие  $\gamma^{-1}$ ) относительно импульса электрона (для ПИВ) или относительно направления зеркального отражения (для ПИН).

#### 4. Квазичеренковский механизм когерентного переходного излучения

По мере прохождения густком границы раздела сред, размер  $a(z)$  излучающей области меняет-

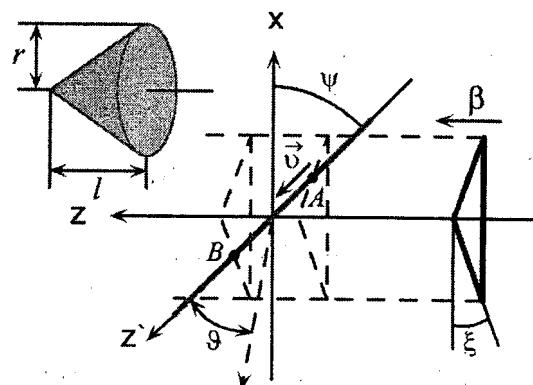


Рис. 14. Густок конической формы

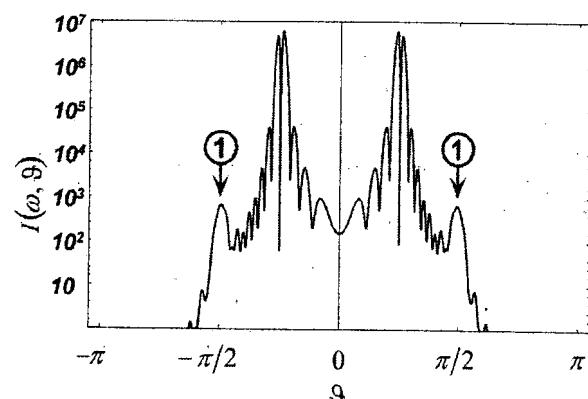


Рис. 16. Угловое распределение КПИ от густка конической формы:  $\psi = \pi/4$ ,  $l = r$ ,  $\lambda/l = 0,2$

ся. В некоторых случаях скорость изменения излучающей области может превышать скорость света. Таким образом, в угловом распределении КПИ должна присутствовать составляющая, вызванная сверхсветовой скоростью изменения излучающей области.

Известно, что направление излучения Вавилова-Черенкова определяется из условия

$$\cos \eta = c/v, \quad (8)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме, а  $v$  – скорость изменения излучающей области.

Рассмотрим сгусток цилиндрической формы, пересекающий наклонную границу раздела сред. Если  $l \ll r$ , то в первые моменты времени размер излучающей области растет и граница  $A$  (см. рис. 3) движется со скоростью  $v_{\text{cy}}^{\text{cyl}}$  до тех пор, пока излучающая область не достигнет максимального размера. Граница  $B$  в это время остается неподвижной. Далее, в течение некоторого промежутка времени размер излучающей области остается неизменным. Затем излучающая область уменьшается, и граница  $B$  движется со скоростью  $v_{\text{cy}}^{\text{cyl}}$ ; а граница  $A$  остается неподвижной.

Если  $l \ll r$ , можно считать, что излучающая область не меняясь в размерах движется со скоростью  $v_{\text{cy}}^{\text{cyl}}$ . Запишем выражение для скорости  $v_{\text{cy}}^{\text{cyl}}$ :

$$v_{\text{cy}}^{\text{cyl}} = \frac{\beta c}{\sin \psi}.$$

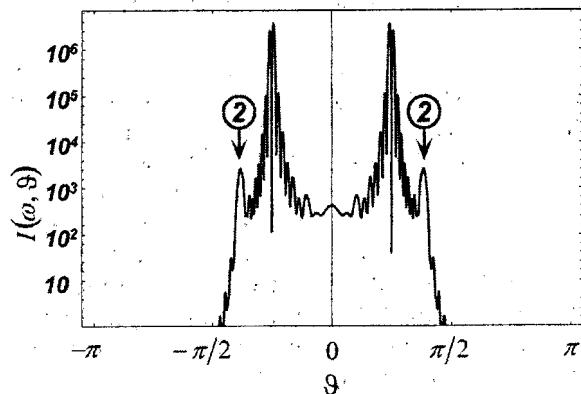


Рис. 17. Угловое распределение КПИ от сгустка конической формы:  $\psi=\pi/4$ ,  $l=0,5r$ ,  $\lambda/l=0,2$

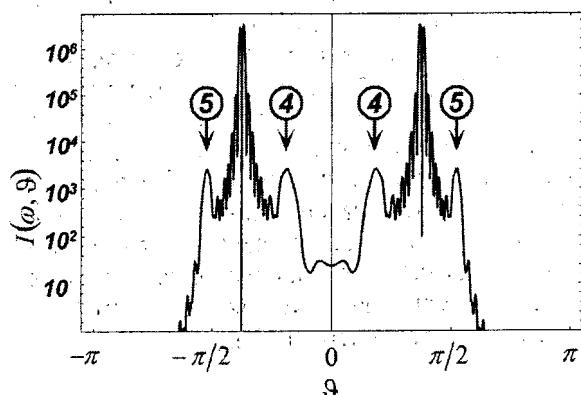


Рис. 19. Угловое распределение КПИ от сгустка конической формы:  $\psi=\pi/4$ ,  $l=0,5r$ ,  $\lambda/l=0,2$

Согласно условию (8), направление излучения Вавилова-Черенкова

$$\eta = \arccos \left( \frac{\cos(\pi/2 - \psi)}{\beta} \right) \approx \pi/2 - \psi,$$

что с хорошей точностью соответствует направлению максимумов для ПИВ и ПИН.

Рассмотрим сферический сгусток, пересекающий наклонную границу раздела сред (см. рис. 8). В первые моменты времени размер излучающей области растет, границы  $A$  и  $B$  движутся со скоростью  $v_A^{\text{sph}}$  и  $v_B^{\text{sph}}$  соответственно. Размер излучающей области продолжает расти до того момента, пока центр сгустка не пересечет границу раздела. Затем размер излучающей области начинает уменьшаться. Границы  $A$  и  $B$  движутся в противоположном направлении. Скорости движения границ излучающей области равны:

$$v_A^{\text{sph}} = \frac{\beta c}{\sin \psi} - \frac{r - x'}{\sqrt{2rx' - x'^2}},$$

$$v_B^{\text{sph}} = \frac{\beta c}{\sin \psi} + \frac{r - x'}{\sqrt{2rx' - x'^2}}.$$

Положительные значения скоростей  $v_A^{\text{sph}}$  и  $v_B^{\text{sph}}$  соответствуют движению границ излучающей области в направлении, совпадающем с направлением оси  $z'$  ( $v_A^{\text{sph}}, v_B^{\text{sph}} \uparrow\uparrow z'$ ). Отрицательные значения

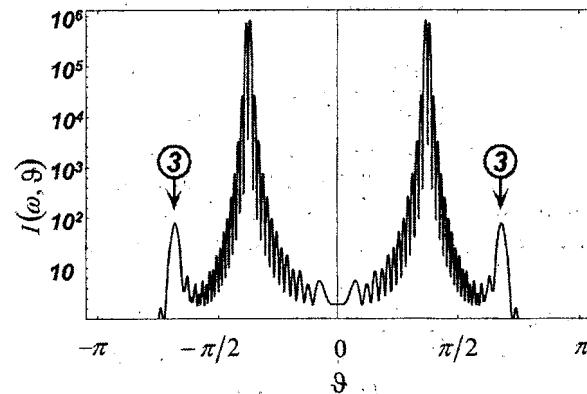


Рис. 18. Угловое распределение КПИ от сгустка конической формы:  $\psi=\pi/4$ ,  $l=r$ ,  $\lambda/l=0,1$

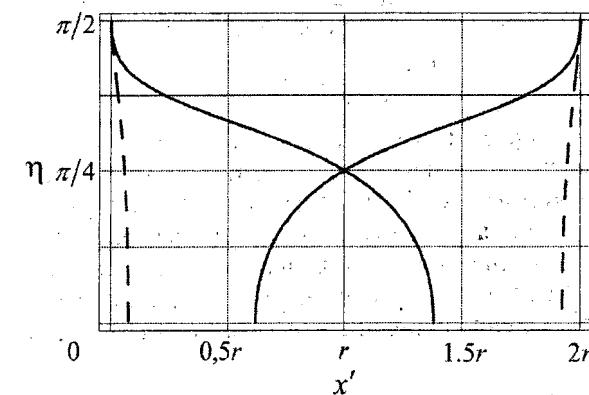
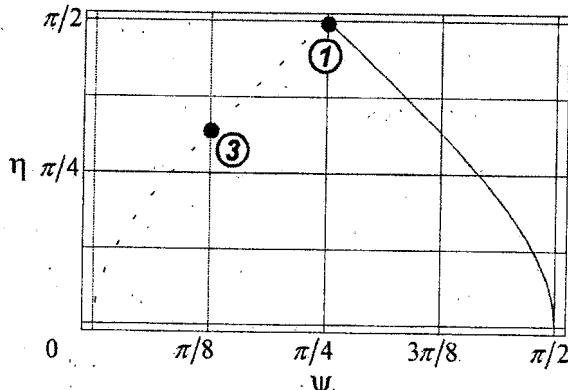


Рис. 20. Направление квазичеренковской составляющей КПИ по мере прохождения сферическим сгустком наклонной границы раздела сред ( $\psi=\pi/4$ ). Сплошная линия для  $v_A^{\text{sph}}, v_B^{\text{sph}} \uparrow\uparrow z'$ , штриховая для  $v_A^{\text{sph}}, v_B^{\text{sph}} \downarrow\downarrow z'$



**Рис. 21.** Направление квазичеренковской составляющей КПИ от сгустка конической формы в зависимости от угла наклона мишени для  $l=1$ . Сплошная линия соответствует  $v_A^{\text{Con}}$ , штрихпунктирная —  $v_B^{\text{Con}}$

скоростей  $v_A^{\text{Sph}}$  и  $v_B^{\text{Sph}}$  соответствуют движению границ излучающей области в направлении, противоположном направлению оси  $z'$  ( $v_A^{\text{Sph}}, v_B^{\text{Sph}} \downarrow z'$ ).

Направление квазичеренковской составляющей КПИ по мере прохождения сферическим сгустком границы раздела сред показано на рис. 20.

Рассмотрим сгусток конической формы пересекающий наклонную границу раздела сред (см. рис. 14). В случае, если  $\psi > \xi$ , границы излучающей области  $A$  и  $B$  движутся в направлении, совпадающем с направлением оси  $z'$  со скоростями  $v_A^{\text{Con}}$  и  $v_B^{\text{Con}}$  соответственно. Для  $v_A^{\text{Con}}$  и  $v_B^{\text{Con}}$  при  $\psi > \xi$  имеем:

$$v_A^{\text{Con}} = \frac{r\beta c}{\cos \psi (r \tan \psi - l)}, v_B^{\text{Con}} = \frac{r\beta c}{\cos \psi (r \tan \psi + l)}.$$

В случае, если  $\psi < \xi$ , граница  $A$  излучающей области движется в направлении, противоположном направлению оси  $z'$ , а граница  $B$  движется в направлении, совпадающем с направлением оси  $z'$ . Для  $v_A^{\text{Con}}$  и  $v_B^{\text{Con}}$  при  $\psi < \xi$  имеем:

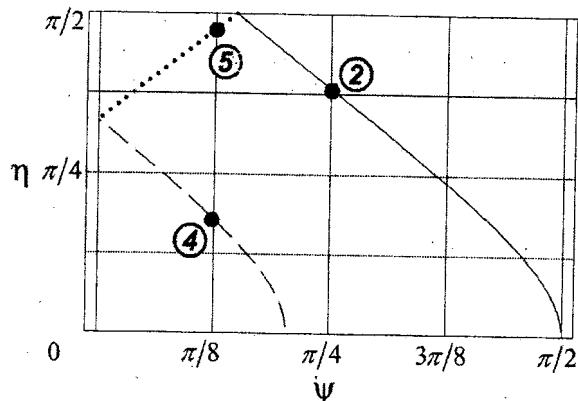
$$v_A^{\text{Con}} = \frac{r\beta c}{\cos \psi (l - r \tan \psi)}, v_B^{\text{Con}} = \frac{r\beta c}{\cos \psi (r \tan \psi + l)}.$$

В случае, если  $\psi < \xi$ , граница  $A$  излучающей области движется в направлении, противоположном направлению оси  $z'$ , а граница  $B$  движется в направлении, совпадающем с направлением оси  $z'$ .

Для  $v_A^{\text{Con}}$  и  $v_B^{\text{Con}}$  при  $\psi < \xi$  имеем:

$$v_A^{\text{Con}} = \frac{r\beta c}{\cos \psi (l - r \tan \psi)}, v_B^{\text{Con}} = \frac{r\beta c}{\cos \psi (r \tan \psi + l)}.$$

На рис. 16–19 представлены результаты расчетов углового распределения КПИ от сгустка конической формы. Как показали расчеты, наряду с основным максимумом в угловом распределении сгустка конической формы присутствуют дополнительные максимумы, в направлениях отличных от  $\gamma^{-1}$ . Наличие дополнительных максимума в угловом



**Рис. 22.** Направление квазичеренковской составляющей КПИ от сгустка конической формы в зависимости от угла наклона мишени для  $l=0,5$ . Сплошная линия соответствует  $v_A^{\text{Con}}$ , штриховая —  $v_B^{\text{Con}}$ , пунктирная —  $v_A^{\text{Con}}$

распределении можно трактовать как проявление квазичеренковского механизма КПИ.

Можно убедится, что направления дополнительных максимумов в угловом распределении КПИ от сгустка конической формы согласуются с условием (8). Так, направление максимума (1) на рис. 16 соответствует точке (1) на рис. 21, направление максимума (2) на рис. 17 соответствует точке (2) на рис. 22. Максимумы (3) и (5) обусловлены сверхзвуковым движением границы  $A$  излучающей области в направлении, противоположном направлению оси  $z'$  и направление квазичеренковской составляющей  $\theta = \pi - \eta$ .

Таким образом, следует ожидать, что эффект, аналогичный эффекту Вавилова-Черенкова может проявляться в когерентном переходном излучении. Интенсивность квазичеренковской составляющей КПИ для перпендикулярной границы раздела сред значительно меньше интенсивности основного максимума углового распределения КПИ, тогда как для наклонной мишени и для асимметричного распределения электронов в сгустке этот эффект может наблюдаться для углов излучения, значительно превышающих характерный угол  $\gamma^{-1}$  [6].

### Заключение

При некоторых параметрах сгустков угловые характеристики КПИ от наклонной мишени могут существенно отличаться от ПИ одного электрона. Как показали расчеты, наряду с максимумами ПИВ и ПИН в угловом распределении КПИ могут присутствовать дополнительные максимумы под углами значительно превышающими  $\gamma^{-1}$ . Наличие максимумов в угловом распределении можно трактовать как проявление квазичеренковского механизма КПИ. Однако, интенсивность квазичеренковских максимумов значительно ниже, чем интенсивность максимумов ПИВ (ПИН).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. — М.: Наука, 1984. — 360 с.

- Shibata Y. et al. Coherent transition radiation in the far-infrared region // Phys. Rev. E. — 1994. — V. 49. — № 1. — P. 785–793.

3. Schneider Gi. et al. Comparison of electron bunch asymmetry as measured by energy analysis and coherent transition radiation // Phys. Rev. E. – 1997. – V. 56. – № 1. – P. 785–793.
4. Watanabe T. et al. Overall comparison of subpicosecond electron beam diagnostics // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. – 2002. – V. A480. – P. 315–327.
5. Болотовский Б.М., Серов А.В. Переходное излучение от протяженной системы зарядов// Журнал технической физики. – 2002. – Т. 72, вып. 1. – С. 3–7.
6. Serov A.V. et al: Properties of coherent transition radiation from an electron bunch accelerated in microtron // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. – 2003. – V. B201. – P. 91–96.
7. Aleinik A.N. et al. Low-energy-electron-beam diagnostics based on the optical transition radiation // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. – 2003. – V. B201. – P. 34–43.
8. Гарibyan Г.М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. – Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1983. – 320 с.

УДК 521.1:629.78:523.31-852; 521.1:629.78:523.4-852

## МОДЕЛИ ВОЗМУЩЕНИЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ, СОЗДАВАЕМЫХ РЕАКТИВНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В.Г. Спицын

Томский политехнический университет  
E-mail: spitsyn@ce.cctrpu.edu.ru

Исследуются возмущения ионосферной плазмы, создаваемые газовой струей реактивного двигателя космического аппарата, способные оказывать существенное воздействие на распространение и рассеяние радиоволн. Анализируются механизмы образования возмущений ионосферной плазмы космическим аппаратом с работающим двигателем. Излагается стохастическая модель процесса диффузии ионов ионосферной плазмы внутрь газовой струи реактивного двигателя космического аппарата. Приводятся результаты расчетов образования области высокой концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы в окрестности границы газовой струи реактивного двигателя космического аппарата. На основе проведенного анализа предлагаются модели плазменных возмущений, создаваемых газовой струей реактивного двигателя космического аппарата в ионосфере.

### Введение

Исследование влияния возмущений ионосферной плазмы, создаваемых запускаемыми космическими аппаратами (КА), на распространение радиоволн относится к числу важнейших проблем физики ионосферы и распространения радиоволн. Решение указанной проблемы необходимо для изучения процессов, происходящих в верхних слоях атмосферы при наличии таких возмущений, и выработки рекомендаций для устойчивой работы систем радиосвязи, радиолокации и навигации.

Цель данной работы состоит в исследовании процессов создания ионосферных возмущений факелом КА, способных оказывать существенное воздействие на распространение и рассеяние радиоволн.

Начиная с первых запусков мощных ракет, способных выводить на орбиту искусственные спутники Земли, проблеме взаимодействия газовых струй реактивных двигателей КА с верхними слоями атмосферы уделяется большое внимание. Истечение газовых струй в затопленное пространство и вакум, а также их взаимодействие со спутным потоком набегающего газа рассматривалось в ряде работ [1–5].

Несмотря на большое количество публикаций, посвященных перечисленным вопросам, в настоящее время нельзя сделать вывод о том, что проблема

ма взаимодействия газовых струй реактивных двигателей КА с верхней атмосферой решена. Трудности построения адекватных моделей взаимодействия обусловлены как сложностью расчета всех процессов, происходящих в факеле ракеты [5], так и необходимостью учета влияния неоднородности атмосферы [4], а также геомагнитного поля на формирование структуры возмущения концентрации заряженных частиц [6].

Широкий спектр проблем, связанных с взаимодействием истекающей газовой струи КА с верхней атмосферой, не позволяет рассмотреть их все. Поэтому ниже проводится анализ основных типов ионосферных возмущений, вызываемых газовой струей КА, способных оказывать существенное воздействие на распространение радиоволн. Основное внимание уделяется разработке модели воздействия КА на ионосферную плазму в области ближней зоны до расстояния, на котором происходит выравнивание давлений газа струи и атмосферы.

### 1. Механизмы возмущения ионосферной плазмы газовой струей реактивного двигателя космического аппарата

Истечение газов из сопла реактивного двигателя на высотах 100..400 км от поверхности Земли характеризуется большим перепадом давлений на срезе сопла ( $p_u$ ) и в ионосфере ( $p_0$ ). Согласно [5, 7],