

УДК 621.3.08; 621.3.001.4; 621.3:658.562

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВУХКООРДИНАТНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ДИАМЕТРА ПРОТЯЖЕННЫХ ИЗДЕЛИЙ

Е.М. Фёдоров, А.А. Эдличко

Томский политехнический университет

E-mail: evgeny\_fyodorov@list.ru

*Представлен способ нахождения геометрических параметров измерителей диаметра кабельных изделий, базирующихся на теневом методе измерения в расходящемся лазерном пучке. Выявлена возможность существенного упрощения процесса их вычисления, без влияния на погрешность измерения приборов, за счёт анализа вклада каждого параметра в рассчитываемый результирующий диаметр.*

### Ключевые слова:

*Кабельная техника, измеритель диаметра кабеля, расходящийся лазерный пучок, двухкоординатное измерение, протяжённые изделия.*

### Введение

Бесконтактные двухкоординатные измерители, контролируемые на технологической линии в непрерывном режиме диаметр и овальность круглых протяженных изделий, таких, как кабель, жилы, проволока, трубы и т. п., использующие теневой метод измерения в расходящемся световом потоке, обладают целым рядом неоспоримых преимуществ, связанных с отсутствием в них элементов линзовой и зеркальной оптики. В частности, в отличие от измерительных систем с квазипараллельным пучком [1], достижимая точность измерения таких приборов составляет доли мкм и ограничена только дифракционными эффектами на границах тени. Однако работа в расходящемся световом потоке вызывает изменение размеров тени измеряемого объекта при его перемещениях в зоне контроля. Последнее требует использования сложных математических выражений для расчета истинного диаметра объекта.

Целью данной работы является нахождение способа вычисления геометрических параметров измерителя диаметра протяженных изделий (кабель, провода и т. д.), необходимых при расчете диаметра измеряемого объекта в расходящемся лазерном пучке.

### Основная часть

В работе [1] выведены выражения для расчета диаметров  $D_x$  и  $D_y$  для каждой из осей в двухкоординатной оптической системе с расходящимся пучком:

$$\begin{aligned} D_x &= 2\sqrt{E_x^2 + (H_{x0} - E_y)^2} \times \\ &\times \sin \frac{1}{2} \left( \arctg \frac{X_2}{H_x} - \arctg \frac{X_1}{H_x} \right), \\ D_y &= 2\sqrt{E_y^2 + (H_{y0} - E_x)^2} \times \\ &\times \sin \frac{1}{2} \left( \arctg \frac{Y_2}{H_y} - \arctg \frac{Y_1}{H_y} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где расстояния от центра объекта до соответствующих осей  $E_x$  и  $E_y$  равны:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{X_0 H_y \left( H_{x0} - Y_0 \frac{H_{y0}}{H_y} \right)}{(H_x H_y - X_0 Y_0)}, \\ E_y &= \frac{Y_0 H_x \left( H_{y0} - X_0 \frac{H_{x0}}{H_x} \right)}{(H_x H_y - X_0 Y_0)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Положения проекции центра объекта на соответствующих многоэлементных приёмниках  $X_0$  и  $Y_0$  равны:

$$\begin{aligned} X_0 &= H_x \operatorname{tg} \frac{1}{2} \left( \arctg \frac{X_2}{H_x} + \arctg \frac{X_1}{H_x} \right), \\ Y_0 &= H_y \operatorname{tg} \frac{1}{2} \left( \arctg \frac{Y_2}{H_y} + \arctg \frac{Y_1}{H_y} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где в свою очередь положения начала  $X_1, Y_1$  и конца  $X_2, Y_2$  теней объекта на соответствующих приёмниках равны:

$$\begin{aligned} X_1 &= f_x - B_{x0}, & X_2 &= s_x - B_{x0}, \\ Y_1 &= f_y - B_{y0}, & Y_2 &= s_y - B_{y0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Фронты и спады теней соответствующих приёмников  $f_x, s_x$  и  $f_y, s_y$  собственно являются измеренными значениями, необходимыми для расчета диаметра по вышеприведённым выражениям.

В работе [2] при выводе выражений (1–4) делается допущение о том, что изначально известны следующие параметры конструкции прибора:

- Расстояния  $H_x$  и  $H_y$  от центра излучателя до плоскости приемника каждого из каналов.
- Расстояния  $H_{x0}$  и  $H_{y0}$  от центра излучателя до центра рабочей зоны, т. е. до точки (0), являющейся пересечением измерительных осей.
- Начала координат, являющиеся «нулевыми» ячейками приемников, расположенными в точках  $B_{x0}$  и  $B_{y0}$ .

В реальном измерительном приборе эти параметры далеки от конструктивных из-за неточности изготовления деталей, неидеальности реальной оптической системы. Также ошибки вносит то, что реальный источник излучения (полупроводниковый лазер) является не идеально точечным. Если в реальном приборе при расчёте диаметра использовать геометрические параметры, взятые равными конструктивным, то вычисленный диаметр не удовлетворяет требуемой погрешности. Измерить эти параметры прямыми методами с достаточной точностью технически невозможно. Таким образом, для достижения необходимой точности вычисления диаметра измеряемого объекта по формулам (1–4) мы должны решить обратную задачу, т. е., имея набор круглых аттестованных калибров с известными диаметрами, необходимо найти точные значения шести геометрических параметров  $H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}$ .

Для вычисления геометрических параметров для каждого конкретного измерителя [3] можно составить систему из шести уравнений, используя три аттестованных круглых калибра с известными диаметрами  $D_1, D_2, D_3$ . Для упрощения записи уравнений, выражения (1–4), в них входящие, обозначены как  $f_i(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0})$  при  $i=1-6$ . Причём каждому уравнению соответствуют свои уникальные измеренные значения фронта и спада  $f_x, s_x$  и  $f_y, s_y$  по соответствующим измерительным осям. Уравнения являются независимыми друг от друга, однако точного аналитического или численного решения такой системы не существует из-за того, что реальная оптическая система отлична от идеальной, описанной в работе [2]:

$$\begin{aligned} D_{1_x} &= f_1(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}); \\ D_{1_y} &= f_2(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}); \\ D_{2_x} &= f_3(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}); \\ D_{2_y} &= f_4(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}); \\ D_{3_x} &= f_5(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}); \end{aligned} \quad (5)$$

Каждое из уравнений системы (5) можно заменить соответствующим неравенством вида:  $D_i - p \leq f_i(H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}) \leq D_i + p$ , где  $p$  – максимально допустимая погрешность прибора, для которого осуществляется поиск геометрических параметров. Таким образом, система уравнений преобразуется в систему неравенств, решая которую численными методами, можно отыскать совокупность значений геометрических параметров, которые удовлетворяют требуемой максимальной погрешности прибора при вычислении диаметра круглых объектов по выражениям (1–4).

Учитывая сложность и громоздкость уравнений, входящих в систему, а также количество неизвестных переменных в ней, даже на современной компьютерной технике задача поиска численным

методом значений, удовлетворяющих системе, очень трудоёмка, занимает много рабочего времени. Поэтому этот метод поиска значений не приемлем для серийного выпуска приборов.

Для упрощения способа отыскания необходимых геометрических параметров мы оценили влияние каждого из них на значение вычисленного конечного диаметра. Для этого мы поочередно строили зависимости расчётного диаметра для каждой из осей  $X$  и  $Y$  от каждого из геометрических параметров  $H_{x0}, H_{y0}, H_x, H_y, B_{x0}, B_{y0}$ , при этом остальные параметры принимали равными конструктивным. Для диаметра по измерительной оси  $X$  получилось шесть зависимостей, изображённых на рисунке, по которым чётко прослеживается степень влияния каждого из параметров на результат. Изменение параметров  $H_{x0}, H_x$  в пределах  $\pm 5$  мм, а  $B_{y0} \pm 2,5$  мм разницы от заложенных конструктивно значений расчётный диаметр меняется на сотни мкм (рисунков, а–в), что на порядок больше допустимой погрешности приборов такого типа.

При изменении в таких же пределах соответственно параметров  $H_{y0}, H_y$  и  $B_{x0}$  конечный диаметр изменяется на единицы мкм (рисунков, г–е) что, в свою очередь на порядок меньше допустимой погрешности подобных измерительных приборов. Видно, что влияние последней тройки параметров на конечный результат на два порядка менее выражено, чем первой. Это даёт возможность принять их значения равными конструктивным и в дальнейшем считать известными величинами. При анализе влияния геометрических параметров на расчётный диаметр по оси  $Y$  получается зеркальная ситуация, т. е. за константы, напротив, можно принять параметры  $H_{x0}, H_x, B_{y0}$ . Таким образом, диаметр по оси  $X$  является функцией параметров  $H_{x0}, H_x, B_{y0}$ , а диаметр по оси  $Y$  – функцией параметров  $H_{y0}, H_y, B_{x0}$ . Т. к. диаметры по разным осям зависят от разных геометрических параметров, то системы неравенств для вычисления этих параметров можно решать независимо для каждой из координат, а систему уравнений (5) возможно упростить и записать в виде двух независимых систем неравенств для каждой из измерительных осей:

Для координаты  $X$ :

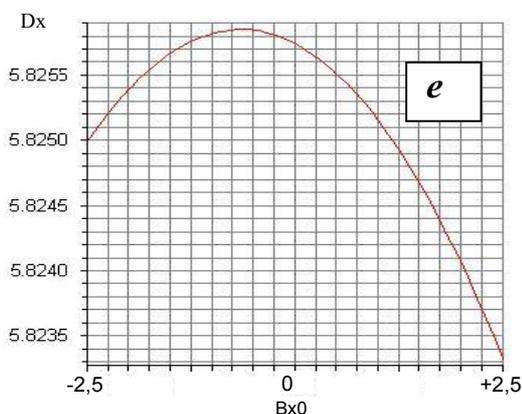
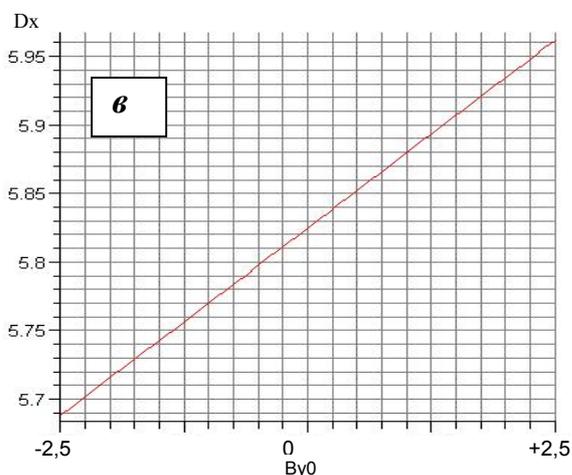
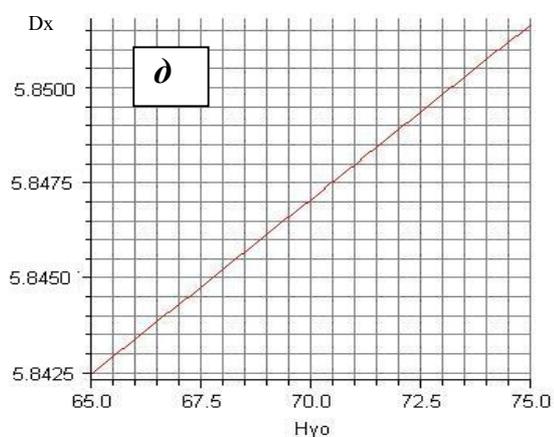
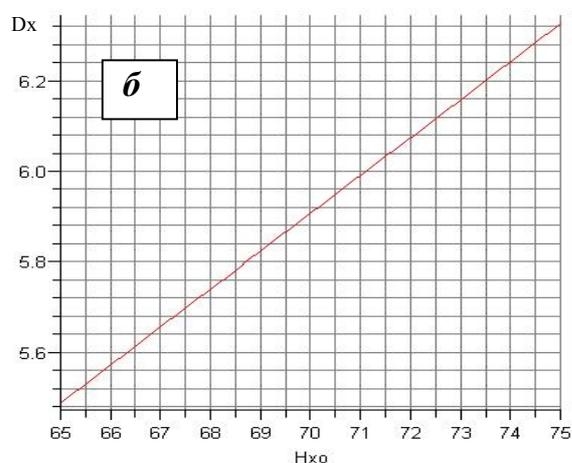
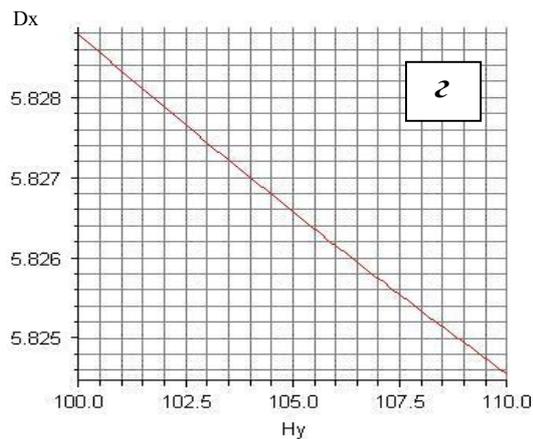
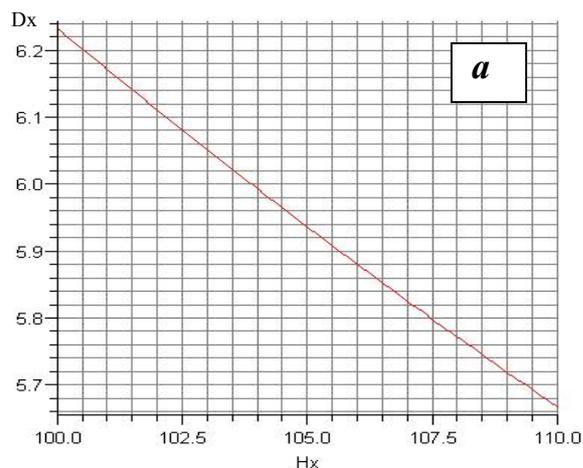
$$\{Dx_i - p \leq f_i(H_{x0}, H_x, B_{y0}) \leq Dx_i + p\}. \quad (6)$$

Для координаты  $Y$ :

$$\{Dy_i - p \leq f_i(H_{y0}, H_y, B_{x0}) \leq Dy_i + p\}, \quad (7)$$

где  $i=1-3$  для обеих систем.

Такое допущение существенно, на три порядка, сокращает объём необходимых вычислений и упрощает систему (5), а соответственно и задачу по поиску численными методами геометрических параметров, при которых погрешность измерения прибора меньше максимально допустимой погрешности  $p$ . В работе [2] наряду с точным решением предложено упрощенное, где в результате некоторых допущений в выражениях для расчета диаметра по оси  $X$  и  $Y$  исчезают соответственно параме-



**Рисунок.** Зависимость измеренного диаметра  $D_x$  по оси  $X$  измерительного прибора от геометрических параметров: а)  $H_x$ , б)  $H_{x0}$ , в)  $B_{y0}$ , г)  $H_y$ , д)  $H_{y0}$ , е)  $B_{x0}$ . Размерность величин по всем осям (мм).

тры  $H_y$ ,  $B_{x0}$  и  $H_x$ ,  $B_{y0}$ , так же как и в нашем случае, что косвенно свидетельствует о верности подхода к решению поставленной задачи.

Так как у системы уравнений (6, 7) нет аналитического решения, для нахождения искомых значений воспользуемся для подбора искомых значений итерационным методом (методом последовательных приближений). Для автоматизации процесса расчёты производятся на персональном компьютере.

Алгоритм работы программы расчёта параметров следующий. В первом приближении программа перебирает значения искомых геометрических параметров с шагом 1 мм и подставляет их поочередно в системы уравнений для первой и второй координат. Область предполагаемых значений геометрических параметров приблизительно известна с точностью до 1 см, поэтому диапазон изменения для каждого из параметров берём равным 10 мм.

Всего в первом приближении получается 1000 вариантов сочетаний параметров для каждой измерительной оси.

При переборе всех возможных вариантов оцениваются значения  $\Delta D_1$ ,  $\Delta D_2$ ,  $\Delta D_3$ , взятые по модулю, которые находятся как разность соответствующих эталонных калибров и значений, вычисленных программой при переборе, при этом ищется такое сочетание параметров, при котором все три значения  $\Delta D_1$ ,  $\Delta D_2$ ,  $\Delta D_3$  одновременно минимальны. Таким образом, после окончания перебора в первой итерации мы имеем значения геометрических параметров, определённых с точностью до одного мм, давшие наименьшую погрешность во всём диапазоне измеряемых диаметров. Однако при этих значениях погрешность определяется  $\Delta D_1$ ,  $\Delta D_2$ ,  $\Delta D_3$  не соответствует требуемой, поэтому производится

еще несколько (обычно 2–3) переборов по аналогичному алгоритму, но с последовательным сужением диапазона поиска в 10 раз и с таким же уменьшением шага изменения искомым величин.

#### Заключение

Предложен способ нахождения геометрических параметров измерителей диаметра кабельных изделий, базирующихся на теневом методе измерения в расходящемся лазерном пучке. Механизм поиска позволяет с точностью до 1 мкм определять геометрические параметры конкретного измерительного прибора. Использование полученных значений при вычислении диаметра позволяет достичь требуемой погрешности (10...15 мкм) для серийных измерительных приборов и обеспечить их высокие эксплуатационные и метрологические характеристики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фролов Д.Н., Свендровский А.Р., Гольцеймер А.А., Гладышев Ю.Г. Опыт разработки устройства бесконтактного измерения диаметра кабельных изделий // Электротехника. – 1991. – № 3. – С. 26–28.
2. Свендровский А.Р. Расчёт диаметра в бесконтактных двухкоординатных измерителях // Научно-технические проблемы приборостроения и машиностроения: Тез. докл. I Всеросс. конф. – Томск, 2005. – С. 31–33.

3. Свендровский А.Р., Рябов Е.В., Фёдоров Е.М. Двухкоординатный лазерный измеритель диаметра «Цикада-2.72» // Научно-технические проблемы приборостроения и машиностроения: Тез. докл. I Всеросс. конф. – Томск, 2005. – С. 40–42.

Поступила 30.06.2008 г.

УДК 621.7

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВОЛОЧЕНИИ МЕДНОГО ПРУТКА

Д.П. Снигирев

Томский политехнический университет  
E-mail: zvm@tpu.ru

*Экспериментально-аналитическим способом исследовано напряженное состояние в пластической области при волочении медного прутка. Представленные результаты могут быть полезны специалистам, решающим как теоретические, так и практические задачи: количественные и качественные картины изменений напряжений способны послужить основой получения теоретических решений осесимметричных задач с учетом реальных явлений упрочнения материалов. Выявленные особенности изменения контактных напряжений в области «Заготовка-инструмент» пригодны при решении практических задач.*

#### Ключевые слова:

*Деформация, напряжение, твердость, интенсивность напряжений, гидростатическое давление, девиатор напряжений, волочение, фильера, осесимметричное пластическое деформирование, меридиональная поверхность.*

Многие технологические операции сопровождаются пластическим деформированием, в том числе, холодное выдавливание и волочение. Для решения теоретических и практических задач, связанных с этими процессами, нужно знать напряженное состояние обрабатываемого металла в пластически деформируемой области. Например, для оценки деформируемости, т. е. способности металла подвергаться деформированию без разрушений, определения контактных напряжений и деформирующих усилий. Контактные напряжения могут быть использованы при оценке прочности инструмента. Несмотря на

значительный интерес ученых к осесимметричным задачам [1–3], напряженное состояние при указанных технологических операциях исследовано недостаточно. Экспериментальные исследования трудоемки и обладают ограниченной разрешающей способностью, аналитические решения получены для идеально-пластического тела в предположении о «полной пластичности», выдвинутом А. Хааром и Т. Карманом. Относительно применимости гипотезы о «полной пластичности» Р. Хилл отмечает [4] «... гипотеза Хаара-Кармана для металлов физически нереальна, и она вводит ошибку неизвестной величины».