

УДК 621.833

СИЛОВОЙ РАСЧЁТ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ С АДАПТИВНЫМ ГЕНЕРАТОРОМ

В.С. Янгулов

Томский политехнический университет

E-mail: dtps@lpg.tpu.ru

Представлены методики расчётов: усилий в контактах промежуточных тел качения волновых передач с упругим натягом в зацеплении; относительных скоростей в контакте деталей передачи; мощности потерь на трение в зацеплении.

Высокие требования к редукторным приводам, применяемых в космической технике, определяют жесткие значения характеристик передач, которые входят в состав редукторов. Одним из, наиболее, перспективных видов передач, для обеспечения задаваемых характеристик, являются волновые передачи с промежуточными телами качения (ВППТК). Точность передачи управляющих перемещений от двигателя к управляемому объекту — наиболее важная характеристика привода, включая и редуктор. Мёртвый ход кинематической цепи редуктора во многом влияет на эту характеристику. В свою очередь мёртвый ход зависит от зазоров в зацеплении передач. Работоспособность приборных редукторов, прежде всего, определяется изменением точности передачи управляющих перемещений и выходом её за заданные пределы. Увеличение зазоров в зацеплении происходит за счёт износа рабочих поверхностей деталей передач. Использование в передачах деталей с высокой твёрдостью рабочих поверхностей более 60 единиц по шкале Роквелла позволяет существенно уменьшить износ.

Создание ВППТК с упругим натягом в зонах контакта тел качения (далее по тексту — шарики) с поверхностями генератора, обоймы и зубьями жесткого колеса за счёт самоустановки генератора под действием упругих элементов [1–4] позволяет решить задачу повышения точности. Это достигается устранением зазоров в зацеплении на начальном этапе эксплуатации и компенсацией увеличения зазоров вследствие износа рабочих поверхностей деталей передачи в процессе эксплуатации.

Изменение условий зацепления потребовало создания методик расчёта усилий в зонах контакта в этих передачах. Силовой расчёт передач с жестко фиксированным генератором на опорах заключается в том, что при наличии в зацеплении N шариков он представляет $N-1$ раз статически неопределимую систему. Для расчёта требуются, кроме уравнения равновесия, $N-1$ уравнений совместности. Для инженерных расчётов используют зависимости, содержащие эмпирические коэффициенты, полученные экспериментальным путём [5].

Передача с адаптивным генератором является статически определимой системой, поскольку генератор опирается на три точки. Для расчёта потребуются уравнение моментов и два уравнения сил. На рис. 1 показана схема самоустановки адаптивного

генератора под действием упругих элементов относительно зубчатого венца жесткого колеса (не показан). Возможны два варианта. Первый вариант, это когда генератор, с центром O_r , опирается на три шарика, находящиеся в контакте с профилями зубьев жесткого колеса (центр зубчатого венца O_b). Величина смещения центра генератора l устанавливается в пределах зазора между наружным коническим кольцом генератора и втулкой, закреплённой на наружном кольце подшипника генератора. Второй вариант, когда величина l может превысить величину зазора (центр генератора O_r'), это значит, что внутренняя поверхность конического кольца коснётся втулки. Тогда генератор будет опираться на два шарика, третьей опорой через детали генератора будут подшипники, на которых он установлен.

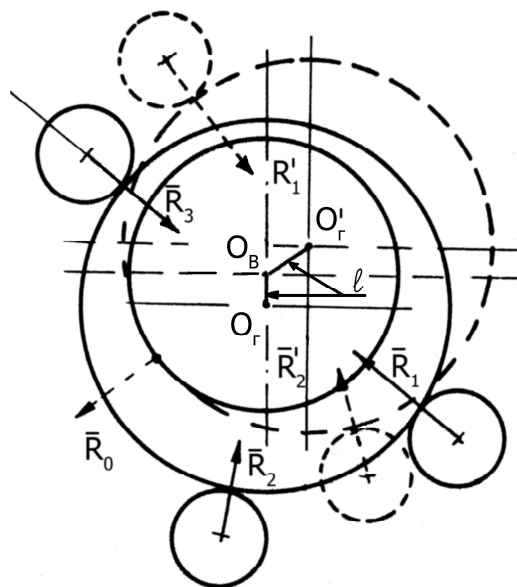


Рис. 1. Самоустановка генератора в ВППТК, сплошная линия — на три шарика; штриховая — на два шарика и опору генератора

Из рис. 2 видно, что передачи с адаптивным генератором можно представить как ВППТК с переменными: эксцентриситетом $\tilde{a}_\omega$ и текущим углом поворота входного звена $\tilde{\varphi}$, для которых можно записать

$$\tilde{a}_\omega = \sqrt{a_\omega^2 + l^2 + 2la_\omega \cos(\theta - \varphi)}; \quad (1)$$

$$\tilde{\varphi} = \theta - \arcsin \left[\frac{a_\omega}{\tilde{a}_\omega} \sin(\theta - \varphi) \right]. \quad (2)$$

Выразим и углы γ и ψ

$$\gamma = \arcsin \left[\frac{a_\omega}{\tilde{a}_\omega} \sin(\theta - \varphi) \right]; \quad (3)$$

$$\psi = \arcsin \left[\frac{\tilde{a}_\omega}{R_\Sigma} \sin \tilde{\varphi} \right], \quad (4)$$

где $R_\Sigma = 0,5(D_r + D_\Sigma)$; D_r – диаметр генератора; D_Σ – диаметр шарика; l – величина самоустановки генератора.

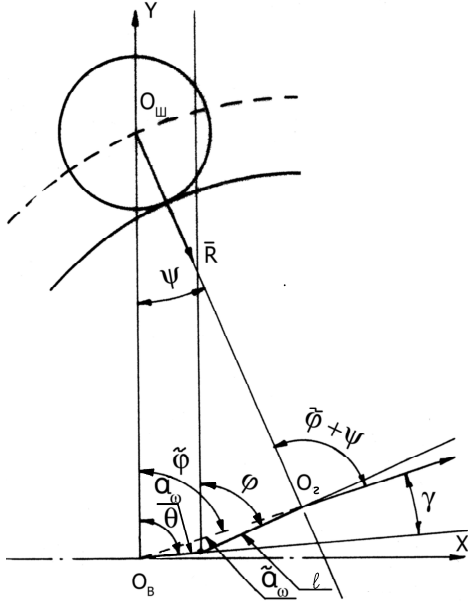


Рис. 2. Схема ВППТК с адаптивным генератором

Тогда для случая, когда в зацеплении находятся три шарика, из условия равновесия сил, запишем

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 \vec{R}_i Y_i \sin \psi_i + M_{Bx} = 0; \\ \sum_{i=1}^3 \vec{R}_i \cos(\tilde{\varphi}_i + \psi_i + \gamma_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^3 \vec{R}_i \sin(\tilde{\varphi}_i + \psi_i + \gamma_i) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где M_{Bx} – входной момент передачи; $\vec{R}_i$ – реакции на генератор от шариков в зацеплении; Y_i – расстояние от центра шарика до центра зубчатого венца жесткого колеса, для передачи с адаптивным генератором, определится из рис. 3:

$$Y_i = \tilde{a}_\omega \cos \tilde{\varphi} + \sqrt{R_\Sigma^2 - \tilde{a}_\omega^2 \sin^2 \tilde{\varphi}}. \quad (6)$$

Для случая, когда в зацеплении находятся два шарика, можем записать

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^2 \vec{R}_i Y_i \sin \psi_i + M_{Bx} = 0; \\ \sum_{i=1}^2 \vec{R}_i \cos(\tilde{\varphi}_i + \psi_i + \gamma_i) = \vec{R}_0; \\ \sum_{i=1}^2 \vec{R}_i \sin(\tilde{\varphi}_i + \psi_i + \gamma_i) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $\vec{R}_0$ – нагрузка, действующая на подшипники генератора.

В случае трёх шариков в зацеплении подшипники генератора разгружены.

Для определения нагрузок в контактах с зубьями жесткого колеса и со стенками пазов обоймы составляется система уравнений равновесия для каждого шарика в зацеплении.

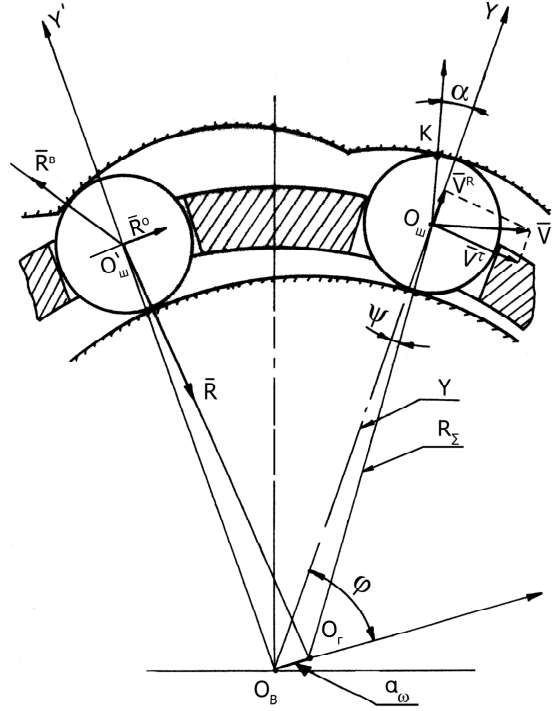


Рис. 3. Определение нагрузок в контактах шарика

Пользуясь выражениями (1)–(7) и рис. 3, можем определить нагрузки для i -го шарика

$$R_i^o = R_i \frac{\sin(\alpha_i - \psi_i)}{\cos \alpha_i}; \quad (8)$$

$$R_i^B = R_i \frac{\cos \psi_i}{\cos \alpha_i}, \quad (9)$$

где R_i^o , R_i^B – нагрузки в контакте с обоймой и зубом жесткого колеса, соответственно.

Угол α_i определим из условия, что угол поворота выходного звена является номинальным, т. е. примем $\tilde{a}_\omega = a_\omega$ и $\tilde{\varphi} = \varphi$. Отрезок $O_\Sigma K$ перпендикулярен касательной к профилю зуба, и угол α является углом передачи движения профилю. Чтобы его определить, учтём, что скорость движения центра шарика V , относительно венца, имеет две составляющие: радиальную V^R , определить которую можно продифференцировав (6) по φ , учитывая, что её производная по времени есть постоянная угловая скорость ω вращения входного звена

$$V^R = - \frac{a_\omega \sin \varphi}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_\omega^2 \sin^2 \varphi}} \quad (10)$$

и тангенциальная составляющая V^r , возникающая из-за вращения венца жесткого колеса и равная $Y\omega/u$. Поскольку скорость шарика направлена по касательной к профилю, то α определится следующим выражением

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V^R}{V^r} = \frac{ua_{\omega} \sin \varphi}{\sqrt{R_{\Sigma}^2 - a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}}.$$

В зонах контакта шариков с генератором, обоймой и зубьями жесткого колеса часть энергии затрачивается на преодоление трения скольжения и качения. Коэффициент трения зависит от относительной скорости скольжения контактирующих поверхностей, величины площадки контакта, т. е. от кривизны поверхностей. Используем зависимость, приведённую в [6]

$$f = \frac{1-\chi}{2} \frac{3}{2\pi} \left(\frac{R}{E} \right)^{2/3} \frac{a+b\bar{V}_{\text{отн.}}}{\mu\nu \left[\frac{3}{8} D_{\text{ш}} (1-\nu^2) \right]^{2/3}}, \quad (11)$$

где χ , a , b – эмпирические коэффициенты; R – усилие в контакте; E – модуль упругости; μ , ν – определяются в зависимости от значения $\cos \tau$ по таблицам [7], который находится по следующим выражениям, соответственно для генератора и профиля зубьев жесткого колеса

$$(\cos \tau)^r = \frac{D_{\text{ш}}}{R_{\Sigma} + \frac{D_{\text{ш}}}{2}};$$

$$(\cos \tau)^b = \frac{D_{\text{ш}}}{\rho - \frac{D_{\text{ш}}}{4}},$$

где ρ – средний радиус кривизны профиля зуба жесткого колеса.

Для обоймы значения μ , ν равны 1.

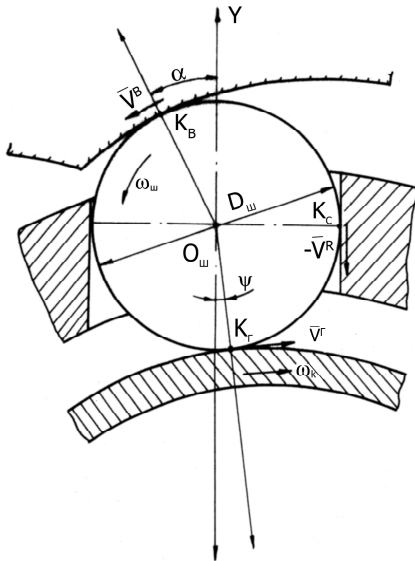


Рис. 4. Определение скоростей деталей передачи

Чтобы определить относительные скорости скольжения, мысленно остановим центр шарика $O_{\text{ш}}$, т. е. придадим всей системе движение со скоростью $\bar{V}^R$ (рис. 4). Используя (10), запишем выражение для скорости $\bar{V}^B$ точки контакта $K_{\text{б}}$, принадлежащей зубчатому венцу, относительно $O_{\text{ш}}$

$$\bar{V}^B = \frac{Y\omega}{u} \sqrt{\frac{R_{\Sigma}^2 + (u^2 - 1)a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}{R_{\Sigma}^2 - a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Принимая, что наружное кольцо генератора вращается с угловой скоростью $\omega_{\text{к}}$, запишем выражения для скорости $\bar{V}^r$ движения точки контакта $K_{\text{г}}$, принадлежащей генератору, относительно центра шарика $O_{\text{ш}}$

$$\bar{V}^r = \frac{D_{\text{г}}}{2} \omega_{\text{к}} + \frac{D_{\text{ш}}}{2} \frac{\omega a_{\omega} \cos \varphi}{\sqrt{R_{\Sigma}^2 - a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Используя рис. 4, определим для выражения для относительных скоростей во всех точках контакта шарика, включая и точку контакта с обоймой $K_{\text{б}}$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{\text{отн.}}^B &= \frac{Y\omega}{u} \sqrt{\frac{R_{\Sigma}^2 + (u^2 - 1)a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}{R_{\Sigma}^2 - a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}} - \omega_{\text{ш}} \frac{D_{\text{ш}}}{2}; \\ \bar{V}_{\text{отн.}}^o &= -\frac{a_{\omega} \sin \varphi}{\sqrt{R_{\Sigma}^2 - a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}} Y - \omega_{\text{ш}} \frac{D_{\text{ш}}}{2}; \\ \bar{V}_{\text{отн.}}^r &= \frac{D_{\text{ш}}}{2} \frac{\omega a_{\omega} \cos \varphi}{\sqrt{R_{\Sigma}^2 - a_{\omega}^2 \sin^2 \varphi}} + \omega_{\text{к}} \frac{D_{\text{г}}}{2} - \omega_{\text{ш}} \frac{D_{\text{ш}}}{2}, \quad (12) \end{aligned}$$

где $\omega_{\text{ш}}$ – угловая скорость вращения шарика.

Примем для определения коэффициента трения линейную зависимость

$$f = a + b\bar{V}_{\text{отн.}}.$$

Коэффициенты a и b рассчитываются из выражения (11). Выразим мощность потерь на трение во всех трёх точках контакта шарика, используя зависимости (8) и (9)

$$\begin{aligned} N_{\Sigma} &= R \left[a^r \left(\bar{V}^r - \frac{D_{\text{ш}}}{2} \omega_{\text{ш}} \right) + \right. \\ &+ a^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} \left(-\bar{V}^R - \frac{D_{\text{ш}}}{2} \omega_{\text{ш}} \right) + \\ &+ a^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} \left(\bar{V}^B - \frac{D_{\text{ш}}}{2} \omega_{\text{ш}} \right) + b^r \left(\bar{V}^r - \frac{D_{\text{ш}}}{2} \omega_{\text{ш}} \right)^2 + \\ &+ b^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} \left(-\bar{V}^R - \frac{D_{\text{ш}}}{2} \omega_{\text{ш}} \right)^2 + \\ &\left. + b^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} \left(\bar{V}^B - \frac{D_{\text{ш}}}{2} \omega_{\text{ш}} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Для нахождения $\omega_{\text{ш}}$, предположим, что она установится такой, чтобы суммарная мощность потерь на трение для шарика была минимальна. Тог-

да уравнение для определения угловой скорости шарика получим при равенстве нулю производной N_Σ по ω_k

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_\Sigma}{\partial \omega_m} = & -\frac{RD_m}{2} \left\{ a^r + a^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} + \right. \\ & + a^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} + 2 \left[b^r \left(\bar{V}^r - \frac{D_m}{2} \omega_m \right) + \right. \\ & + b^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} \left(-\bar{V}^r - \frac{D_m}{2} \omega_m \right) + \\ & \left. \left. + b^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} \left(\bar{V}^b - \frac{D_m}{2} \omega_m \right) \right] \right\} = 0. \end{aligned}$$

Отсюда выразим ω_m

$$\omega_m = \frac{\left(a^r + a^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} + a^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} + 2 \left[b^r \bar{V}^r - b^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} \bar{V}^r + b^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} \bar{V}^b \right] \right)}{D_m \left[b^r \bar{V}^r - b^o \frac{\sin(\alpha - \psi)}{\cos \alpha} \bar{V}^r + b^b \frac{\cos \psi}{\cos \alpha} \bar{V}^b \right]}.$$

В выражение для определения $\bar{V}^r$ входит угловая скорость кольца генератора ω_k . Для вычисления её значения применим следующую итерационную процедуру. В первом приближении определяем $(\omega_m)_i$ для всех шариков, находящихся в зацеплении, при условии, что $(b^r)_i$ равны нулю, т. е. полагаем, что в контакте каждого шарика с генератором происходит чистое качение. Рассчитанные значения $(\omega_m)_i$ подставляем в формулу для определения ω_k , которая получена из выражения (12)

$$\omega_k = \frac{D_m}{mD_r} \sum_{i=1}^m \left[(\omega_m)_i - \frac{a_m \cos \varphi_i}{\sqrt{R_\Sigma^2 - a_m^2 \sin^2 \varphi_i}} \omega \right], \quad m = 2, 3.$$

По найденным значениям ω_k вычисляем $(\bar{V}^r)_i$ для всех шариков и опять рассчитываем $(\omega_m)_i$, уже не приравнивая $(b^r)_i$ нулю. Продолжаем вести вычисления в этой последовательности, добиваясь сходимости результатов расчёта.

В заключение отметим, что силовой расчёт ВППТК с адаптивным генератором существенно отличается от расчёта передач с жестко закреплённым на опорах генератором.

Проведённый анализ показал, что самоустановка генератора может привести к полной или частичной разгрузке его опор. Это позволяет сделать вывод о том, что при обеспечении минимальных погрешностей изготовления деталей передачи, генератор можно не устанавливать на опорах. Одновременно это приводит к тому, что под нагрузкой оказывается часть профиля зубьев жесткого колеса, которая не нагружена в передаче с генератором, который установлен на опорах. Это приводит к созданию тормозного момента.

Важным показателем работоспособности передач является износостойкость рабочих поверхностей. Результаты расчётов нагрузок и относительных скоростей в контактах послужат исходными данными для расчёта износа и позволят определить области проведения экспериментов с целью вычисления эмпирических коэффициентов, входящих в расчётные зависимости.

В конечном итоге эти расчёты позволят оценивать долговечность редуктора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.с. 212950 СССР. МКИ⁵ F16H 1/00. Волновая передача / В.С. Янгулов. Заявлено 19.03.1984; Зарегистр. 27.12.1984.
2. А.с. 315418 СССР. МКИ⁵ F16H 1/00. Волновая передача / В.С. Янгулов и др. Заявлено 20.01.1988; Зарегистр. 3.07.1990.
3. А.с. 317718 СССР. МКИ⁵ F16H 1/00. Волновая передача / В.С. Янгулов и др. Заявлено 20.01.1988; Зарегистр. 3.09.1990.
4. Янгулов В.С. Прецизионный редуктор повышенной долговечности // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311. – № 2. – С. 18–23.
5. Калабин С.Ф. Кинематический и силовой расчёт плунжерной передачи // Теория передач в машинах. – М.: Машиностроение, 1966. – С. 228–239.
6. Крагельский И.В. и др. Основы расчётов на трение и износ. – М.: Наука, 1977. – 526 с.
7. Пинегин С.В. Контактная прочность сопротивление качению. – М.: Машиностроение, 1969. – 243 с.

Поступила 26.12.2006 г.