

ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЁТКОЙ ФУНКЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ МАТНСАД

Д.П. Кармачёв

Научный руководитель: А.А. Ефремов
Томский политехнический университет

karmachevd@mail.ru

Введение

На сегодняшний день актуальной задачей в теории надёжности является анализ и прогнозирование отказов технических систем в процессе их работы [1]. Многие современные системы работают в условиях неопределённости, связанной с невозможностью точно определить значения параметров функционирования систем или учесть с достаточной точностью изменение факторов внешней среды. В связи с этим специалисты сталкиваются с расчётом надёжности систем, параметры которых недоопределены или заданы приблизительно. Одним из возможных математических аппаратов, позволяющих учесть такого вида неопределённости, является аппарат нечётких множеств [2-3]. Целью настоящего исследования является построение нечёткой функции интенсивности отказов для различных моделей надёжности (МН) технических систем с нечёткими параметрами.

Функция интенсивности отказов

Интенсивность отказов является одним из основных показателей надёжности, позволяющим в частности выявлять фазы жизненного цикла системы в зависимости от поведения кривой интенсивности [4]. Функция интенсивности отказов определяется как

$$\lambda(\theta, t) = \frac{F'(\theta, t)}{1 - F(\theta, t)}, \quad (1)$$

где $F(\theta, t)$ - интегральный закон распределения наработки на отказ (функция вероятности отказов) с вектором параметров θ [1].

Зависимость интенсивности отказов большинства технических систем описывается U-образной кривой, имеющей вид, приведённый на рис. 1 [1, 4].

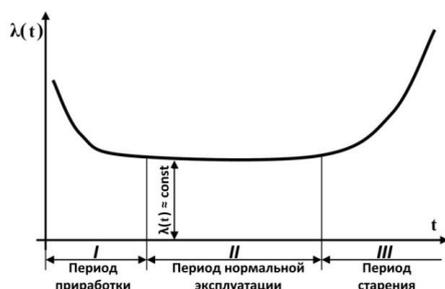


Рис.1. Характерная кривая интенсивности отказов

Графики кривых интенсивностей отказов большинства использующихся на практике МН, основанных на хорошо известных законах распределения времени наработки системы до отказа

(экспоненциальное распределение, распределение Вейбулла-Гнеденко и др.) позволяют учитывать лишь часть от характерной U-образной кривой [1]. В связи с этим, использование таких МН для анализа надёжности не всегда даёт корректные результаты, т.к. во внимание не берутся интервалы приработки либо износа [4].

J-образное распределение как модель надёжности

Одной из МН, позволяющих получить характерную форму кривой интенсивности отказов, является двухпараметрическое J-образное распределение, рассмотренное в работах [5-6].

Интегральная функция J-образного распределения определяется выражением

$$F_J(b, \nu, t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{b}\right)^\nu \left(2 - \frac{t}{b}\right)^\nu & \text{при } 0 \leq t \leq b < \infty, \\ 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t > b, \end{cases} \quad (2)$$

где ν и b - параметры распределения, причём $0 \leq t < b$ и $0 < \nu < 1$ [5].

С учетом выражений (1) и (2) функция интенсивности отказов для данного распределения будет определяться по формуле

$$\lambda_J(b, \nu, t) = \frac{2\nu \left(1 - \frac{t}{b}\right) \left(1 - \left(1 - \frac{t}{b}\right)^2\right)^{\nu-1}}{b \left(1 - \left(1 - \left(1 - \frac{t}{b}\right)^2\right)^\nu\right)}. \quad (3)$$

В работе [6] было показано, что кривая интенсивности отказов для J-образного распределения будет иметь характерный вид при $\forall \nu \in (0, 1)$.

Построение нечёткой функции интенсивности отказов

Для систем, работающих в условиях неопределённости, определение конкретных параметров для расчёта надёжности очень сложный процесс. Для того чтобы учесть неопределённость предположим, что параметры b и ν заданы в виде нечётких чисел с произвольными функциями принадлежности (рис.2).

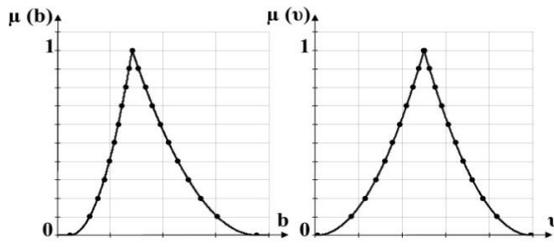


Рис. 2. Нечёткие параметры b и v

Для построения нечёткой функции средствами ППП Mathcad для каждого нечёткого параметра необходимо задать количество α -уровней и определить левые и правые границы каждого α -уровня. В случае N -параметрической МН с $K \leq N$ нечёткими параметрами в произвольный момент времени для каждого α -уровня получаем 2^K комбинаций левых и правых границ нечётких параметров. Подставляя указанные комбинации в (3), определяем левые и правые границы нечёткой функции интенсивности отказов в произвольный момент времени t для каждого α -уровня. Для построения трёхмерной функции $\lambda(\theta, t)$ в ППП Mathcad необходимо также задать значение шага Δt по оси времени. Таким образом, получаем пару значений функции $\lambda(\theta, t)$ для каждого α -уровня в моменты $i\Delta t$, где $i \in [1, m]$, m - количество шагов. График нечёткой функции $\lambda(\theta, t)$ представляет собой поверхность в пространстве \square^3 (рис. 3, 4).

При сечении данного графика плоскостью, перпендикулярной оси времени, получаем нечёткое

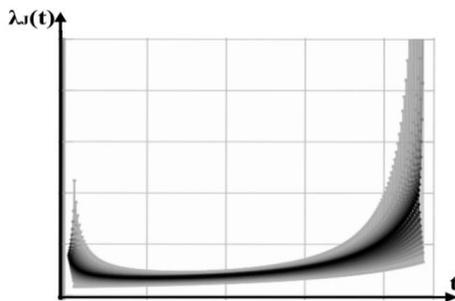


Рис. 3. Нечёткая функция интенсивности отказов (вид сверху)

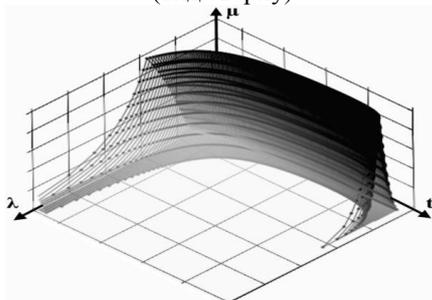


Рис. 4. Нечёткая функция интенсивности отказов (изометрическая проекция)

значение функции интенсивности отказов в определенный момент времени (рис. 5).

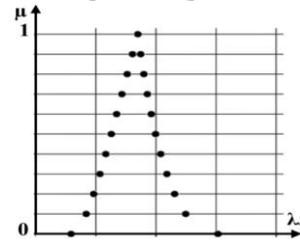


Рис.5. Мгновенное значение нечёткой функции интенсивности отказов

Полученные точки сечения легко могут быть аппроксимированы функциями, рассмотренными в работах [7-8], что в результате позволит рассматривать мгновенное значение функции интенсивности как нечёткое число LR-типа.

■ Заключение

Представленная процедура получения нечёткой функции интенсивности отказов является универсальной, т.к. позволяет строить трёхмерные функции с нечёткими параметрами. Анализ формы нечёткой функции интенсивности позволяет определить нечёткие границы этапов жизненного цикла системы. Полученная функция может быть подвергнута дефазификации с целью получения её числового значения в заданные моменты времени.

■ Литература

1. В.А. Острейковский. Теория надёжности: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2003 – 463 с.
2. Л.А. Заде. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближённых решений. – М.: Мир, 1976 – 165 с.
3. А.Е. Алтунин, М.В. Семухин. Модели и алгоритмы принятия решений в нечётких условиях: учебник для вузов – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000 – 352 с.
4. Finkelstein M. Failure Rate Modeling for Reliability and Risk / Springer Series in Reliability Engineering. – Springer-Verlag London, 2008, - 290 p.
5. Nadarajah S., Kotz S. Moments of some J-shaped distributions, Journal of Applied Statistics, 2003, Vol. 30(3), pp. 311-317.
6. Nadarajah S. Bathtub-shaped failure rate functions // Quality & Quantity. International Journal of Methodology. – Springer Netherlands, 2009. – vol. 43, iss. 5, pp. 855-863.
7. А.А. Ефремов, А.М. Кориков. О применении кусочно-непрерывных функций к заданию функций принадлежности нечётких чисел (L-R)-типа // Вестник науки Сибири. – Томск, Изд-во ТПУ, 2011. - № 1(1), с. 340-343.
8. А.А. Ефремов. Новые операции над нечёткими числами и интервалами // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – Томск, Изд-во ТУСУР, 2013. - № 1(27), с. 95-99.