УДК 621.039.534.54:621.364:634.3

ПОВТОРНО-КРАТКОВРЕМЕННЫЙ ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ ОБМОТКИ ТРАНСФОРМАТОРА БЕТАТРОНА С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ЦИКЛОВ «НАГРУЗКА – ПАУЗА»

В.А. Касьянов, В.С. Логинов*, В.Е. Юхнов*

ФГНУ «Научно-исследовательский институт интроскопии» при ТПУ
*Томский политехнический университет
E-mail: loginovvs@tpu.ru

Получены зависимости для расчета средних нестационарных температур обмотки бетатронов с произвольным числом циклов нагрева и охлаждения. Рассмотрен пример для практической реализации полученных выражений. Приведены результаты численного моделирования нестационарных температурных режимов намагничивающей обмотки электромагнита бетатрона.

Ключевые слова:
Задача теплопроводности, конечные интегральные преобразования, избыточная температура, активный элемент, внутренние источники теплоты, симметричные условия охлаждения, нестационарный тепловой режим, обмотка, ускоритель заряженных частиц.

Одним из путей снижения массы и габаритных размеров электромагнитов является применение прерывистых или повторно-кратковременных температурных режимов с произвольным числом циклов «нагрузка – пауза». Применительно к малогабаритным индукционным ускорителям в [1, 2] подробно рассмотрены и проанализированы квазистационарные прерывистые температурные режимы, устанавливаемые через большое число циклов ($N\to\infty$). При плавке гололедоизморозевых образований на линии электропередачи большими токами с произвольным числом циклов «нагрузка – пауза» (N=1 и более) использование простых методов теплового расчета [3] позволяет предотвратить опасные перегревы отдельных участков и сократить продолжительность режима по сравнению со стационарной плавкой гололеда.

Целью настоящей работы является исследование нестационарных температурных режимов наиболее нагруженного в тепловом отношении элемента малогабаритного бетатрона с произвольным числом циклов «нагрузка – пауза».

При разработке математической модели приняты допущения:

- температура охлаждающей среды постоянна;
- теплофизические характеристики проводников с диэлектрической изоляцией не зависят от температуры и могут быть оценены по методике [4];
- теплообмен между поверхностью обмотки и окружающей средой происходит по закону Ньютона при постоянном коэффициенте теплоотдачи;
- взаимным теплообменом между другими элементами пренебрегаем;
- интенсивность внутренних источников теплоты в обмотке линейно зависит от температуры в течение заданного постоянного периода электрической нагрузки и равна нулю после снятия тока нагрузки;
- начальный момент времени примем для каждого периода нагрузки с чередованием пауз тока равным нулю;
- высота обмотки значительно превосходит толщину слоя.

Таким образом, задача сводится к отысканию распределения температуры в охлаждаемом стержне конечной длины, внутри которого действует переменный во времени источник теплоты.

Система уравнений, описывающая процесс теплопроводности, имеет вид

$$\frac{\partial\theta_{\text{н,о}}}{\partial \text{Fo}}=\frac{\partial^2\theta_{\text{н,о}}}{\partial X^2}\pm\beta^2_{\text{н,о}}\theta_{\text{н,о}}+\text{Po}_1(\text{Fo}), \qquad (1)$$

$$0<X<1,\quad \text{Fo}>0,$$

где $\text{Po}_1(\text{Fo})=\begin{cases}\text{Po}_1, & 0\le\text{Fo}\le\text{Fo}_{\text{н}}\\ 0, & 0\le\text{Fo}\le\text{Fo}_{\text{о}}\end{cases}$;

$$\frac{\partial\theta_{\text{н,о}}(0,\text{Fo})}{\partial X}-\text{Bi}\theta_{\text{н,о}}(0,\text{Fo})=0; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\theta_{\text{н,о}}(1,\text{Fo})}{\partial X}+\text{Bi}\theta_{\text{н,о}}(1,\text{Fo})=0. \qquad (3)$$

Начальные условия

$$\theta_{\text{н},1}(X,0)=\theta_0,\quad \theta_{\text{н},N}(X,0)=\theta_{\text{о},N-1}(X,\text{Fo}_{\text{о}}),$$
$$\theta_{\text{о},N}(X,0)=\theta_{\text{н},N}(X,\text{Fo}_{\text{н}}). \qquad (4)$$

Здесь $\theta_{\text{н,о}}=(T_{\text{н,о}}(x,\tau)-T_{\text{ж}})/T_0$, $\theta_0=(T_0-T_{\text{ж}})/T_0$, $\theta_{\text{ж}}=(T_{\text{ж}}-T_0)/T_0$ – безразмерные температуры; $T_{\text{н,о}}(x,\tau)$ – температура активного элемента, К; T_0 – температура активного элемента перед первым циклом нагрузки, К; $T_{\text{ж}}$ – постоянная температура охлаждающей среды (воздуха), К; $\text{Po}_1=\text{Po}_0(1+k\theta_{\text{ж}})$ – модифицированное число Померанцева; $\text{Po}_0=q_{\text{и}0}h^2/(\lambda T_0)$ – число Померанцева; $q_{\text{и}0}$ – плотность равномерно распределенных по объему тепловыделений, Вт/м³; h, R, δ – высота, полутолщина слоя, ширина охлаждающего канала, м; λ, $\lambda_{\text{ж}}$ – коэффициенты теплопроводности слоя, охлаждающей среды, Вт/(м·К); $k=\gamma T_0$ – безразмерный температурный коэффициент активного омического сопротивления; $\gamma=1/(m+T_0)$ – температурный коэффициент сопротивления, 1/К; m – коэффициент,

учитывающий материал обмотки, К; $\mathrm{Fo}=\lambda\tau/(c_p\rho h^2)$ – число Фурье; τ – время, с; c_p – коэффициент теплоемкости, Дж/(кг·К); ρ – плотность, кг/м^3; $\mathrm{Bi}=\alpha h/\lambda$ – число Био; α – постоянный коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К); $X=x/h$ – безразмерная координата; x – пространственная координата, м; $\beta_н^2=\beta_о^2-k\mathrm{Po}_0$, $\beta_о^2=\mathrm{Bi}\,Uh/F$ – безразмерные коэффициенты, учитывающие теплообмен от боковых поверхностей активного элемента; U, F – периметр и сечение активного элемента; N – номер цикла; индексы «н» – нагрузка, «о» – пауза охлаждения.

Решение системы уравнений (1)–(4), полученное методом конечных интегральных преобразований [5], осредненное на основе классического подхода [6], имеет вид:

а) в процессе тепловой нагрузки $0\le\mathrm{Fo}\le\mathrm{Fo}_н$, $N\ge1$,

$$\bar{\theta}_{н,N}(\mathrm{Fo})=\int_0^1\theta_{н,N}(X,\mathrm{Fo})\,dX=\sum_{n=1}^{\infty}\bar{A}_nT_n(\mathrm{Fo}). \quad (5)$$

Здесь

$$T_n(\mathrm{Fo})=\frac{\mathrm{Po}_1}{p_n^2}[1-\exp(-p_n^2\,\mathrm{Fo})]+$$

$$+[D_n(\mathrm{Fo}_н,\mathrm{Fo}_о)+\theta_0M_n(\mathrm{Fo}_н,\mathrm{Fo}_о)]\exp(-p_n^2\mathrm{Fo});$$

$$D_n(\mathrm{Fo}_н,\mathrm{Fo}_о)=\frac{\mathrm{Po}_1}{p_n^2}[1-\exp(-p_n^2\,\mathrm{Fo}_н)]\times$$

$$\times\left(\frac{1-M_n(\mathrm{Fo}_н,\mathrm{Fo}_о)}{1-m_n}\right)\exp(-\gamma_n^2\,\mathrm{Fo}_о);$$

$$M_n(\mathrm{Fo}_н,\mathrm{Fo}_о)=\exp[-(N-1)(p_n^2\,\mathrm{Fo}_н+\gamma_n^2\,\mathrm{Fo}_о)];$$

$$m_n=\exp[-(p_n^2\,\mathrm{Fo}_н+\gamma_n^2\,\mathrm{Fo}_о)],$$

б) в процессе паузы–охлаждения $0\le\mathrm{Fo}\le\mathrm{Fo}_о$, $N\ge1$,

$$\bar{\theta}_{о,N}(\mathrm{Fo})=\int_0^1\theta_{о,N}(X,\mathrm{Fo})\,dX=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\bar{A}_nT_n(\mathrm{Fo}_н)\exp(-\gamma_n^2\mathrm{Fo}). \quad (6)$$

Здесь $\beta_н^2=\beta_о^2$, $p_n^2=\mu_n^2+\beta_н^2$, $\gamma_n^2=p_n^2$,

$$\bar{A}_n=$$

$$=\frac{2[\mu_n\sin\mu_n+\mathrm{Bi}(1-\cos\mu_n)]^2}{\mu_n^2[\mu_n^2+\mathrm{Bi}^2+(\mu_n^2-\mathrm{Bi}^2)\dfrac{\sin2\mu_n}{2\mu_n}+\mathrm{Bi}(1-\cos2\mu_n)]},$$

n – номер, соответствующий текущему члену ряда; μ_n – собственные числа. Они находятся из решения трансцендентного уравнения

$$\mathrm{ctg}\,\mu=\frac{\mu^2-\mathrm{Bi}^2}{2\,\mathrm{Bi}\,\mu}. \quad (7)$$

Пример

Для иллюстрации применения полученных выражений рассмотрим слой 1, рис. 1, выделенный из обмотки малогабаритного импульсного бетатрона типа МИБ 6/9, с геометрическими размерами $h\cdot2R$=0,0585·0,017 м, $h=h_1+(h_2-h_1)/4$, периметром U=2,034 м, сечением F=0,017 м^2, поверхность которого охлаждается воздухом с коэффициентом теплоотдачи α=34,43 Вт/(м^2·К). Значение коэффициента получено из уравнения $\alpha=\mathrm{Nu}\lambda_ж/(2\delta)$, в котором интенсивность теплоотдачи характеризует число Нуссельта, описываемое зависимостью $\mathrm{Nu}=1{,}85(2\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\delta/h)^{1/3}$ при течении воздуха в каналах [7], где $\mathrm{Re}=2W\delta/\nu$ – число Рейнольдса, $\mathrm{Pr}=\nu/a_ж$ – число Прандтля, ν – коэффициент кинематической вязкости воздуха, м^2/с, $a_ж$ – коэффициент температуропроводности воздуха, м^2/с.

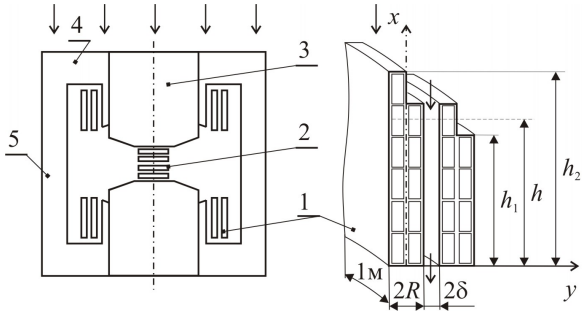

Рис. 1. *Схема к расчету обмотки электромагнита: 1) обмотка; 2) центральные вкладыши; 3) сердечник; 4) ярмо; 5) стойка*

Оценка гидродинамики проведена на основе среднего значения измеренной скорости потока воздуха в охлаждающих каналах W=3,34 м/с, режим течения соответствует ламинарному Re=1431. Средняя температура воздуха в охлаждающих каналах $T_ж$=300,65 К, при которой коэффициенты теплопроводности $\lambda_ж=2{,}63\cdot10^{-2}$ Вт/(м·К), кинематической вязкости $\nu=16{,}34\cdot10^{-6}$ м^2/с, температуропроводности воздуха $a_ж=23{,}05\cdot10^{-6}$ м^2/с, число Прандтля Pr=0,71. Начальная температура обмотки T_0=295,15 К. Теплофизические характеристики материала: коэффициент теплопроводности λ=0,98 Вт/(м·К), удельная объемная теплоемкость $c_p\rho=3{,}471\cdot10^6$ Дж/(м^3·К), коэффициент температуропроводности $a=2{,}823\cdot10^{?7}$ м^2/с. Внутреннее тепловыделение $q_V=q_{V0}[1+\gamma(T-T_0)]$, где $q_{V0}=5\cdot10^5$ Вт/м^3, $\gamma=1/(m+T_0)=3{,}891\cdot10^{?3}$ 1/К – температурный коэффициент активного сопротивления, для медного провода m=–37,85 К. Предельно допустимая температура обмотки равна $T_{доп}$=393,15 К. Определить среднюю температуру при стационарном тепловом режиме.

В таблице приведены результаты расчета используемых собственных чисел.

Подставляя исходные опытные данные в решение (5) при N=1, получим среднюю температуру $\bar{\theta}_{н,1}$=0,1701, $\bar{T}_{н,1}$=350,85 К по высоте слоя обмотки при стационарном тепловом режиме (Fo→∞). Изменение средней температуры в непрерывном режиме нагрузки представлен на рис. 2 кривой 1. На основе результатов численного расчета (5)–(7) характер изменения средней температуры обмотки

при прерывистой работе электромагнита представлен на рис. 2 кривой 2.

Таблица. *Собственные числа, рассчитанные по (7) при Bi=2,055*

n	μ_n	n	μ_n
1	1,73772	7	19,06431
2	4,07562	8	22,17596
3	6,86490	9	25,29487
4	9,83668	10	28,41871
5	2,88274	11	31,54603
6	15,96401	12	34,67591

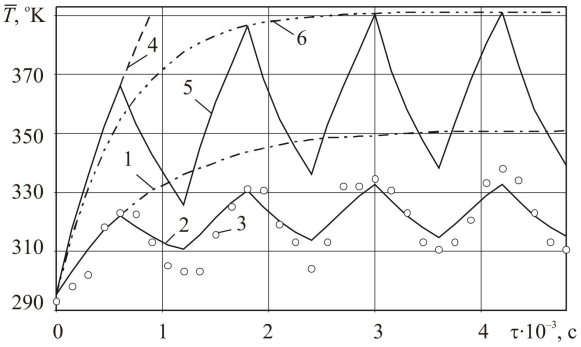

Рис. 2. *Изменение во времени средней температуры обмотки: 1) Po_1=2,244, Bi=1,868; 2) прерывистая работа электромагнита при Po_1=2,244, Bi=1,868; 3) опытные данные; 4) Po_1=5,916, Bi=1,868; 5) прерывистая работа электромагнита при Po_1=5,916, Bi=2,055; 6) Po_1=5,916, Bi=3,164*

Обсуждение результатов

Моделирование температурного режима намагничивающей обмотки проведено на основе параметров, установленных опытным путем: геометрические размеры, средний коэффициент теплоотдачи, мощность внутренних источников теплоты. В соответствии с результатами моделирования характер изменения средней температуры обмотки при непрерывной работе электромагнита представлен на рис. 2 кривыми 1, 4, 6. Результаты расчета прерывистого режима работы электромагнита бетатрона показаны на рис. 2 кривой 2. Опытные данные (точки 3 на рис. 2) говорят о том, что при величине внутренних источниках теплоты $q_{И0}$=1,897·10^5 Вт/м^3 максимальная средняя температура составляет 338,15 К, а минимальная – 311,15 К, т. е. расхождение с результатами аналитического расчета составило соответственно 1,7 и –1,3 %.

Есть основание предполагать, что при проведении электромагнитных испытаний и расчета потерь не учтены добавочные потери, об этом свидетельствует малая тепловая нагрузка намагничивающей обмотки бетатрона на максимальную энергию тормозного излучения 9 МэВ для частоты следования импульсов тока 400 Гц. С учетом добавочных потерь мощность внутренних источников теплоты составляет не менее $q_{И0}$=5·10^5 Вт/м^3. Это подтверждает расчет режима на мощность внутренних источников теплоты $q_{И0}$=5·10^5 Вт/м^3, представленный в примере. Предполагается, что результаты расчета прерывистого режима работы электромагнита бетатрона, рис. 2, кривая 5, лучше соответствуют его тепловому состоянию. При проведении опытов был принят прерывистый режим работы электромагнита бетатрона с продолжительностью токовой электрической нагрузки 0,6·10^3 с ($Fo_н$=0,0495) и паузой охлаждения, равной 0,6·10^3 с (Fo_o=0,0495). После повторения четырех циклов, рис. 2, кривая 5, наступил квазистационарный тепловой режим: при нагрузке средняя температура по высоте слоя обмотки достигла 391,65 К, а при паузе – 338,85 К.

Выводы

1. Решена задача расчета средних нестационарных температур обмотки бетатронов с произвольным числом циклов нагрева и охлаждения.
2. Методика расчета может быть использована для определения средней температуры по высоте обмоток трансформаторов бетатронов при повторно-кратковременной нагрузке не только в квазистационарном режиме, но и при произвольном числе циклов «нагрузка – пауза».
3. Приведены результаты численного моделирования нестационарных температурных режимов намагничивающей обмотки электромагнита. Показано, что при длительной тепловой нагрузке трансформатора-бетатрона средняя температура в обмотке значительно превышает допустимую величину, в связи с чем следует увеличить среднюю скорость потока воздуха в охлаждающих каналах или использовать прерывистый тепловой режим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Логинов В.С. Исследование температурных режимов электромагнитов бетатронов: Дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 1973. – 251 с.
2. Логинов В.С. Приближенные методы теплового расчета активных элементов электрофизических установок: Дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Томск, 2003. – 317 с.
3. Логинов В.С. Температурные режимы проводов при произвольном числе повторений нагрева–охлаждения // Электрические станции. – 1976. – № 9. – С. 6–9.
4. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. – Л.: Энергия, 1974. – 264 с.
5. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
7. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справочник / Под ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 560 с.

Поступила 22.09.2008 г.