

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Александров Е.В., Соколинский В.Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем. – М.: Наука, 1969. – 201 с.
2. Clebsch A. Theorie de l'elasticite des corps solides / V.f. Saint-Venant. – Paris: Dunod, 1883. – 980 p.
3. Пановоко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Изд. 3-е., доп. и переработ. – Л.: Машиностроение, 1976. – С. 133.
4. Thomas Y. A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts. – London, 1807.
5. Pochhammer L. Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiszyylinder // J. f. d. reine und angew. – 1876. – Math., 81. – S. 324.
6. Мясников А.А. Модифицированное уравнение продольных колебаний стержней переменного поперечного сечения в цилиндрической системе координат // Матер. VII научно-практ. конф. по проблемам машиностроения, металлургических и горных машин / Под ред. проф. Л.Т. Дворникова. – Новокузнецк: СибГГМА, 1998. – С. 70–79.
7. Пат. 2090753 РФ. МПК<sup>6</sup> E21C 5/02. Ударная бурильная машина / Л.Т. Дворников, Е.Ф. Губанов. – Приоритет от 08.06.1993, опубл. 20.09.97, Бюл. № 26.

*Поступила 09.06.2008 г.*

УДК 621.01(07)

**ЗАДАЧА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ АССУРОВЫХ ТРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ**

Л.Т. Дворников, М.Г. Попугаев

Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк  
E-mail: fdba@yandex.ru

*Работа посвящена наиболее широко применяемым в технике трехзвенным механизмам. Излагается оригинальный метод структурного синтеза пространственных ассуровых механизмов, в основе которого лежит теория сложных кинематических цепей, определяемых сложностью базисного звена. Найдены и показаны фрагменты полного состава однозвенных пространственных групп Ассура.*

**Ключевые слова:**

*Трехзвенные механизмы, однозвенные группы Ассура, кинематические пары.*

Известно, что ассуровыми механизмами называют такие, в которых за ведущее звено принимается кривошип или ползун, т. е. звенья, соединяющиеся с неподвижным звеном – стойкой во вращательную или в поступательную кинематические пары, а все остальные подвижные звенья обладают нулевой подвижностью.

В трехзвенных механизмах подвижными являются два звена, а третьим звеном считается стойка, относительно которой рассматривается движение. Так как ведущим звеном в них будет или кривошип или ползун, обладающие подвижностью  $W=1$ , то при создании механизма с той же подвижностью, что и у ведущего звена, т. е. с  $W=1$ , вторым звеном, должна являться система, обладающая нулевой подвижностью, так называемая группа Ассура. Если найти структуры всех возможных однозвенных групп Ассура, то тем самым будет решена задача о полном составе трехзвенных ассуровых механизмов.

Обратимся к поиску структур однозвенных пространственных групп Ассура. Известно [1], что все пространственные кинематические цепи описываются структурной формулой А.П. Малышева, которая записывается в виде уравнения

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1)$$

В (1) обозначены:  $W$  – подвижность кинематической цепи (число ее обобщенных координат);  $n$  – число подвижных звеньев цепи;  $p_i$  – число используемых в цепи кинематических пар, где  $i$  – класс пары, соответственно:  $i=5$  – пятый,  $i=4$  – четвертый и т. д.

Однозвенным пространственным группам Ассура соответствуют следующие параметры:  $W=0$  и  $n=1$ , тогда формула (1) принимает вид

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 6. \quad (2)$$

Все удовлетворяющие (2) решения могут быть реализованы конструктивно, однако найти такие решения из одного уравнения (2), содержащего 6 неизвестных, невозможно. Обратимся к работе [2], в которой обосновывается метод поиска структур цепей в зависимости от сложности используемого базисного звена, так называемого  $\tau$ -угольника, по числу геометрических элементов (кинематических пар) в нем. Уравнения для определения общего числа кинематических пар  $p$  и общего числа звеньев цепи  $n$ , в этом случае, записываются в виде

$$\begin{cases} p = \tau + (\tau - 1)n_{i-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1. \end{cases} \quad (3)$$

$$B(3) \quad p = p_5 + p_4 + p_3 + p_2 + p_1, \quad (4)$$

а  $n_i$  – число звеньев, добавляющих в цепь по  $i$  кинематических пар.

Для однозвенных групп Ассура ( $n=1$ ) из второго ур. (3) следует, что

$$n_{\tau-1} = \dots = n_i = \dots = n_2 = n_1 = 0,$$

тогда из первого ур. (3) с учетом (4) получим

$$p_5 + p_4 + p_3 + p_2 + p_1 = \tau. \quad (5)$$

Из (2) и (5) составим систему уравнений

$$\begin{cases} 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 6, \\ p_5 + p_4 + p_3 + p_2 + p_1 = \tau, \end{cases} \quad (6)$$

и решим ее в общем виде.

Выразим  $p_1$  из второго ур. (6)

$$p_1 = \tau - p_5 - p_4 - p_3 - p_2, \quad (7)$$

подставим (7) в первое ур.(6) и получим

$$4p_5 + 3p_4 + 2p_3 + p_2 = 6 - \tau. \quad (8)$$

При целочисленных положительных решениях задачи из (8) следует, что  $\tau$  не может принимать значений более 6 и менее 2. Рассмотрим последовательно все решения для  $\tau=2, 3, 4, 5$  и 6.

При  $\tau=2$  из (8) получим

$$p_5 = \frac{4 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что  $p_5$  может принимать два значения:  $p_5=1$  и  $p_5=0$ .

При  $p_5=1, 3p_4+2p_3+p_2=0$ , откуда следует с учетом (7) одно решение

$$p_5 = 1, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 1. \quad (10)$$

При  $p_5=0, 3p_4+2p_3+p_2=4$ , откуда возможными являются два решения

$$p_5 = 0, p_4 = 1, p_3 = 0, p_2 = 1, p_1 = 0, \quad (11)$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 2, p_2 = 0, p_1 = 0. \quad (12)$$

При  $\tau=3$  из (8) получим

$$p_5 = \frac{3 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4},$$

откуда следует, что  $p_5$  не может принимать иных значений кроме нуля, тогда можно записать, что

$$3p_4 + 2p_3 + p_2 = 3,$$

откуда с учетом (7) очевидными решениями являются

$$p_5 = 0, p_4 = 1, p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 2, \quad (13)$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 1, p_2 = 1, p_1 = 1, \quad (14)$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 3, p_1 = 0. \quad (15)$$

При  $\tau=4$  из (8) следует, что

$$p_5 = \frac{2 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4},$$

что удовлетворяется с учетом (7) двумя решениям

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 1, p_2 = 0, p_1 = 3, \quad (16)$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 2, p_1 = 2. \quad (17)$$

При  $\tau=5$  (8) приобретает вид

$$p_5 = \frac{1 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4},$$

откуда очевидным будет единственное решение

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 1, p_1 = 4. \quad (18)$$

Единственным также будет решение при  $\tau=6$ , когда все кинематические пары будут парами  $p_1$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 6. \quad (19)$$

Сведем все полученные решения в табл. 1.

**Таблица 1.** Полный состав решений, описывающих существование однозвенных пространственных групп Ассура

№ решения	Наиболее сложное, базисное звено цепи, $\tau$ -угольник	Состав кинематических пар цепи, удовлетворяющих требованиям групп Ассура
1	$\tau=2$	$p_5=1, p_4=0, p_3=0, p_2=0, p_1=1, (10)$
2		$p_5=0, p_4=1, p_3=0, p_2=1, p_1=0, (11)$
3		$p_5=0, p_4=0, p_3=2, p_2=0, p_1=0, (12)$
4	$\tau=3$	$p_5=0, p_4=1, p_3=0, p_2=0, p_1=2, (13)$
5		$p_5=0, p_4=0, p_3=1, p_2=1, p_1=1, (14)$
6		$p_5=0, p_4=0, p_3=0, p_2=3, p_1=0, (15)$
7	$\tau=4$	$p_5=0, p_4=0, p_3=1, p_2=0, p_1=3, (16)$
8		$p_5=0, p_4=0, p_3=0, p_2=2, p_1=2, (17)$
9	$\tau=5$	$p_5=0, p_4=0, p_3=0, p_2=1, p_1=4, (18)$
10	$\tau=6$	$p_5=0, p_4=0, p_3=0, p_2=0, p_1=6. (19)$

Используя приведенные в табл. 1 решения, можно приступить к созданию структурных схем групп Ассура, которые отображают полное многообразие возможных кинематических цепей трехзвенных механизмов. Следует иметь в виду, что кинематические пары, приведенные в табл. 1, как пары  $i$ -ого класса могут быть созданы в различных модификациях. Так, при образовании пар третьего класса  $p_3$ , обеспечивающих пространственное относительное движение звеньев, возможна реализация различного состава движений. В декартовой системе координат такие пары могут организовывать движения: ВВВ, ПВВ, ВПВ, ППВ, ВПП (здесь обозначены буквами В и П вращательное и поступательное относительные движения звеньев вдоль и вокруг трех осей координат). Известно [3], что полный состав одноконтных кинематических пар включает в себя 14 разновидностей. Они приведены в табл. 2.

Среди них: одна пара первого класса ( $p_1$ ), три пары второго класса ( $p_2$ ), пять пар третьего класса ( $p_3$ ), три пары четвертого класса ( $p_4$ ) и две пары пятого класса ( $p_5$ ). Число решений, приведенных в табл. 1, существенно увеличится в зависимости от видов используемых кинематических пар. Так, решение (III), по которому могут быть применены две пары  $p_3$ , позволяет построить 15 групп, отличающихся видами используемых пар: ВВВ+ВВВ, ВВВ+ПВВ, ВВВ+ВПВ, ВВВ+ППВ, ВВВ+ВПП, ПВВ+ПВВ, ПВВ+ВПВ, ПВВ+ППВ, ПВВ+ВПП, ВПВ+ВПВ, ВПВ+ППВ, ВПВ+ВПП, ППВ+ППВ, ППВ+ВПП и ВПП+ВПП.

**Таблица 2.** Полный состав одноконттактных кинематических пар всех пяти классов


В табл. 2 приведены обозначения кинематических пар, обозначения их класса и вида. Например,  $p_{3(2)}$  означает, что это кинематическая пара третьего класса второго вида (ПВВ).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – 4-е изд. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов. – Новокузнецк, 1994. – 102 с.

Элементарный расчет с учетом изложенного позволяет утверждать, что всего однозвенных пространственных групп Ассур может быть создано 75 из них при  $\tau=2$  – двадцать шесть, при  $\tau=3$  – двадцать восемь, при  $\tau=4$  – семнадцать, при  $\tau=5$  – три и при  $\tau=6$  – одна.

**Таблица 3.** Фрагменты таблицы полного состава пространственных однозвенных групп Ассур

<p><math>\tau=2,</math> <math>p_{5(1)}=1, p_4=0,</math> <math>p_3=0, p_2=0, p_1=1</math></p>	<p><math>\tau=2,</math> <math>p_5=0, p_{4(1)}=1,</math> <math>p_3=0, p_{2(1)}=1, p_1=0</math></p>	<p><math>\tau=2,</math> <math>p_5=0, p_4=0, p_{3(1)}=1,</math> <math>p_{3(2)}=1, p_2=0, p_1=0</math></p>
<p><math>\tau=3,</math> <math>p_5=0, p_{4(3)}=1,</math> <math>p_3=0, p_2=0, p_1=2</math></p>	<p><math>\tau=3,</math> <math>p_5=0, p_4=0,</math> <math>p_3=0, p_{2(1)}=1, p_{2(2)}=1, p_1=1</math></p>	<p><math>\tau=3,</math> <math>p_5=0, p_4=0,</math> <math>p_3=0, p_{2(1)}=3, p_1=0</math></p>
<p><math>\tau=4,</math> <math>p_5=0, p_4=0, p_3=0,</math> <math>p_{2(1)}=1, p_{2(2)}=1, p_1=2</math></p>	<p><math>\tau=4,</math> <math>p_5=0, p_4=0, p_3=0,</math> <math>p_{2(1)}=1, p_{2(2)}=1, p_1=2</math></p>	<p><math>\tau=4,</math> <math>p_5=0, p_4=0, p_3=0,</math> <math>p_{2(1)}=1, p_{2(2)}=1, p_1=2</math></p>
<p><math>\tau=5,</math> <math>p_5=0, p_4=0,</math> <math>p_3=0, p_{2(1)}=1, p_1=4</math></p>	<p><math>\tau=5,</math> <math>p_5=0, p_4=0,</math> <math>p_3=0, p_{2(2)}=1, p_1=4</math></p>	<p><math>\tau=6,</math> <math>p_5=0, p_4=0,</math> <math>p_3=0, p_2=0, p_1=6</math></p>

В табл. 3 показаны фрагменты из общей полной таблицы найденных групп Ассур с  $\tau=2, \tau=3, \tau=4, \tau=5$  и  $\tau=6$ . Полная таблица содержит 75 отличающихся схем. В таблице указаны следующие обозначения групп: ОГА – однозвенная группа Ассур, последующее число, указывает на количество кинематических пар используемого звена (двухпарное звено, трехпарное звено, четырехпарное звено, и т. д.) цифра далее соответствует найденным решениям, приведенным в табл. 1, завершающая цифра определяет номер группы, соответствующий найденному решению.

В настоящей статье впервые предпринята попытка отыскания всего многообразия однозвенных пространственных групп Ассур (цепей нулевой подвижности), которые являются составной частью трехзвенных механизмов различного назначения. Полученные по обоснованным рекомендациям механизмы могут найти широкое применение в технике.

3. Дворников Л.Т., Живаго Э.Я. Кинематические пары в механических системах. Препринт. СибГИУ. – Новокузнецк, 2004. – 48 с.

Поступила 21.01.2008 г.