

- ций, поэтому исследование процессов изменения в составе, связанных с временным фактором, изменением температуры окружающей среды, целесообразно проводить в натуральных условиях.
4. Полученные данные позволяют судить об эффективной работе цеолитового фильтра:
    - за время эксперимента (свыше 800 ч) адсорбционные свойства цеолита практически не изменились;
    - значение давления после устройства оставалось в пределах нормы, т. е. не превышало 15 % от рабочего.
  5. Полученная в результате эксперимента зависимость перепада давления от времени работы фильтрующего элемента в условиях межсезонья позволяет спрогнозировать ситуацию поведения цеолита в заданных условиях:
    - время насыщения цеолита без регенерации до достижения максимального перепада давления составляет 10,6 ч;
    - максимальное значение числа регенераций для поддержания оптимального значения перепада давления до и после адсорбционного устройства порядка 100 раз.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Танатаров М.А., Ахмедшина М.Н., Фасхутдинов Р.А. и др. Технологические расчеты установок переработки нефти. – М.: Химия, 1987. – 352 с.
2. Гриценко А.И., Александров И.А., Галанин И.А. Физические методы переработки и использования газа. – М.: Недра, 1981. – 224 с.
3. Мурина В.И. Технология переработки природного газа и конденсата: Справочник. В 2 ч., Ч. 1. – М.: Недра, 2002. – 194 с.
4. Ильина М.Н. Требования к подготовке попутного нефтяного газа для малой энергетики // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 310. – № 2. – С. 167–171.
5. Спейшер В.А., Горбаненко А.Д. Повышение эффективности использования газа и мазута в энергетических установках. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 183 с.

Поступила 06.10.2008 г.

УДК 538.56:538.542.001.24

### ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МАССИВНЫХ ПРОВОДНИКОВ

Г.В. Носов

Томский политехнический университет  
E-mail: nosov@elti.tpu.ru

*Получены формулы для расчета эквивалентных импульсных параметров массивных проводников с учетом адиабатного нагрева и нелинейных магнитных свойств поверхностного слоя (при диффузии плоской одномерной электромагнитной волны в проводящее полупространство. Эквивалентные параметры (толщина и температура поверхностного слоя, давление магнитного поля и мощность тепловых потерь, сопротивление и индуктивность) принимаются усредненными и постоянными во время действия импульса напряженности магнитного поля на поверхности проводника. Форма этого импульса приближенно учитывается его длительностью, среднеквадратичным значением и числом положительных и отрицательных полуволн. Нелинейные магнитные свойства ферромагнитного проводника учитываются степенной зависимостью для его кривой намагничивания. Достоверность полученных формул подтверждается рассмотрением частых случаев для неферромагнитных проводников и рассчитанными зависимостями для магнитной проницаемости конструкционной стали.*

#### Ключевые слова:

*Эквивалентные импульсные параметры, массивные проводники, ферромагнитные проводники, поверхностный слой, скин-эффект, магнитное поле, магнитная проницаемость, кривая намагничивания, плоская электромагнитная волна.*

При проектировании и оптимизации многих электрофизических устройств, работающих в импульсном режиме, возникает необходимость расчета их параметров с учетом проникновения (диффузии) электромагнитного поля (ЭМП) в массивные проводники. Такими проводниками могут быть электромагнитные экраны, обмотки и роторы электромашинных генераторов, а также нагреваемые детали в устройствах индукционного нагрева. В настоящее время при расчете диффузии ЭМП широкое применение получили численные методы прямого решения на ЭВМ уравнений электродина-

мики. Однако такое решение приводит к чрезмерно большим затратам машинного времени и во многих случаях затрудняет анализ влияния различных импульсов ЭМП на такие параметры проводников как сопротивление, индуктивность, глубина проникновения ЭМП в проводник, температура и давление магнитного поля [1]. Исследования электрофизических устройств при наличии поверхностного эффекта в проводниках существенно упрощаются с использованием эквивалентных параметров поверхностного слоя (скин-слоя) проводников [1–4]. Расчет импульсных параметров

массивных проводников при диффузии в них различных по форме импульсов ЭМП с учетом нагрева и нелинейных магнитных свойств скин-слоя по-прежнему представляется актуальной задачей.

Цель данной работы заключается в получении приемлемой для инженерных расчетов методики определения эквивалентных импульсных параметров массивных проводников. Для этого сделаем следующие допущения.

1. Размеры массивных проводников существенно превосходят глубину проникновения в них ЭМП, поэтому будем исходить из представления о плоской одномерной электромагнитной волне, проникающей в проводник перпендикулярно его поверхности и полностью затухающей в его теле [5–7].
2. Эквивалентная глубина проникновения ЭМП в массивный проводник  $\Delta$  принята постоянной и определяется физическими свойствами материала проводника.

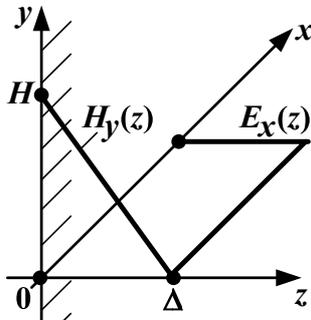


Рис. 1. Распределение действующих значений напряженностей плоской одномерной электромагнитной волны в проводящем полупространстве

3. В поверхностном слое проводника при  $0 \leq z \leq \Delta$  плоская одномерная электромагнитная волна характеризуется среднеквадратичными (действующими) значениями (рис. 1):

- напряженности магнитного поля

$$H_y(z) = H \cdot \left[1 - \frac{z}{\Delta}\right], \quad (1)$$

где действующее значение напряженности на поверхности проводника

$$H = \sqrt{\frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} [H_s(t)]^2 dt},$$

причем  $H_s(t)$  – заданная напряженность магнитного поля на поверхности проводника как функция времени;

- индукции магнитного поля

$$B_y(z) = M \cdot H_y(z)^{1/n}, \quad (2)$$

где  $M$  и  $n$  – постоянные в первом приближении параметры проницаемости и степени кривой намагничивания ферромагнитного проводника [6], причем для любого неферромагнитного проводника  $M = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м и  $n = 1$ ;

- напряженности электрического поля [7]

$$E_x(z) = -\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d[H_y(z)]}{dz} = \frac{H}{\gamma \cdot \Delta}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – постоянная удельная проводимость проводника ( $1/\text{Ом} \cdot \text{м}$ );

- плотности тока [7]

$$\delta_x(z) = \gamma \cdot E_x(z) = \frac{H}{\Delta}. \quad (4)$$

4. Вне поверхностного слоя проводника при  $z > \Delta$  ЭМП отсутствует:

$$H_y(z) = 0; B_y(z) = 0; E_x(z) = 0; \delta_x(z) = 0.$$

5. Длительность импульса  $\tau$  ЭМП достаточно мала, поэтому нагрев поверхностного слоя проводника при  $0 \leq z \leq \Delta$  происходит адиабатно (без учета теплоотдачи в окружающую среду) и за счет равномерной и постоянной плотности тока (4) усредненная температура этого слоя  $\theta$  также равномерна и постоянна.

6. При любой температуре  $\theta$  поверхностный слой проводника при  $0 \leq z \leq \Delta$  характеризуется постоянными значениями удельной теплоемкости  $C_T$ , Дж/(кг·°C) и удельной плотности  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>, проводника, а удельная проводимость этого слоя зависит от температуры как [8]:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha_T[\theta - \theta_0] + \beta_T[\theta - \theta_0]^2}, \quad (5)$$

где  $\gamma_0$  – удельная проводимость при температуре  $\theta_0$ , которая была до воздействия импульса ЭМП;  $\alpha_T$  и  $\beta_T$  – постоянные температурные коэффициенты сопротивления проводника.

В результате для поверхностного слоя на основании формул (1–3) находим среднюю мощность тепловых потерь [7]

$$P = l_x l_y \int_0^{\Delta} \gamma E_x(z)^2 dz = \frac{H^2}{\gamma \cdot \Delta} l_x l_y, \quad (6)$$

усредненную энергию магнитного поля

$$\begin{aligned} W &= l_x l_y \int_0^{\Delta} [H_y(z) \cdot dB_y(z)] dz = \\ &= \frac{nM}{(1+n)(1+2n)} l_x l_y \cdot \Delta \cdot H^{(1+n)/n} \end{aligned} \quad (7)$$

и усредненный магнитный поток

$$\Phi = l_x \int_0^{\Delta} B_y(z) dz = \frac{nM}{(1+n)} l_x \cdot \Delta \cdot H^{1/n}, \quad (8)$$

где  $l_x$  и  $l_y$  – размеры проводника по координатам  $x$  и  $y$  соответственно (рис. 1).

Для определения эквивалентной глубины проникновения ЭМП в проводник (толщины поверхностного слоя)  $\Delta$  воспользуемся законом электромагнитной индукции [7]

$$e(t) = \oint \overline{E} dl = -\frac{d\Phi(t)}{dt},$$

тогда для действующих значений приближенно гармонических функций ЭДС  $e(t)$  и магнитного потока  $\Phi(t)$  имеем

$$-E_x(0) \cdot l_x + E_x(z) \cdot l_x \approx -\omega\Phi, \quad (9)$$

где  $\omega = \pi m / \tau$  – расчетная угловая частота импульса ЭМП;  $m$  – число положительных и отрицательных полувольт в импульсе  $H_s(t)$ , причем для прямоугольного видеоимпульса и для импульса в виде одной полуволны синусоиды принимаем  $m=1$ .

В результате при  $z > \Delta$  и  $E_x(z)=0$  с учетом (3,8,9) получаем

$$\Delta \approx \sqrt{\frac{(1+n)\tau}{\pi m n M \gamma}} \cdot H^{(n-1)/n} = \sqrt{\frac{(1+n)}{n M \gamma \omega}} \cdot H^{(n-1)/n}. \quad (10)$$

Достоверность формулы (10) подтверждается тем, что для неферромагнитного проводника при  $M=\mu_0$  и  $n=1$  формула (10) дает известную эквивалентную толщину поверхностного слоя для установившегося гармонического ЭМП [5]

$$\Delta \approx \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}, \quad (11)$$

позволяет приближенно рассчитать при  $m=1$  известную глубину диффузии прямоугольного видеоимпульса  $H_s(t)$  [8]

$$\Delta \approx 0,8 \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\mu_0 \gamma}} \approx \sqrt{\frac{\tau}{\mu_0 \gamma}} \quad (12)$$

и дает возможность определить приближенную эквивалентную толщину скин-слоя для радиоимпульса в виде нескольких полувольт синусоиды  $H_s(t)$  [1]

$$\Delta \approx \sqrt{\frac{2\tau}{\pi m \mu_0 \gamma}} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}} \cdot \sqrt{\frac{\omega\tau}{\pi m}} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}. \quad (13)$$

Из уравнения адиабатного процесса нагрева [9]

$$\delta_x(z)^2 = \gamma C_T \rho \frac{d\theta}{dt} \approx \gamma C_T \rho \frac{\theta - \theta_0}{\tau},$$

с учетом (10) определяем усредненную температуру скин-слоя

$$\begin{aligned} \theta &\approx \theta_0 + \frac{\delta_x(z)^2 \tau}{\gamma C_T \rho} \\ &= \theta_0 + \frac{H^2 \tau}{\gamma C_T \rho \Delta^2} \approx \theta_0 + \frac{\pi m n M}{(1+n) C_T \rho} \cdot H^{(1+n)/n}. \end{aligned} \quad (14)$$

Усредненное давление магнитного поля с индукцией (2) на поверхностный слой с плотностью тока (4) можно рассчитать следующим образом [10]

$$\sigma = \int_0^{\Delta} [\delta_x(z) \cdot B_y(z)] dz = \frac{nM}{(1+n)} \cdot H^{(1+n)/n}. \quad (15)$$

Сопротивление  $R$  и индуктивность  $L$  массивного проводника найдем с учетом (6) и (7) из уравнений для действующего значения тока

$$I = l_y \cdot \int_0^{\Delta} \delta_x(z) dz = l_y \cdot H,$$

средней мощности тепловых потерь

$$P = I^2 \cdot R$$

и усредненной энергии магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} I^2 \cdot L.$$

В результате получаем сопротивление

$$R = \frac{l_x}{l_y \gamma \Delta} \quad (16)$$

и индуктивность массивного проводника для внутреннего магнитного поля

$$L = \frac{2nM}{(1+n)(1+2n)} \cdot \frac{l_x}{l_y} \Delta \cdot H^{(1-n)/n}. \quad (17)$$

Если для кривой намагничивания ферромагнитного проводника заданы значения напряженности  $H_1, H_2$  и известны соответствующие им значения индукции  $B_1$  и  $B_2$ , то тогда можно рассчитать используемые в выше приведенных формулах параметры степени

$$n = \frac{\ln(H_2/H_1)}{\ln(B_2/B_1)} \quad (18)$$

и проницаемости

$$M = \frac{B_1}{H_1^{1/n}}. \quad (19)$$

Так, например, для конструкционных ферромагнитных сталей с усредненной кривой намагничивания (рис. 2), параметры, рассчитанные по (18) и (19) при  $H_2 > H_1$  и изменении напряженности  $H$  от  $10^2$  до  $5 \cdot 10^6$  А/м, принимают значения  $n=0,5...12,4$  (рис. 3) и  $M=2 \cdot 10^{-5}...0,844$  (рис. 4). Таким образом, параметры  $n$  и  $M$  кривой намагничивания необходимо подставлять в формулы (10, 14, 15, 17) как функции  $H$  (рис. 2).

На рис. 5–9 приведены расчетные зависимости для радиоимпульса при  $\tau=0,5$  с,  $m=50$ ,  $\omega=314$  рад/с, полученные по (10, 13–15, 6) для меди  $\theta_0=20$  °С;  $\gamma_0=5 \cdot 10^7$  1/(Ом·м);  $\alpha_r=4,2 \cdot 10^{-3}$  1/°С;  $\beta_r=0,453 \cdot 10^{-6}$  1/°С<sup>2</sup>;  $\rho=8900$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_T=385,5$  Дж/(кг°С) и конструкционной ферромагнитной стали  $\theta_0=20$  °С;  $\gamma_0=5 \cdot 10^6$  1/(Ом·м);  $\alpha_r=5,5 \cdot 10^{-3}$  1/°С;  $\beta_r=9 \cdot 10^{-6}$  1/°С<sup>2</sup>;  $\rho=7850$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_T=575$  Дж/(кг°С) с использованием найденных параметров  $n, M$  (рис. 3, 4).

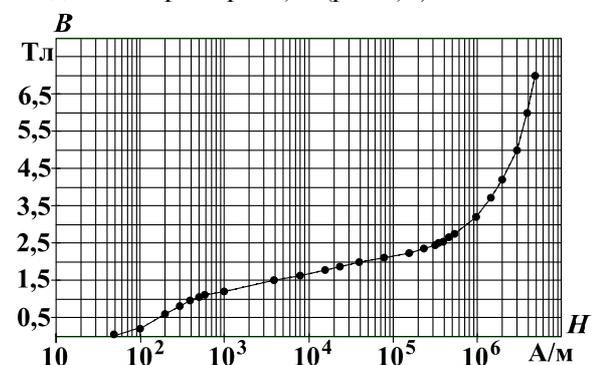


Рис. 2. Усредненная кривая намагничивания конструкционных сталей: «●●●» – заданные значения из [6]; «—» – расчетная зависимость  $B=M \cdot H^{1/n}$

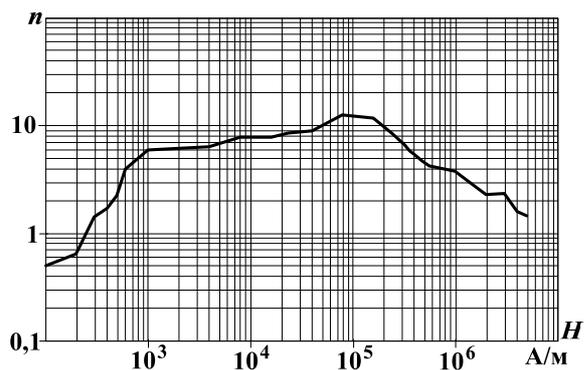


Рис. 3. Зависимость безразмерного параметра степени усредненной кривой намагничивания конструкционных сталей от действующего значения напряженности на поверхности сталей

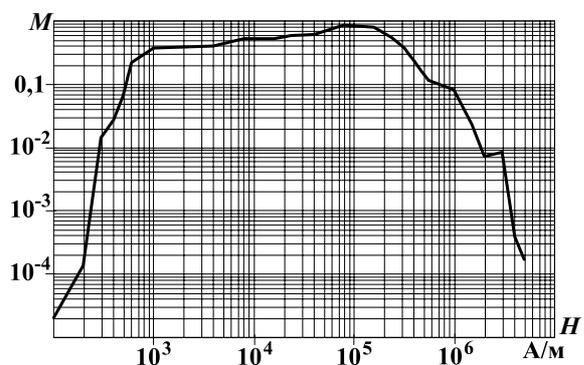


Рис. 4. Зависимость параметра проницаемости усредненной кривой намагничивания конструкционных сталей от напряженности, размерность –  $(Гн\cdot м) \cdot (А/м)^{(n-1)/n}$

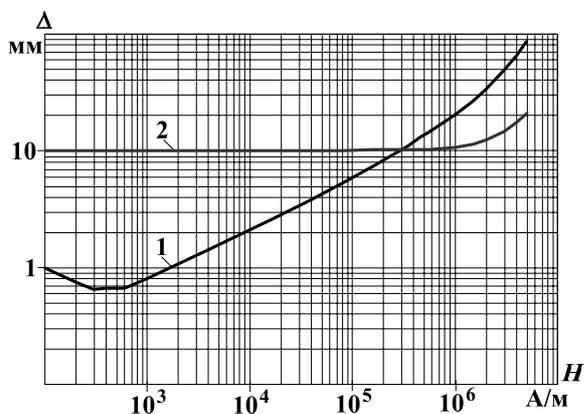


Рис. 5. Зависимости эквивалентной толщины поверхностного слоя от напряженности: 1) конструкционная сталь; 2) медь

Таким образом, полученные формулы могут использоваться для расчета эквивалентных импульсных параметров массивных ферромагнитных и неферромагнитных проводников при воздействии на них импульсного ЭМП. На основании анализа формул и проведенных расчетов можно сформулировать следующие выводы.

1. С увеличением числа положительных и отрицательных полуволн  $m$  в импульсе напряженности

магнитного поля на поверхности проводника  $H_s(t)$  эквивалентная толщина скин-слоя  $\Delta$  уменьшается, а температура этого слоя  $\theta$  возрастает, причем на эту температуру не влияет удельная проводимость  $\gamma$ .

2. С увеличением действующего значения  $H$  напряженности  $H_s(t)$  для неферромагнитного проводника величины  $\theta$  и  $\Delta$  возрастают особенно заметно при  $H > 10^6$  А/м.

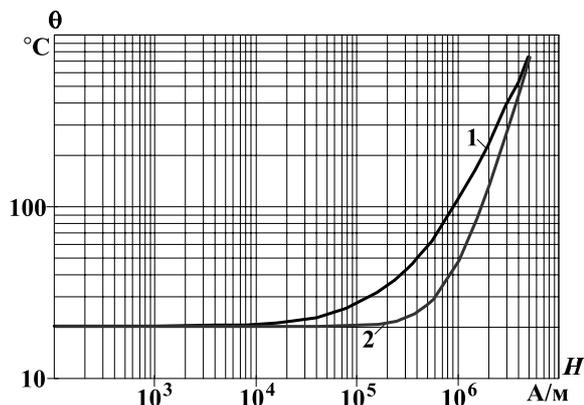


Рис. 6. Зависимости температуры поверхностного слоя от напряженности: 1) конструкционная сталь; 2) медь

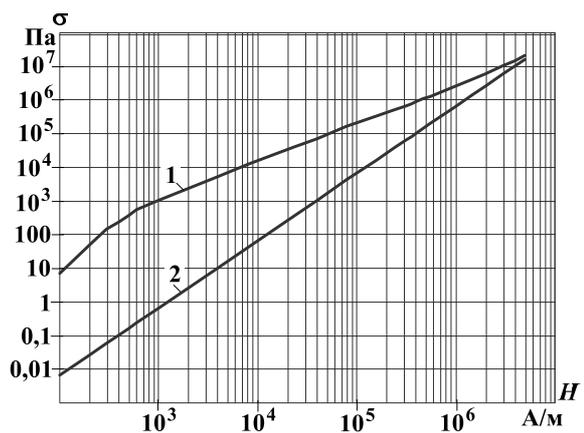


Рис. 7. Зависимости давления магнитного поля от напряженности: 1) конструкционная сталь; 2) медь

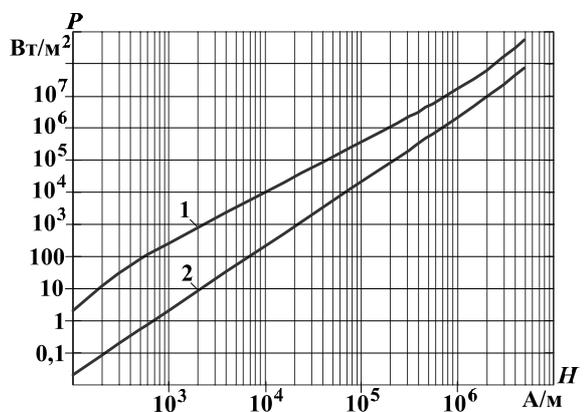


Рис. 8. Зависимости удельной средней мощности тепловых потерь от напряженности: 1) конструкционная сталь; 2) медь

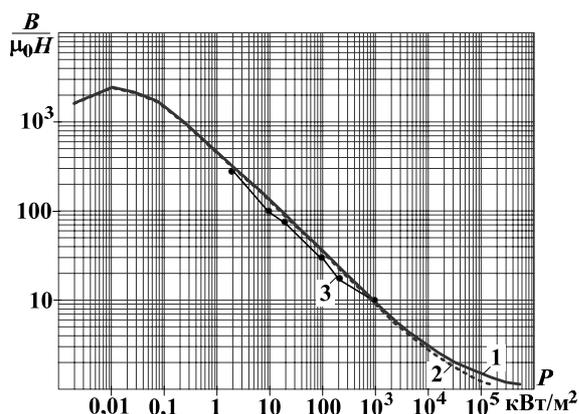


Рис. 9. Зависимости относительной магнитной проницаемости конструкционной стали на поверхности ( $z=0$ ) для действующих значений  $H$  от удельной средней мощности тепловых потерь: 1) расчет с учетом нагрева; 2) расчет без учета нагрева; 3) результат без учета нагрева для установившегося гармонического ЭМП из [6]

3. За счет нелинейности кривой намагничивания ферромагнитного проводника с увеличением действующего значения напряженности  $H$  величина  $\theta$  возрастает, а  $\Delta$  вначале уменьшается, а при  $H > 10^3$  А/м – возрастает.
4. С увеличением действующего значения напряженности  $H$  удельная средняя мощность тепло-

вых потерь  $P$  и давление магнитного поля  $\sigma$  возрастают, причем для ферромагнитных проводников значения  $P$  и  $\sigma$  превышают соответствующие величины для неферромагнитных проводников.

5. На эквивалентные параметры массивных проводников ( $\Delta$ ,  $\theta$ ,  $P$ ,  $\sigma$ , сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$ ) влияет форма импульса напряженности  $H_s(t)$ , которая приближенно учитывается длительностью импульса  $\tau$ , величинами  $m$  и  $H$ , причем это влияние особенно заметно для ферромагнитных проводников.
6. При воздействии на массивный проводник видеоимпульса  $H_s(t)$  при  $m=1$  предельным значением можно считать  $H > 1,77 \cdot 10^7$  А/м ( $B = \mu_0 H > 22$  Тл), когда  $\theta > 200$  °С и  $\sigma > 1,97 \cdot 10^8$  Па, т. е. тогда возможно разрушение проводника.
7. Достоверность методики расчета подтверждается получением для неферромагнитных проводников, как для частных случаев, известных формул (11–13) и зависимостями для относительной магнитной проницаемости конструкционной стали (рис. 9), которые удовлетворительно совпадают с зависимостью из [6] и дают, что общеизвестно [6], магнитную проницаемость практически независящую от нагрева до температуры Кюри ( $\sim 750$  °С).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров С.Р. Расчет эквивалентных параметров скин-слоя с учетом джоулева нагрева // Электричество. – 1987. – № 6. – С. 61–63.
2. Носов Г.В., Эськов В.Д. К расчету эквивалентной глубины скин-слоя при импульсных токах // Электричество. – 1990. – № 6. – С. 82–83.
3. Носов Г.В. Эквивалентные параметры массивных проводников с учетом их нагрева при аperiodических импульсных токах // Электротехника. – 1991. – № 10. – С. 42–44.
4. Носов Г.В. Эквивалентные параметры массивных проводников с учетом их нагрева в установившемся режиме при периодических токах // Электричество. – 1992. – № 10. – С. 55–57.
5. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
6. Кувалдин А.Б. Индукционный нагрев ферромагнитной стали. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 200 с.
7. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Том 3. – 4-е изд. / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – 377 с.
8. Туровский Я. Техническая электродинамика. – М.: Энергия, 1974. – 488 с.
9. Теория электрических аппаратов / Под ред. Г.Н. Александрова. – М.: Высшая школа, 1985. – 312 с.
10. Татур Т.А. Основы теории электромагнитного поля. Справочное пособие. – М.: Высшая школа, 1989. – 271 с.

Поступила 18.09.2008 г.