МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННОГО НАГРЕВА ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Ивкина О.П.
Научный руководитель: Сорокова С.Н., доцент, к. ф.-м. н.
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: olivkina93@yandex.ru

MATHEMATIC MODELING OF FRICTIONAL HEATING DURING ROTARY MOTION

Ivkina O.P.
Scientific Supervisor: Associate Professor, Ph.D. Sorokova S.N.
Tomsk Polytechnic University
Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: olivkina93@yandex.ru

В статье формулируется математическая постановка задачи для случая локального фрикционного нагрева в режиме трения верчения. Осуществляется переход от цилиндрической системы координат к декартовой. Дальнейшее решение задачи осуществляется численными методами.

A mathematical formulation of the problem for the case of the local frictional heating mode rotary friction was enunciated. The transportation from the cylindrical coordinate system to Cartesian reference system was performed. A further solution of the problem is carried out by numerical methods.

Трение является неотъемлемой частью функционирования многих систем, особенно это касается элементов механизмов. Многие приборы и аппараты в аэрокосмической области работают в режиме трения верчения с постоянной скоростью вращения. С развитием новых материалов и увеличением темпов производства необходимо не только сокращать время на изучение их свойства при различных режимах нагружения, но также необходимо иметь четкое представление о поведении этих материалов в различных условиях, в частности при их участии в трибоконтактах. Анализ процесса трения представляет собой интерес для изучения и развития современных покрытий. Математическое моделирование позволяет выбрать оптимальные условия для конкретных материалов и сэкономить на дорогостоящих экспериментах.

В безразмерных переменных в цилиндрической системе координат математическая модель локального фрикционного нагрева в процессе верчения включает уравнение теплопроводности [1]:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\theta}{\partial\rho}\right)+\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda\frac{\partial^2\theta}{\partial Z^2}\right), \qquad \rho\geq 0,\quad Z>0,\quad \tau>0; \tag{1}$$

и начальные и граничные условия:

$$\theta(\rho,Z,\tau)|_{\tau=0}=0;$$

$$\left.\frac{\partial\theta(\rho,Z,\tau)}{\partial Z}\right|_{Z=0}=-\phi(\tau,\rho)\left(1-\theta(\rho,Z,\tau)\big|_{Z=0}\right). \tag{2}$$

Последнее условие является требованием интегрируемости с квадратом функции $\theta(\rho,Z,\tau)$ по пространственной переменной $Z\in[0,+\infty)$ при любых фиксированных $\rho>0$ и $\tau>0$; функции $\theta(\rho,Z,\tau)$ и $\phi(\tau,\rho)$ являются оригиналами интегрального преобразования Ганкеля нулевого порядка [2] при любых фиксированных Z >0 и τ >0, что соответствует физически очевидным условиям симметрии.

Реализуемый режим фрикционного теплообразования в области термического контакта задается функцией $\phi(\tau,\rho)$, которая является неотрицательной и удовлетворяет условиям Гельдера [6]. В случае [3, 4] трения верчения при не изменяющемся во времени диаметре области термического контакта спостоянной угловой скоростью $\left(\omega(t) \equiv \omega_0 - const\right)$ функция $\phi(\tau,\rho)$ принимает следующий вид:

$$\phi(\tau,\rho) \equiv \phi(\rho) = \frac{\rho}{R}\left[\eta(\rho) - \eta(\rho - R)\right], \tag{3}$$

где $\eta(...)$ — функция Хевисайда[2].

Подчеркнем, что условия, накладываемые на функцию (3), не являются жесткими и соответствуют существующим режимам теплообразования на локальном термическом контакте. Для исследуемой математической формулировки задачи (1) выполнены все условия теоремы существования и единственности [6].

В задаче приняты следующие обозначения:

$$\partial\tau = \frac{\partial t}{z_*};\; \rho = \frac{r}{z_*};\; Z = \frac{z}{z_*};\; dZ = \frac{dz}{z_*};\; z_* = \sqrt{at_*};$$

$$a = \frac{\lambda}{C\gamma};\; \tau = \frac{t}{t_*};\; t_* = \frac{\lambda}{C\gamma}\left[q_0^{-1}C\gamma\left(T_m - T_0\right)\right]^2,$$

где z – пространственная переменная; z_* выбранная единица масштаба [5]; T_m – температура плавления материала; γ, C, a – плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала полупространства соответственно; индекс 0 указывает на начальные значения величин.

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0};$$

при $T = T_m$ $\qquad \theta = 1.$

$$\partial\theta = \frac{1}{T_m - T_0}\partial T;$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{t_*}{T_m - T_0}\frac{\partial T}{\partial t}.$$

Для численного решения задачи перейдем к декартовой системе координат. То есть к уравнению вида:

$$C\gamma\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial T}{\partial\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial Z}\right).$$

Для перевода из одной системы координат в другую воспользуемся следующими выражениями:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial T}{\partial\rho}\right) = \frac{1}{\frac{r}{z_*}}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{r}{z_*}\right)}\left(\frac{r}{z_*}\frac{\partial T}{T_m - T_0}\frac{1}{\partial\left(\frac{r}{z_*}\right)}\right) = \frac{z_*}{r}z_*\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{z_*}z_*\frac{1}{\partial r}\frac{\partial T}{T_m - T_0}\right) =$$

$$= \frac{z_*^2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{T_m - T_0}\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{at_*}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{T_m - T_0}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial T}{\partial\rho}\right)=\frac{\lambda t_*}{C\gamma r}\left(\frac{r}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial r}\right). \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial Z}\right)=\frac{\partial}{\partial\left(\frac{z}{z_*}\right)}\left(\lambda\frac{1}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial\left(\frac{z}{z_*}\right)}\right)=z_*^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{1}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial z}\right)\Rightarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial Z}\right)=\frac{\lambda t_*}{C\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{1}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial z}\right). \quad (5)$$

$$t_*\frac{1}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\lambda t_*}{C\gamma r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\lambda t_*}{C\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{1}{T_m-T_0}\frac{\partial T}{\partial z}\right)\Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\lambda}{C\gamma}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]. \quad (6)$$

Таким образом, с учетом выражений (4), (5), (6) задача (1) будет выглядеть следующим образом:

$$C\gamma\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right],$$

где $C=C(T)$.

Теплоемкость в данном случает определяется по формуле:

$$C(T)=C_0+\frac{Q_m}{s\sqrt{2\pi}}e^{-\left(\frac{T-T_m}{s}\right)^2}.$$

Граничное условие (3) в новой системе координат примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial z}\frac{\sqrt{at_*}}{T_m-T_0}=-\frac{\rho}{R}\left[\eta(\rho)-\eta(\rho-R)\right]\left[1-\frac{T-T_0}{T_m-T_0}\right]\Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}=-\frac{T_m-T_0}{\sqrt{a^2\frac{\left[C\gamma\left(T_m-T_0\right)\right]^2}{q_0^2}}}\frac{\rho}{R}\left[\eta(\rho)-\eta(\rho-R)\right]\left(T_m-T_0-T+T_0\right)\frac{1}{T_m-T_0}\Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}=-\frac{\rho}{R}\left[\eta(\rho)-\eta(\rho-R)\right]\frac{q_0}{aC\gamma\left(T_m-T_0\right)},$$

где q_0 – плотность теплового потока в области термического контакта, идущего на нагрев полупространства:

$$q \equiv q(t) = k\tau_f\left(T\right)\omega\left(t\right)r, \qquad r \le b(t),$$

где t — время; r — радиальная переменная; ω — угловая скорость вращения; $k \in (0,1]$ — коэффициент распределения тепловых потоков в материалах трущейся пары [4, 5]; $\tau_f\left(T\right)$ — напряжение трения, линейно убывающее с ростом температуры T [5].

Таким образом, выведена тепловая задача для случая термоконтакта двух поверхностей в процессе вращения. Предполагается решение данной задачи численными методами. Результаты теоретических выкладок будут использованы для исследования свойств температурного поля в пространстве при трении вращения с постоянной угловой скоростью, а также свойств покрытий материалов, изменяющихся под действием температуры в следствие нагрева трением. В уравнении учтены свойства материалов и изменение температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аттетков А.В., Волков И.К., Тверская Е.С. Температурное поле изотропного полупространства, подверженного локальному фрикционному нагреву в режиме трения верчения// Вестник МГТУ им. Баумана. Сер. «Машиностроение». – 2006. – №2. – С. 35-44.

2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.

3. Коровчинский М.В. Основы теории термического контакта при локальном трении // Вопросы трения и проблемы смазки: сб. статей. – М.: Наука, 1968. – с. 5-72.

4. Евтушенко А.А., Иваник Е.Г. Термонапряженное состояние по локальном термическом контакте при трении верчения // Инженерно-физический журнал. – 1996. – Т.69, №1. – с.72-78.

5. Аттетков А.В., Волков И.К. Фрикционный разогрев материала движущимся тепловым источником // Химическая физика. – 1998. – Т.17,№1. – с. 120-127.

6. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967. – 736 с.

ВЛИЯНИЕ НАНОДИСПЕРСНОГО НАПОЛНИТЕЛЯ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭПОКСИДНЫХ КОМПОЗИТОВПОСЛЕ ОБЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНАМИ

Пронина А.Е.
Научный руководитель: Назаренко О.Б., профессор, к.т.н.
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: prosha_evgenevna@mail.ru

EFFECT OF NANOSIZED FILLER ON MECHANICAL PROPERTIES OF EPOXY COMPOSITESAFTER ELECTRON IRRADIATION

Pronina A.E.
Scientific Supervisor: Prof., Ph.D. Nazarenko O.B.
Tomsk Polytechnic University
Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: prosha_evgenevna@mail.ru

Введение нанодисперсных наполнителей в полимеры является перспективным способом получения материалов с улучшенными характеристиками и может способствовать повышению радиационной