ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА В ПРИЛОЖЕНИИ К ФИЛЬТРАЦИИ ДАННЫХ ГЛУБИНЫ С СЕНСОРА KINECT

Дусеев В.Р., Рудь М.Н, Мальчуков А.Н.
Научный руководитель: Мальчуков А.Н., к.т.н. доцент
Томский политехнический университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30
E-mail: vagiz.d@gmail.com

Введение

Фильтр Калмана широко используется в качестве инструмента фильтрации данных. Основной его принцип состоит в том, что при фильтрации используется информация о физике самого явления (рис. 1).

Целью данной работы является исследование возможностей фильтра Калмана при фильтрации данных, поступающих от сенсора глубины Kinect.

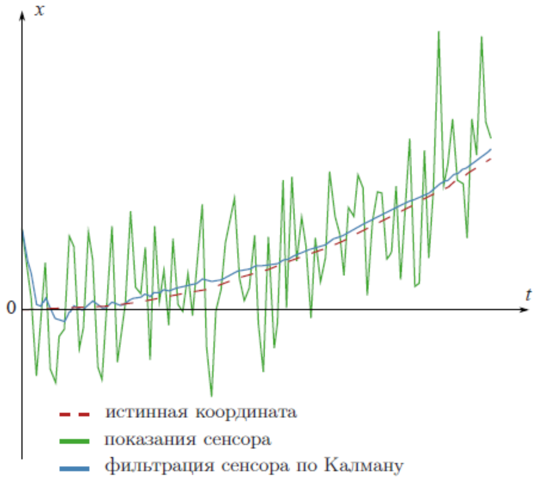

Рис. 1. График демонстрирующий применение фильтра Калмана в одномерном случае.

Основной проблемой поступающих от сенсора данных является непрерывное мерцание изображения (рис. 2). Связано это с неточностями работы алгоритма заложенного в SoC PS1080, который используется в сенсоре Kinect.

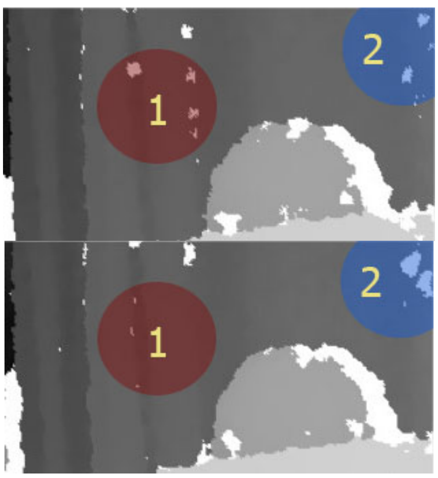

Рис. 2. Иллюстрация проблемы мерцания случайных пикселей. Показаны различия в 2-х областях на последовательных кадрах.

В работе приведены математические выкладки, оптимизирующие фильтр Калмана для поставленной задачи подавления мерцания.

Алгоритм Калмана

Довольно часто в жизни случайные величины распределены по Гауссу, когда плотность вероятности равна $p(x) \sim e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. Математическое ожидание $M\xi$ для Гауссова распределения равно μ.

Допустим, что глубина точки изменяется по неизвестному пока для нас закону $f(t)$:

$$d_{k+1} = d_k + f(t). \quad (1)$$

Сенсор Kinect пытается измерить истинную глубину d_k точки, и, конечно же, мерит её с ошибкой η_k, которая является случайной величиной. Поэтому с сенсора мы получаем ошибочные данные с помехами:

$$z_k = d_k + \eta_k \quad (2)$$

Задача состоит в том, чтобы, зная неверные показания сенсора z_k, найти хорошее приближение для истинной глубины точки d_k. Это приближение мы обозначим как d_k^{opt}.

Таким образом, известно следующее:

- $f(t)$ – некий закон, контролирующий эволюцию системы;
- Ошибка сенсора η_k является случайной величиной. Закон её распределения не зависит от времени (от номера итерации k);
- Математическое ожидание ошибки равно нулю: $M\xi = 0$ [1];
- Сам закон распределения случайной величины неизвестен, но известна её дисперсия σ_η^2;

Используя эти данные, мы стремимся получить наиболее близкое значение к реальной глубине точки d_k.

Предположим, что на -ом шаге мы уже нашли отфильтрованное значение сенсора d_k^{opt}, которое хорошо приближено к истинной глубине точки d_k. Зная уравнение (1), ещё не получая значение с сенсора, мы можем предположить, что на $k+1$ шаге система эволюционирует согласно этому закону, и сенсор покажет что-то близкое к $x_k^{opt} + f(k)$. С другой стороны, на $k+1$ шаге нам известно неточное показание сенсора z_{k+1} из уравнения (2).

Идея Калмана состоит в том, что получить наилучшее приближение к истинному значению можно, выбрав золотую середину между неточным показанием сенсора z_{k+1} и нашим предсказанием значения $x_k^{opt} + f(k)$. Показанию сенсора мы дадим вес K, а предсказанному значению сопоставим вес $(1 - K)$:

$$d_{k+1}^{opt} = K \cdot z_{k+1} + (1 - K) \cdot (d_k^{opt} + f_k). \qquad (3)$$

Коэффициент K называют коэффициентом Калмана. Он зависит от шага итерации, но пока мы это опускаем. Мы должно выбрать коэффициент Калмана таким, чтобы получившееся оптимальное приближение d_{k+1}^{opt} было наиболее близко к истинное глубине точки d_k. К примеру, если сенсор глубины очень точный, мы будем больше доверять его показанию и сопоставим значению z_{k+1} больший вес (коэффициент Калмана K близкий к единице) [2]. В противном случае придётся больше ориентироваться на предсказанное значение.

Чтобы найти точно значение коэффициента Калмана, необходимо минимизировать разницу между истинным и полученным оптимальным значением:

$$e_{k+1} = d_{k+1} - d_{k+1}^{opt}.$$

Перепишем это выражение, используя уравнения (1), (2) и (3):

$$e_{k+1} = (d_k + f_k) - K z_{k+1} - (1 - K)(d_k^{opt} + f_k)$$
$$= (1 - K)(d_k + f_k) - K\eta_{k+1} - (1 - K)(d_k^{opt} + f_k)$$
$$= (1 - K) e_k - K\eta_{k+1}.$$

Однако однозначного подхода к определению того, что считать минимальной ошибкой или разницей, не существует. Выберем самый простой для расчёта критерий и будем минимизировать математическое ожидание квадрата ошибки:

$$M(e_{k+1}^2) \to min.$$

Распишем это выражение:

$$M(e_{k+1}^2) = M((1 - k)^2 e_k^2 - 2(1 - K) e_k K\eta_{k+1} + K^2 \eta_{k+1}^2.$$

Пользуясь тем, что $M\eta_{k+1} = 0$, перепишем формулу для дисперсии:

$$\sigma_\eta^2 = M\eta_{k+1}^2.$$

Тогда

$$M e_{k+1}^2 = (1 - K)^2 M e_k^2 + K^2 \sigma_\eta^2. \qquad (4)$$

Это выражение примет минимальное значение, когда коэффициент Калмана, найденный путём приравнивания производной к нулю, будет равен

$$K_{k+1} = \frac{M e_k^2}{M e_k^2 + \sigma_\eta^2}.$$

Подставив это выражение в уравнение (4) для среднеквадратичной ошибки, получим

$$M(e_{k+1}^2) = \sigma_\eta^2 \cdot \frac{M e_k^2}{M e_k^2 + \sigma_\eta^2},$$

или, итерационную формулу для вычисления коэффициента Калмана.

Применение в фильтре глубины

На практике же не только данная итеративная формула, но и весь алгоритм Калмана не применимы к фильтрации данных сенсоров глубины, таких как Kinect. Поскольку нам заранее неизвестен закон, по которому изменяется значение глубины в каждой отдельной точке. Попытка скрыть $f(t)$ в случайной величине сделает вышестоящие выводы недействительными [3, 4].

Тем не менее, согласно выводам самого Калмана [1], коэффициент имеет свойство стабилизироваться после небольшого числа итераций. Поэтому вместо того, чтобы применять итерационную формулу, мы примем коэффициент Калмана как константу, опытным путём подобрав оптимальное значение:

$$d_{k+1}^{opt} = K_{const} \cdot z_{k+1} + (1 - K_{const}) \cdot d_k^{opt}. \qquad (5)$$

Очевидно, что отфильтрованное значение есть линейная функция от показания сенсора z_{k+1} и предыдущего отфильтрованного значения d_k^{opt}.

Таким образом, вычисляемое значение зависит от всех предыдущих значений. Поэтому фильтр Калмана называют линейным фильтром.

Заключение

В случае фильтрации данных глубины, по большому счету, теория фильтра Калмана не применима, поскольку остаётся неизвестным закон $f(t)$ изменения глубины точки d_k. Тем не менее, пользуясь тем, что коэффициент Калмана в общем случае быстро стабилизируется к постоянному значению, мы значительно упрощаем фильтр и избавляемся от итерационного вычисления коэффициента.

Данный подход, несомненно, облегчает применение фильтра, сводя его к комбинированию предыдущего полученного оптимального изображения с текущими данными сенсора глубины. Однако такой подход применим только к изначально статичным изображениям, когда необходимо отфильтровать мерцание, обусловленное аппаратным устройством сенсора. Поэтому полученное выражение (5) необходимо доработать так, чтобы на статичном видео-потоке коэффициент K_{const} был минимален, а на динамичном напротив, был близок к единице.

Список литературы

1. Kalman, R.E. (1960). "A new approach to linear filtering and prediction problems". Journal of Basic Engineering 82 (1): pp. 35–45
2. M. Athans, R. P. Wishner, and A. Bertolini, “Suboptimal state estimation for continuous-time nonlinear systems from discrete noisy measurements,” IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-13, pp. 504–518, Oct. 1968.
3. Jazwinski, Andrew H., Stochastic processes and filtering theory, Academic Press, New York, 1970. ISBN 0-12-381550-9.
4. An Introduction to the Kalman Filter, SIGGRAPH 2001 Course, Greg Welch and Gary Bishop