ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИ ЗНАЧИМЫХ ВСПЛЕСКОВ ЦЕН

Л.Г. Ставчук

Научный руководитель: к.ф.м.н., доцент М.Л. Шинкеев

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: lyusbk93@gmail.com

RESEARCH STATISTICALLY SIGNIFICANT THE JUMPS OF PRICE

L.G. Stavchuk

Scientific Supervisor: PhD, Associate Prof. M.L. Shinkeev

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: lyusbk93@gmail.com

In fact, jumps play a very important role in the distribution of assets and in the risk management. Investors, who are not disposed to risks, will avoid investments with sharp unpredictable movements. Sharp jumps in the price changing process are of big interest for standard arguments, which are oriented to arbitrage operations and especially for the pricing derivatives. It is obvious that not all jumps are easy to identify, that's why the definite statistic methodology is required to identify them. This research investigates the within-day jumps of stocks rates and the number of jumps for certain stock which are estimated with the help of statistic methodology.

Проблема решения задачи о наличии непрерывных траекторий или ярко выраженных скачков у непрерывно-временного процесса, который моделирует экономический или финансовый временной ряд, становится все более и более важной. Визуальный осмотр такого временного ряда практически не обеспечивает ясное свидетельство для присутствия или отсутствия маленьких или средних размерных скачков. Впоследствии маленькие частые скачки должны определенно быть включены в модель, и, так как у моделей со скачками и без них действительно есть различные математические свойства и финансовые последствия, важно иметь определенные статистические методы, которые могут решить эту проблему [1].

Пусть цены пары $\{p_i(t+s)\}_{s\in[0,1]}$ представляют собой непрерывный логарифмический процесс, где целые числа*t= 1,2,3…* совпадают с концом дня,*i = 1, … M, M* – номер валютной пары. На практике ценовой процесс доступен только в виде конечного числа точек во времени. Обозначим *M+1* как число равноудаленных ценовых наблюдений каждый день $p_i(t-1), p_i(t-1+1/M),\ldots,p_i(t)$. Тогда *j-ое* внутридневное приращение $r_{i,t,j}$ для *M* приращений в день будет определяться следующей формулой:

$$r_{i,t,j} = p_i(t-1+j/M) - p_i(t-1+(j-1)/M),\ j=1,2,\ldots,M$$

Пусть $RV_{i,t}$ – реализованная вариация, которая определяется следующим равенством:

$$RV_{i,t} = \sum_{j=1}^{M} r^2{}_{i,t,j}$$

Она обеспечивает меру ежедневного фактического изменения. При $M \to \infty$ $RV_{i,t}$ оценивает полную вариацию, состоящую из интеграла дисперсии и суммы квадратов скачков. Полная вариация оценивается по формуле:

$$\lim_{M\to\infty} RV_{i,t} = \int_{t-1}^{t} \sigma^2{}_i(s)ds + \sum_{k=1}^{N_{i,t}} k^2{}_{i,t,k} ,$$

где $N_{i,t}$ – число внутридневных скачков на день *t*,

$k_{i,t,k}$ – размер k-го скачка.

Чтобы отдельно измерить два компонента, которые составляют полную вариацию, рассчитывается показатель квадрата вариации по следующей формуле:

$$BV_{i,t} = \mu_1^{-2}\left(\frac{M}{M-1}\right)\sum_{j=2}^{M}|r_{i,t,j}||r_{i,t,j-1}|,$$

где $\mu_1 = \sqrt{2/\pi} \approx 0.7979$ В результате следует, что

$$\lim_{M\to\infty} BV_{i,t} = \int_{t-1}^{t} \sigma^2{}_i(s)ds$$

Таким образом, как таковой вклад в полную вариацию, может быть оценен как разность $RV_{i,t} - BV_{i,t}$, или показателем относительного скачка:

$$RJ_{i,t} = \frac{RV_{i,t} - BV_{i,t}}{RV_{i,t}}$$

Из этого следует, что при $M \to \infty$ $RJ_{i,t} > 0$ в дни, в течение которых есть, по крайней мере, один скачок. Для конечного*M* $RJ_{i,t}$ может быть и отрицательным [2].

В данной работе используетсяBN-S (Barndorff-NielsenandShephard) методология для тестирования на скачки отдельной валютной пары.

Тестовая статистика, рассчитываемая по формуле:

$$z_{i,t} = \frac{RJ_{i,t}}{\sqrt{(v_{bb} - v_{qq})\frac{1}{M}\max\left(1, \frac{TP_{i,t}}{BV^2{}_{i,t}}\right)}},$$

где $v_{qq} = 2,\ v_{bb} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \pi - 3 \approx 2.6090,$

$$TP_{i,t} = \mu_{4/3}{}^{-3} M\left(\frac{M}{M-2}\right)\sum_{j=3}^{M}|r_{i,t,j}|^{4/3}|r_{i,t,j-1}|^{4/3}|r_{i,t,j-2}|^{4/3}$$

$$\mu_{4/3} = 2^{2/3}\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)/\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0.8309,$$

близка к стандартному нормальному распределению $z_{i,t} \to N(0,1)$ согласно нулевой гипотезе, которая полагает отсутствие скачков. Данная статистика обеспечивает превосходное основание для одномерного выявления скачка [2].

Для исследования были взяты следующие данные: котировки валютных пар EUR/USDи USD/RUB за период с 18 декабря 2013 года по 30 января 2014 года.

Периодичность данных составила 10 минут, 5 минут и 1 минута. Для каждого из периодов были рассчитаны соответствующие внутридневные приращения, затем была вычислена реализованная вариация и показатель квадратичной вариации. Выдвигая статистическую гипотезу о наличии хотя бы 1 скачка и принимая во внимание нормальный закон распределения z-статистики, было оценено количество дней, в которых наблюдались значимые всплески цен (табл. 1).

Таблица 1. Количество дней со всплесками цен активов

	10 минут	5 минут	1 минута
EUR/USD	13	14	26
USD/RUB	17	21	32

Проведем статистическую проверку гипотез о наличии хотя бы 1 значимого скачка внутри торгового дня:

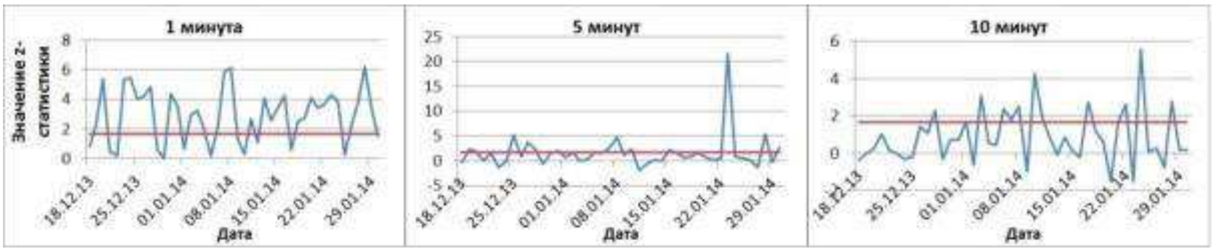

Рис. 1. Значения z-статистики для пары EUR/USD на различных временных интервалах: одна минута, пять минут, десять минут. Синей сплошной линией отмечены значения z-статистики, красной линией – критическое значение z-статистики с вероятностью 0,95

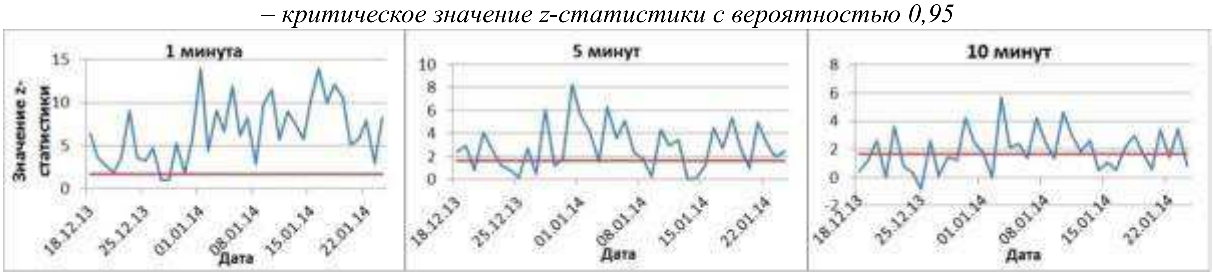

Рис. 2. Значения z-статистики для пары USD/RUB на различных временных интервалах: одна минута, пять минут, десять минут. Синей сплошной линией отмечены значения z-статистики, красной линией – критическое значение z-статистики с вероятностью 0,95

Анализ рис. 1 и 2 показывает увеличение числа значимых величин статистики при уменьшении временного интервала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Barndorff-Nielsen, O., Shephard, N., Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps. – Journal of Financial Econometrics. 2004. – № 2. – P. 1–37.

2. Bollerslev T., Hann Law T., Tauchen G. Risk, jumps, and diversification. Journal of Econometrics. 2008. – № 144. – P. 234–256.