УДК 621.833

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И КОНСТРУКТИВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ В ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧАХ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

В.С. Янгулов

Томский политехнический университет
E-mail: dtps@lcg.tpu.ru

Представлена методика расчёта геометрических и конструктивных соотношений волновых передач с промежуточными телами качения. Предложена методика геометрического расчёта передач с адаптивным генератором и определено влияние погрешностей изготовления деталей на выходную функцию.

Создание волновых передач с промежуточными телами качения (ВППТК), в которых создается упругий натяг в зонах контакта тел качения (далее по тексту – шарики) с поверхностями генератора, обоймы и зубьями жесткого колеса [1–3], позволяет:

- практически устранить мёртвый ход передач;
- повысить точность передач;
- обеспечить работоспособность передач на длительный ресурс.

В данных передачах генератор, наружная поверхность которого выполнена конусной под действием упругих элементов в процессе работы, совершает радиальные и осевые перемещения, обусловленные зазорами в зонах контакта промежуточных тел качения с пазами обоймы и зубьями жесткого колеса и погрешностями изготовления этих деталей. Очевидно, что необходимо проведение дополнительных исследований по определению изменений геометрических и конструктивных соотношений в ВППТК с упругим натягом в зацеплении.

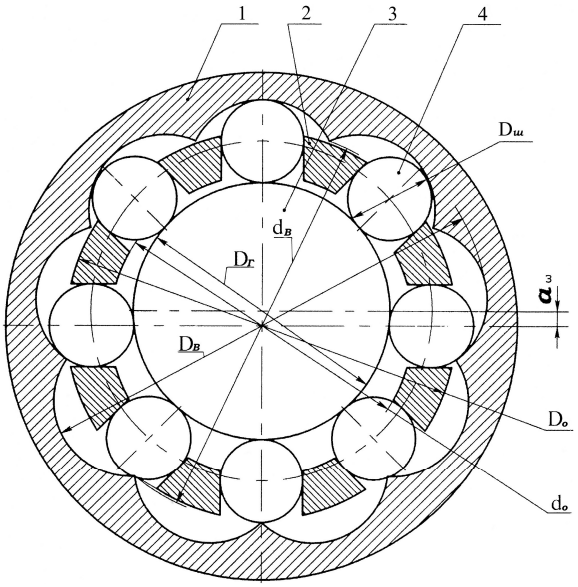

Рис. 1. *Волновая передача с промежуточными телами качения: $D_ш$ – диаметр шарика; $D_в$ – диаметр впадин зубчатого венца; $d_в$ – диаметр выступов зубчатого венца; $D_о$ – наружный диаметр обоймы; $d_о$ – внутренний диаметр обоймы; $D_г$ – диаметр генератора; $a_ω$ – эксцентриситет генератора*

Основой рассматриваемых передач является конструкция, представленная на рис. 1. Генератор волн, эксцентрик – 3, вращаясь, вызывает радиальные перемещения шариков – 4 в пазах обоймы – 2. Шарики – 4 контактируют с поверхностями зубьев жесткого колеса – 1. Разность числа шариков и зубьев жесткого колеса обычно при эксцентриковом генераторе, равная единице, обеспечивает редукцию движения выходного звена передачи. Выходным звеном могут быть обойма с шариками или жесткое колесо при фиксации одного из них относительно корпуса. Геометрические соотношения в данной передаче описываются с использованием заменяющего аксиального кривошипно-шатунного механизма (рис. 2). Ведущим кривошипом является эксцентрик генератора. Длина ведущего эксцентрика равна величине эксцентриситета a_w. Линия, соединяющая центры шариков $O_ш$ и эксцентрика $O_г$, заменяет шатун. Назовём длину этой линии приведённым радиусом генератора $R_Σ$, очевидно, что линия проходит через точку контакта шарика с генератором, тогда $R_Σ=0,5(D_г+D_ш)$, где $D_г$, $D_ш$ – диаметры генератора и шарика.

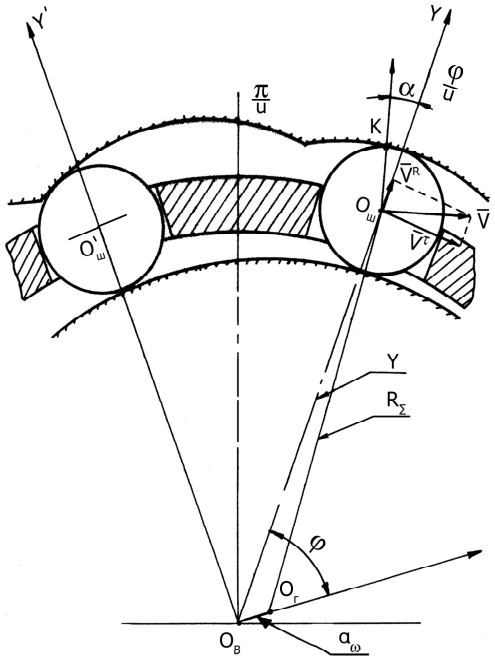

Рис. 2. *Схема кривошипно-шатунного механизма, заменяющего ВППТК*

Пазы обоймы, направляющие для шариков, выполнены радиальными, поэтому считаем, что центры шариков движутся по оси пазов. Обозначив Y расстояние от центра шарика $O_ш$ до центра зубчатого венца жесткого колеса $O_в$, рис. 2, получаем выражение

$$Y = a_\omega \cos\varphi + \sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2\varphi}, \qquad (1)$$

где φ – текущий угол поворота входного звена.

Соотношение (1) определяет положение центра шарика. Для получения уравнений профиля зубьев жесткого колеса перейдём в систему координат, жестко связанную с вращающимся венцом. Венец вращается в u раз медленнее генератора, где u – число зубьев венца и передаточное число передачи (если Z – число шариков, то $u=Z+1$), и переход осуществляется поворотом системы координат на угол φ/u. В новой системе координат центр шарика $O_ш$ опишет центровой профиль. Профиль зуба опишет точка K на шарике. Отрезок $O_шK$ перпендикулярен касательной к профилю зуба, и угол α является углом передачи движения профилю. Чтобы его определить, учтём, что скорость движения центра шарика V относительно венца имеет две составляющие: радиальную V^R, определить которую можно, продифференцировав (1) по φ с учётом того, что её производная по времени есть постоянная угловая скорость ω вращения входного звена

$$V^R = -\frac{a_\omega \sin\varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2\varphi}}$$

и тангенциальная составляющая V^τ, возникающая из-за вращения венца жесткого колеса и равная $Y\omega/u$. Поскольку скорость шарика направлена по касательной к профилю, то α определится следующим выражением

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{V^R}{V^\tau} = \frac{u a_\omega \sin\varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2\varphi}}.$$

Параметрические уравнения профиля зуба

$$X_п = Y \sin\frac{\varphi}{u} + 0,5 D_ш \sin\left(\alpha + \frac{\varphi}{u}\right); \qquad (2)$$

$$Y_п = Y \cos\frac{\varphi}{u} + 0,5 D_ш \cos\left(\alpha + \frac{\varphi}{u}\right). \qquad (3)$$

Важным кинематическим параметром передачи является коэффициент перекрытия, длина рабочего участка линии зацепления. Зацепление шарика с профилем кончается в точке пересечения его с соседним профилем. Координаты точки пересечения двух соседних профилей определяются из трансцендентного уравнения

$$X_п = \mathrm{tg}\frac{\pi}{u} Y_п. \qquad (4)$$

Угол φ_1 соответствует концу линии зацепления и определяется из уравнения (4). Начало зацепления определяется из известного условия – движение не передается, если угол передачи движения меньше угла трения. Угол φ_0, соответствующий началу зацепления, находится из соотношения (1)

$$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{f R_\Sigma}{a_\omega \sqrt{u^2 + f^2}}\right),$$

где f – приведённый коэффициент трения.

Значение a_ω в [4] рекомендуется принимать равным $0,25 D_ш$, что принимается и для данных передач. Для зубчатого венца жесткого колеса диаметр выступов $d_в$ (рис. 1) определится из уравнений (2) и (3), при $\varphi=\varphi_1$. Диаметр окружности впадин находим из простого соотношения

$$D_в = D_г + 2(a_\omega + D_ш).$$

Диаметры обоймы (D_0 – наружный и d_0 – внутренний), выбираются из условия обеспечения контакта генератора с шариками в начале и в конце зацепления, соответственно:

$$D_0 \ge 2\sqrt{Y^2(\varphi_0) + 0,25 D_ш^2};$$

$$d_0 \le 2\sqrt{Y^2(\varphi_1) + 0,25 D_ш^2}.$$

При этом должны быть выполнены условия, чтобы наружный диаметр обоймы был меньше диаметра выступов зубчатого венца жесткого колеса, а наружный диаметр эксцентрика не касался внутреннего диаметра обоймы, т. е.

$$D_0 \le d_в; \quad d_0 \ge D_г + 2a_\omega.$$

Полученные выше соотношения относятся к идеальной ВППТК. Далее рассмотрим изменения в работе передачи, обусловленные отклонениями параметров от идеально точных. При реальном проектировании механизма необходимо точно знать круг параметров, значения которых могут отклоняться от заданных, диапазоны этих отклонений, возможность управлять ими, а также определить чувствительность выходной функции к отклонениям, входящих в неё параметров.

В линейной постановке задача определения чувствительности обобщенной выходной функции $Y(X_1,...,X_n)$ решается с помощью известной [5] зависимости

$$Y(X_1 + \Delta X_1, \ldots, X_n + \Delta X_N) =$$
$$= Y(X_1, ..., X_N) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial Y(X_1, \ldots, X_n)}{\partial X_i} \Delta X_i,$$

где $X_1,...,X_n$ – значения параметров; $\Delta X_1,..., \Delta X_n$ – отклонения параметров.

Выходной функцией передачи является функция Y, определяемая из (1). Чувствительность Y к отклонениям a_ω и R_Σ определим как частные производные по этим параметрам

$$\frac{\partial Y}{\partial a_\omega} = \cos\varphi - \frac{a_\omega \sin^2\varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2\varphi}}; \qquad (5)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial R_\Sigma} = \frac{R_\Sigma}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2\varphi}}. \qquad (6)$$

Сложнее определить отклонения, связанные с несоосностью генератора, обоймы и зубчатого венца жесткого колеса. В работе [6] разработана конструкция прецизионного редуктора. Предложенная конструкция редуктора состоит из трёх ступеней, выполненная модульным построением кинематической цепи. Под модулем понимается унифицированная ВППТК, при этом каждая предыдущая передача размещена в последующей. Входная передача размещена внутри второй, обе они внутри третьей ступени. Выходные звенья первой и второй ступени редуктора являются входными звеньями второй и третьей соответственно без промежуточных звеньев (валов, муфт и т. п.). Такое построение конструкции редуктора обеспечивает максимально рациональное заполнение объёма и минимальные габариты редуктора, которые практически определяются габаритами выходной ступени. Выходными звеньями передач являются жесткие колеса, обоймы крепятся к корпусу. Жесткие колеса установлены в специальных шариковых опорах, позволяющих регулировать положение центра зубчатого венца. Поэтому задаётся только отклонениями от соосности генератора.

Запишем функцию положения для передачи, в которой центр вращения генератора $O_г$ смещён относительно центра зубчатого венца $O_в$ (рис. 3) на величину, определяемую расстоянием l и углом θ, при условии, что обойма и зубчатый венец – соосны

$$Y = (a_\omega \cos\varphi + l\cos\theta) + \sqrt{R_\Sigma^2 - (a_\omega \sin\varphi + l\sin\theta)^2}.$$

Дифференцируя по l, найдём чувствительность функции положения к несоосности

$$\frac{\partial Y}{\partial l} = \cos\theta - \frac{a_\omega \sin\varphi \sin\theta}{\sqrt{R_\Sigma^2 a_\omega^2 \sin^2\varphi}}. \qquad (7)$$

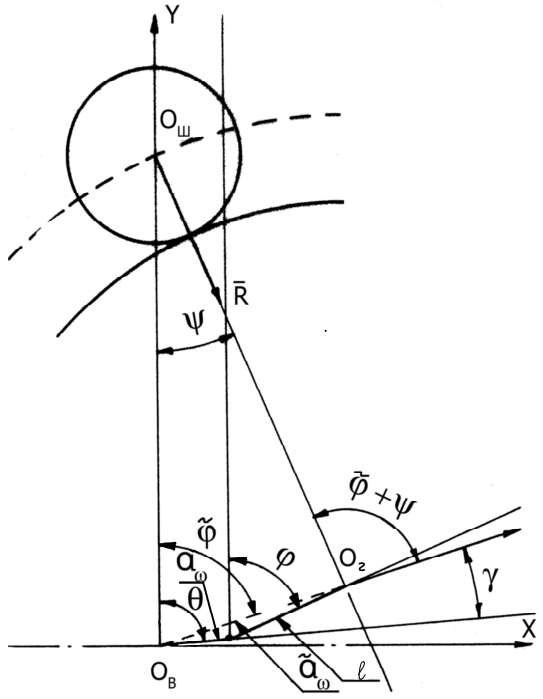

Рис. 3. *Схема ВППТК с адаптивным генератором*

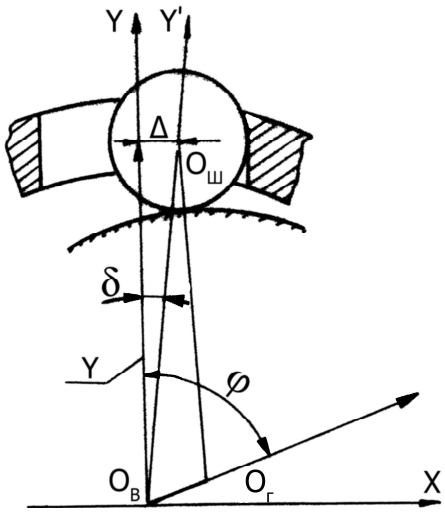

Рис. 4. *Зазоры в обойме ВППТК*

Учитывая смещение центра шарика $O_ш$ от оси паза обоймы, из-за наличия зазора Δ, как показано на рис. 4, можно записать

$$Y = [(a_\omega \cos\varphi + \sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin\varphi})^2 + \Delta^2]^{0,5} = \sqrt{Y_0^2 + \Delta^2}.$$

Линеаризация по Δ дает

$$Y = Y_0 + \frac{a_\omega \sin\varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2\varphi}}\Delta + \frac{\Delta^2}{Y_0}. \qquad (8)$$

Чтобы центр шарика $O_ш$ попал на теоретический профиль, выражение для Y с учётом того, что из-за ухода $O_ш$ с оси паза обоймы угол поворота входного звена изменился и равен $\varphi - \delta$ (рис. 4) должно выглядеть так

$$Y = Y_0 - \frac{\partial Y_0}{\partial\varphi}\frac{\Delta}{Y_0}.$$

Используя (1), приводим к виду

$$Y = Y_0 + \frac{a_\omega \sin\varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin\varphi}}\Delta. \qquad (9)$$

Сравнивая (8) и (9), можно отметить, что погрешность в функции положения из-за наличия зазора в пазах обоймы есть величина 2-го порядка малости относительно величины зазора и ею можно пренебречь.

В передачах [1–3] применены адаптивные генераторы с «плавающими» осями и с переменными радиусами генератора. Такой генератор фиксируется относительно зубчатого венца жесткого колеса в контакте с шариками, которых должно быть три – по числу свободных параметров. Для определения свободных параметров, т. е. нахождения положения адаптивного генератора, нужно выполнить равенство для любых трёх шариков, которые одновременно находятся в контакте с зубчатым венцом и генератором,

$$Y + \frac{\partial Y}{\partial R_\Sigma}\Delta R_\Sigma + \frac{\partial Y}{\partial l}l + \frac{\partial Y}{\partial a_\omega}\Delta a_\omega = Y + \frac{\partial Y}{\partial\varphi}\Delta\varphi \quad (10)$$

и следует выполнить неравенство в остальных теоретически возможных зацеплениях

$$Y+\frac{\partial Y}{\partial R_\Sigma}\Delta R_\Sigma+\frac{\partial Y}{\partial l}l+\frac{\partial Y}{\partial a_\omega}\Delta a_\omega \le Y+\frac{\partial Y}{\partial \varphi}\Delta\varphi, \quad (11)$$

где $\frac{\partial Y}{\partial \varphi}=-\frac{a_\omega \sin\varphi Y}{\sqrt{R_\Sigma^2-a_\omega^2\sin^2\varphi}}$, а остальные члены определены в (5)–(7).

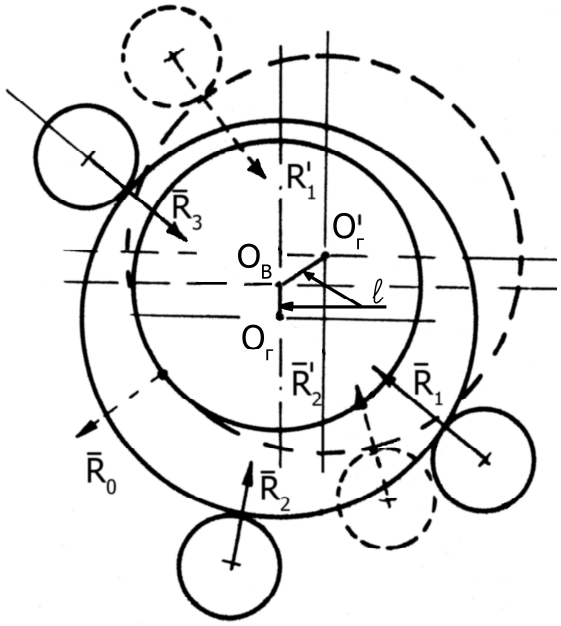

Рис. 5. *Самоустановка генератора в ВППТК. Сплошная линия – на три шарика; штриховая на два шарика и опору генератора*

Смысл (10) и (11) состоит в следующем. Их левая часть определяет положение центра шарика, которое задаётся генератором, а правая часть – зубчатым венцом жесткого колеса. При этом (10) выражает требование контакта в трёх произвольных зацеплениях, а (11) – требование зазора во всех остальных. Учитываются обе стороны профиля: «силовая», по которой шарик обкатывается, двигаясь вверх по пазу обоймы, и «кинематическая», по которой он обкатывается, двигаясь вниз по пазу. Для шариков, находящихся в контакте, должно выполняться условие, чтобы их реакции R_1, R_2, R_3 уравновешивали генератор (рис. 5). Отсюда следует, что хотя бы один шарик будет в контакте с «кинематической» стороной профиля зуба.

Отклонение угла поворота выходного звена $\Delta\varphi$ будет решением (10) и (11). Возможна ситуация, когда решение (10) будет таким, что значение l превысит величину зазора в подшипнике или посадке. Это означает, что коническое кольцо генератора касается подшипника или вал генератора касается опоры (рис. 5, штриховые линии). Тогда в контакте будут всего два шарика и выражение (10) составят два уравнения, а l необходимо приравнять к величине зазора. Генератор уравновешивают реакции от двух шариков R_1^1, R_2^1 и реакция R_0 в точке касания генератора опоры. В этом случае (7) следует преобразовать к виду

$$\frac{\partial Y}{\partial l}=\frac{R_\Sigma}{\sqrt{R_\Sigma^2-a_\omega^2\sin^2\varphi}}\cos\left(\theta+\operatorname{arctg}\frac{a_\omega\sin\varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2-a_\omega^2\sin^2\varphi}}\right).$$

Значение угла θ определяет положение точки касания, в которой будет приложена реакция опоры.

Заключение

Рассмотрен алгоритм расчёта геометрических и конструктивных соотношений в волновых передачах с промежуточными телами качения, включая передачи с адаптивным, самоустанавливающимся генератором. Для расчёта последних передач была использована линейная методика учёта погрешностей, хотя в процессе анализа выявлены погрешности, имеющие порядок малости выше первого.

Полученный алгоритм расчёта волновых передач с промежуточными телами качения с адаптивным генератором существенно отличается от алгоритма расчёта передач с жестко фиксированным генератором. Адаптивная схема предполагает ряд новых варьируемых параметров для компенсации погрешностей изготовления деталей и монтажа при сборке. При этом не все возможные погрешности были учтены, например, предполагается, что профиль жесткого колеса выполнен без погрешности.

Значительно изменяется распределение усилий в волновых передачах с промежуточными телами качения с адаптивным генератором. Как показал анализ, самоустановка генератора приводит к частичной или даже полной разгрузке его опор. Поскольку, под нагрузкой оказывается «кинематическая» часть профиля, то создаётся дополнительный тормозящий момент. Отклонение угла поворота выходного звена от номинального – кинематическая погрешность передачи определяется по приведённой методике.

Полученные результаты позволят продолжить работы по разработке методик расчёта нагрузок и относительных скоростей шарика в точках контакта его с генератором, обоймой и зубьями жесткого колеса, что должно обеспечить качественную разработку редукторов на стадии расчётов, включая и оценку долговечности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.с. 212950 СССР. МКИ[3] F16H 1/00. Волновая передача / В.С. Янгулов. Заявлено 19.03.1984; Зарегистр. 27.12.1984.
2. А.с. 315418 СССР. МКИ[5] F16H 1/00. Волновая передача / В.С. Янгулов и др. Заявлено 20.01.1988; Зарегистр. 3.07.1990.
3. А.с. 317718 СССР. МКИ[5] F16H 1/00. Волновая передача / В.С. Янгулов и др. Заявлено 20.01.1988; Зарегистр. 3.09.1990.
4. Беляев А.Е. Механические передачи с промежуточными телами повышенной точности и долговечности. – Томск: ТПИ, 1986. – 60 с.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы. Ч. 1. – М.: Наука, 1975. – 631 с.
6. Янгулов В.С. Прецизионный редуктор повышенной долговечности // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311. – № 2. – С. 18–23.

Поступила 26.12.2006 г.