УДК 534.1

СТАЦИОНАРНОЕ ВРАЩЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА НА ГИБКОМ ВАЛУ С МАЯТНИКОВЫМИ ПОДВЕСКАМИ

В.А. Дубовик, В.М. Замятин, Г.Р. Зиякаев

Томский политехнический университет
E-mail: zgr@rambler.ru

Получены условия существования и устойчивости синхронных движений неуравновешенного ротора с двумя маятниками, имеющими общую ось подвеса. Установлено влияние несовпадения этой оси с валом ротора на самоуравновешивание системы.

Ключевые слова:
Ротор, самоуравновешивание, устойчивость, маятниковый балансир, эксцентриситет, дебаланс, синхронизация вращательных движений, порождающая система уравнений, критическая угловая скорость.

Для создания ряда технических устройств, в частности автобалансиров, представляет интерес задача об установившемся движении сидящего на вертикальном валу ротора с двумя маятниками. Перечень работ, посвященных изучению маятниковых автобалансиров, приводится в монографиях [1–3]. Качественная картина работы автобалансировщика с маятниками, свободно вращающимися на валу ротора, подробно рассмотрена в [2]. В [3] исследуются условия взаимного уравновешивания маятников при вращении уравновешенного диска. Ниже изучается стационарное движение дебалансного ротора с двумя одинаковыми физическими маятниками, общая ось подвеса которых не совпадает с валом, как задача о синхронизации объектов с вращательными движениями [3]. Целью работы является отыскание таких движений системы ротор-маятники, которые допускают минимальный прогиб вала при заданном положении оси подвеса.

Динамическая схема рассматриваемой механической системы показана на рис. 1, *а*. Ротор с дебалансом $CP=e$ закреплен посредине гибкого вертикального вала в точке C так, что он может двигаться только в горизонтальной плоскости xOy. При вращении вала вокруг оси AOB с постоянной угловой скоростью ω он прогибается и, согласно [4], в общем случае вектор дебаланса ротора $\overline{CP}$ составляет с вектором стрелы прогиба вала $\overline{OC}$ угол сдвига фазы движения γ.

Система имеет четыре степени свободы и её движение в неподвижной плоскости xOy описывается двумя уравнениями колебаний маятников с учетом подвижности их осей и двумя уравнениями перемещения ротора. За обобщенные координаты примем смещения вдоль осей Ox, Oy, точки крепления ротора к валу $C - x$, y и углы поворота маятников φ_1, φ_2, отсчитываемые от положительного направления оси Ox против хода часовой стрелки.

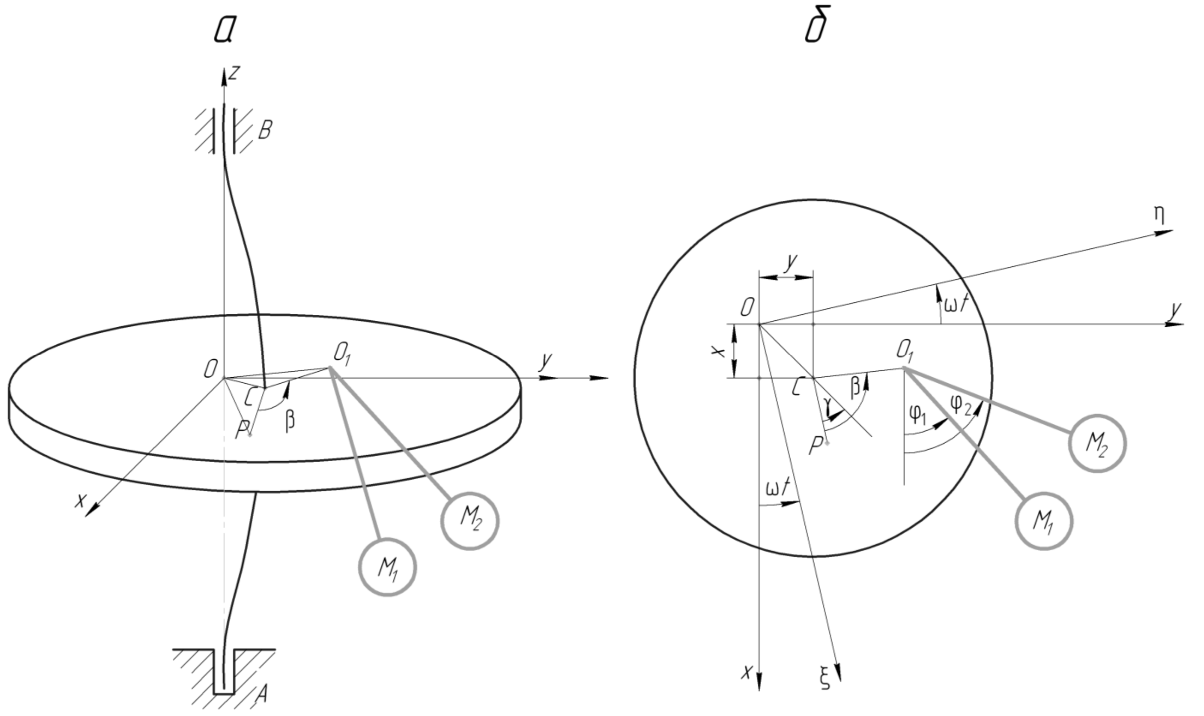

Рис. 1. *Схема: а) крепления и б) движения ротора с маятниками*

Оси $O\xi$, $O\eta$ жестко связаны с ротором, ось $O\xi$ параллельна вектору дебаланса $\overline{CP}$. Точки C, P, O_1 – неподвижны в системе отсчета $\xi O\eta$.

В соответствии с рис. 1, *б*, функция Лагранжа и обобщенные неконсервативные силы запишутся в форме

$$L = \frac{1}{2}m_p[(\dot{x} - e\,\omega \sin\omega t)^2 + (\dot{y} + e\,\omega\cos\omega t)^2] +$$
$$+\frac{1}{2}I_p\,\omega^2 +$$
$$+\sum_{k=1}^{2}[\frac{1}{2}m[\dot{x} - \varepsilon\,\omega\sin(\omega t + \beta) - \ell\,\dot{\varphi}_k \sin\varphi_k]^2 +$$
$$+\frac{1}{2}m[\dot{y} + \varepsilon\,\omega\cos(\omega t + \beta) + \ell\,\dot{\varphi}_k\cos\varphi_k]^2 + \frac{1}{2}I\,\dot{\varphi}_k^2] -$$
$$-\frac{1}{2}c\,(x^2 + y^2),$$
$$Q_x = 0,\ Q_y = 0,\ Q_{\varphi k} = -k_0(\dot{\varphi}_k - \omega),\ (k = 1,2). \quad (1)$$

Здесь m_p – масса ротора; m – масса маятника; $\ell = O_1M_1 = O_1M_2$ – расстояние от оси маятника до его центра масс; $\varepsilon = CO_1$ – расстояние от вала до оси маятников (эксцентриситет подвески маятников); β – угол между дебалансом $\overline{CP}$ и вектором $\overline{CO_1}$; c – изгибная жесткость вала; I_p и I – моменты инерции ротора и маятника относительно центральных осей, параллельных оси вращения Oz; k_0 – коэффициент вязкого сопротивления относительному вращению маятников; точка сверху означает производную по времени.

Подставляя (1) в уравнения Лагранжа второго рода приходим к дифференциальным уравнениям движения системы

$$M\,\ddot{x} + c\,x = m_p e\,\omega^2\cos\omega t + 2m\,\varepsilon\,\omega^2\cos(\omega t + \beta) +$$
$$+m\,\ell\sum_{k=1}^{2}(\ddot{\varphi}_k\sin\varphi_k + \dot{\varphi}_k^2\cos\varphi_k),$$
$$M\,\ddot{y} + c\,y = m_p e\,\omega^2\sin\omega t + 2m\,\varepsilon\,\omega^2\sin(\omega t + \beta) +$$
$$+m\,\ell\sum_{k=1}^{2}(\dot{\varphi}_k^2\sin\varphi_k - \ddot{\varphi}_k\cos\varphi_k). \quad (2)$$

$$(I + m\,\ell^2)\ddot{\varphi}_k + k_0(\dot{\varphi}_k - \omega) + m\,\ell\,(\ddot{y}\cos\varphi_k - \ddot{x}\sin\varphi_k) +$$
$$+m\,\ell\,\varepsilon\,\omega^2\sin(\varphi_k - \omega t - \beta) = 0;$$
$$(k = 1,2), \quad (3)$$

где $M = m_p + 2m$ – масса всей системы.

Для исследования разыскиваемых движений следует получить условия существования и устойчивости таких решений системы дифференциальных уравнений (2, 3), в которых $x = y = 0$ (или остаются достаточно малыми). Для решения этой задачи применим теорию синхронизации объектов с равномерным вращательным движением.

Следуя [3], представим уравнения вращения маятников (3) в виде

$$\ddot{\varphi}_k + \chi\,(\dot{\varphi}_k - \omega) = \mu\,\Phi_k(\varphi_k, \ddot{x}, \ddot{y}), \quad (4)$$

где

$$\chi = k_0/(I + m\,\ell^2),$$
$$\mu\,\Phi_k(\varphi_k, \ddot{x}, \ddot{y}) =$$
$$= \frac{m\ell}{I + m\ell^2}[\ddot{x}\sin\varphi_k - \ddot{y}\cos\varphi_k - \varepsilon\,\omega^2\sin(\varphi_k - \omega t - \beta)],$$
$$(k = 1,2), \quad (5)$$

$\mu = m\ell/(I + m\ell^2) < 1$ – положительный малый параметр.

Порождающая система уравнений, получаемая из (2), (4) при $\mu = 0$, допускает семейство синхронных нерезонансных ($c/m \neq \omega^2$) решений [3]:

$$\varphi_1^0 = \omega t + \alpha_1, \quad \varphi_2^0 = \omega t + \alpha_2,$$
$$x^0(t, \delta) =$$
$$= D[\lambda\cos\omega t + \sum_{k=1}^{2}\cos(\omega t + \alpha_k) + 2\,\delta\cos(\omega t + \beta)],$$
$$y^0(t, \delta) =$$
$$= D[\lambda\sin\omega t + \sum_{k=1}^{2}\sin(\omega t + \alpha_k) + 2\,\delta\sin(\omega t + \beta)]. \quad (6)$$

Здесь введены обозначения:

$$D = \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2}\frac{m\,\ell}{M}, \quad \lambda = \frac{m_p\,e}{m\,\ell}, \quad \delta = \frac{\varepsilon}{\ell},$$

$p^2 = c/M$ – собственная частота устройства.

Решения (6) зависят от двух постоянных α_1 и α_2, которые по своему смыслу (рис. 1, *б*) представляют углы отклонения маятников от направления вектора дебаланса $\overline{CP}$, вращающегося с угловой скоростью ω. Для определения этих постоянных составим основные уравнения [3]. Решения (6) подставляем в (5), усредняем по времени за период $2\pi/\omega$, получаем порождающие функции

$$P_k(\alpha_1, \alpha_2) =$$
$$= -\mu\,\omega^2 D\begin{bmatrix}\lambda\sin\alpha_k + \\ +\sum_{j=1}^{2}\sin(\alpha_k - \alpha_j) + \delta\,d\sin(\alpha_k - \beta)\end{bmatrix},$$
$$(k = 1,2), \quad (7)$$

где $d = (Mp^2 - m_p\omega^2)/m\omega^2$.

Приравнивая нулю выражения (7), имеем основные уравнения, из которых определяются значения α_1 и α_2:

$$\lambda\sin\alpha_1 + \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \delta\,d\sin(\alpha_1 - \beta) = 0,$$
$$\lambda\sin\alpha_2 + \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + \delta\,d\sin(\alpha_2 - \beta) = 0. \quad (8)$$

Достаточные условия асимптотической устойчивости синхронных решений (6), согласно [3], записываются в виде

$$L_1 \equiv -\left(\frac{\partial P_1}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial P_2}{\partial \alpha_2}\right) > 0,$$
$$L_2 \equiv \left(\frac{\partial P_1}{\partial \alpha_1}\frac{\partial P_2}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial P_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial P_2}{\partial \alpha_1}\right) > 0. \quad (9)$$

Подставляя в (9) производные от порождающих функций (7), окончательно получаем

$$L_1 \equiv \mu\,\omega^2 D\{\lambda\,(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2)+2\cos(\alpha_1-\alpha_2)+$$
$$+\delta\,d[(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2)\cos\beta+$$
$$+(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2)\sin\beta]\}>0,$$
$$L_2 \equiv \mu^2\omega^4 D^2\{[\lambda\cos\alpha_1+\delta\,d\cos(\alpha_1-\beta)]\times$$
$$\times[\lambda\cos\alpha_2+\delta\,d\cos(\alpha_2-\beta)]+$$
$$+\lambda\cos(\alpha_1-\alpha_2)(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2)+$$
$$+\delta\,d\cos(\alpha_1-\alpha_2)[\cos(\alpha_1-\beta)+\cos(\alpha_2-\beta)]\}>0. \quad (10)$$

Далее рассмотрим частные случаи.

1. **Эксцентриситет подвески маятников** ε=0. Маятники свободно вращаются на валу. Постоянные $\alpha_1=\alpha_1^*$, $\alpha_2=\alpha_2^*$ находятся из уравнений (8) при δ=0. Эти уравнения по виду совпадают с аналогичными уравнениями для шарового автобалансира [3, 5]. Они допускают четыре различных решения:

1. $\alpha_1^*=-\alpha_2^*=\pi-\theta,\quad \theta=\arccos\dfrac{\lambda}{2},$
2. $\alpha_1^*=0,\quad \alpha_2^*=0,$
3. $\alpha_1^*=\pi,\quad \alpha_2^*=\pi,$
4. $\alpha_1^*=0,\quad \alpha_2^*=\pi.$ (11)

Используя (6) и (10), получаем координаты точки C – точки крепления ротора к валу и значения выражений L_1 и L_2, соответствующие каждому решению из (11)

1. $x^0(t,0)=0,\ y^0(t,0)=0,\ L_1=-2\,\mu\,\omega^2 D,\ L_2=$ $=\mu^2\omega^4 D^2\,\lambda^2\left(1-\dfrac{\lambda^2}{4}\right).$
2. $x^0(t,0)=D(\lambda+2)\cos\omega t,\ y^0(t,0)=D(\lambda+2)\sin\omega t,$ $L_1=\mu\,\omega^2 D\,(2\lambda+2),\ L_2=\mu^2\omega^4 D^2\,\lambda\,(\lambda+2).$
3. $x^0(t,0)=D(\lambda-2)\cos\omega t,\ y^0(t,0)=D(\lambda-2)\sin\omega t,$ $L_1=\mu\,\omega^2 D\,2(1-\lambda),\ L_2=\mu^2\omega^4 D^2\,\lambda\,(\lambda-2).$
4. $x^0(t,0)=\lambda\,D\cos\omega t,\ y^0(t,0)=\lambda\,D\sin\omega t,$ $L_1=-2\,\mu\,\omega^2 D,\ L_2=-\mu^2\omega^4 D^2.$ (12)

Взаимное расположение маятников и точек C, P показано в работе [2]. Из (12) следует, что только первое решение является основным [3], при котором отсутствует прогиб вала ($x^0(t,0)=0$, $y^0(t,0)=0$). Это решение, согласно (11) и (12) существует при

$$\frac{\lambda}{2}=\frac{m_p e}{2\,m\,\ell}<1 \quad (13)$$

и является устойчивым при $D<0$, т. е. в закритической области вращения вала

$$\omega>p=\sqrt{c/M}. \quad (14)$$

Остальные решения из (11) являются побочными [3]. Для них существует прогиб вала, что приводит к возникновению дополнительных реакций подшипников. Из (12) видно, что в этих решениях точка крепления ротора к валу движется по окружностям с радиусами соответственно

$$|D|(\lambda+2),\ |D|(\lambda-2),\ |D|\lambda.$$

Требуя выполнения неравенств (9) для L_1 и L_2 из (12) заключаем, что второе решение из (11) устойчиво при $D>0$ или при $\omega<p$ (т. е. в докритической области вращения вала); третье решение устойчиво при $\lambda>2$, $\omega>p$; четвертое – вообще неустойчиво.

Таким образом, при выполнении условия (13) существует единственное основное решение устойчивое в закритической области (14). Сказанное определяет область эффективного применения маятниковых автобалансиров.

2. **Ось вращения маятников не совпадает с валом** ($\varepsilon\neq0$), при этом считаем $\delta=\varepsilon/\ell<<1$. В этом случае решения уравнений (8) мало отличаются от (11). Поэтому полагаем

$$\alpha_k=\alpha_k^*+\Delta_k,\ \ (k=1,2), \quad (15)$$

где Δ_k – малые величины порядка δ, зависящие от вида решения в (11).

Подставляя (15) в (6) и представляя $\cos\alpha_k$, $\sin\alpha_k$ в виде разложения по малым величинам Δ_k, получаем отклонения центра ротора от оси вращения *AOB* в виде

$$x^0(t,\delta)=x^0(t,0)+O(\delta),$$
$$y^0(t,\delta)=y^0(t,0)+O(\delta). \quad (16)$$

Здесь через $O(\delta)$ обозначены малые слагаемые, содержащие сомножителями δ в первой и выше степени.

Из (12) и (16) следует, что только для первого основного решения (11) $x^0(t,\delta)=O(\delta)\approx0$, $y^0(t,\delta)=O(\delta)\approx0$, т. е. в первом приближении по δ имеет место практическое самоуравновешивание системы. Для остальных побочных решений (11) в (16) остаются свободные члены, не содержащие малые величины ($x^0(t,0)\neq0$, $y^0(t,0)\neq0$), и самоуравновешивание в изучаемом приближении не имеет места. Поэтому получим решение и условия его устойчивости отвечающее именно $\alpha_1^*=-\alpha_2^*=\pi-\theta$.

Подставляя постоянные $\alpha_1^*=\pi-\theta+\Delta_1$ и $\alpha_2^*=(\pi-\theta)+\Delta_2$ в ур. (8), находим значения Δ_1 и Δ_2 в первом приближении.

$$\Delta_1=\frac{2\,\delta\,d[2\sin(\theta+\beta)+(\lambda^2-2)\sin(\theta-\beta)]}{\lambda^2(4-\lambda^2)},$$
$$\Delta_2=-\frac{2\,\delta\,d[2\sin(\theta-\beta)+(\lambda^2-2)\sin(\theta+\beta)]}{\lambda^2(4-\lambda^2)}. \quad (17)$$

Выражения L_1 и L_2 из (10) с точностью до δ имеют вид

$$L_1=-2\,\mu\,\omega^2 D;$$
$$L_2=\mu^2\,\omega^4 D^2\left[\lambda^2\left(1-\frac{\lambda^2}{4}\right)+(2\,\lambda-\lambda^3)\,\delta\,d\cos\beta\right]. \quad (18)$$

Тогда неравенства (9), с учетом (18), выполняются при

$$D<0\ \text{ и }\ \lambda^2\left(1-\frac{\lambda^2}{4}\right)+\lambda\,(2-\lambda^2)\,\delta\,d\cos\beta>0. \quad (19)$$

Эти соотношения всегда выполняются при $\lambda=\sqrt{2}$, $\cos\beta=0$ и $\omega>p$.

Решая (19) относительно $z=p/\omega$ при $2-\lambda^2>0$ и $\cos\beta\neq 0$, получаем условия устойчивости в первом приближении, записанные для угловой скорости ротора:

- при $\cos\beta>0$

$$0<z<1, \quad 0\le\delta\le\delta_*;$$

$$\sqrt{\nu(\delta)}<z<1, \quad \delta_*<\delta<1,$$

- при $\cos\beta<0$

$$0<z<1, \quad 0\le\delta\le\delta_{**};$$

$$0<z<\sqrt{\nu(\delta)}, \quad \delta_{**}<\delta<1. \tag{20}$$

Здесь обозначено

$$\nu(\delta)=\frac{4(2-\lambda^2)m_1\,\delta\cos\beta-\lambda(4-\lambda^2)}{4(2-\lambda^2)(m_1+2)\,\delta\cos\beta}, \quad m_1=\frac{m_p}{m},$$

$$\delta_*=\frac{\lambda(4-\lambda^2)}{4(2-\lambda^2)\,m_1\,\cos\beta} \text{ и } \delta_{**}=-\frac{\lambda(4-\lambda^2)}{8(2-\lambda^2)\,m_1\cos\beta},$$

где δ_* и δ_{**} – корни уравнений соответственно $\nu(\delta)=0$ и $\nu(\delta)=1$

С точностью до δ из (6) имеем координаты точки крепления ротора – точки C

$$x^0(t,\delta)\approx D\delta\,(2-d)\cos(\omega t+\beta)=-\varepsilon\cos(\omega t+\beta),$$

$$y^0(t,\delta)\approx D\delta\,(2-d)\sin(\omega t+\beta)=-\varepsilon\sin(\omega t+\beta), \tag{21}$$

т. е. центр ротора движется по окружности, радиус которой равен прогибу вала ε.

Учитывая (21), запишем координаты точки подвеса маятников – точки O_1

$$x_{0_1}=x^0(t,\delta)+\varepsilon\cos(\omega t+\beta)=0,$$

$$y_{0_1}=y^0(t,\delta)+\varepsilon\sin(\omega t+\beta)=0.$$

Из этого следует, что ось маятников совпадает с осью вращения вала.

Угол сдвига фазы движения γ вычисляется по формуле $\mathrm{tg}\gamma=\eta_c/\xi_c$ (рис. 1, *б*). Здесь η_c, ξ_c – координаты точки C в подвижной системе отсчета определяются через x^0, y^0 в виде

$$\xi_c=x^0\cos\omega t+y^0\sin\omega t=-\varepsilon\cos\beta;$$

$$\eta_c=y^0\cos\omega t-x^0\sin\omega t=-\varepsilon\sin\beta.$$

Отсюда имеем $\mathrm{tg}\gamma=\mathrm{tg}\beta$ или, в соответствии с рис. 1, *б*, $\gamma=\beta+\pi$.

Известно [4], что при вращении диска на гибком валу с закритической угловой скоростью при отсутствии сил внешнего сопротивления угол $\gamma=\pi$, при наличии маятников этот угол зависит от места крепления оси вращения последних.

Из вышеизложенного следует, что для $\varepsilon<<l$ и угловых скоростей ω, удовлетворяющих условиям (20), существует движение системы ротор – маятники, определяемое равенствами (11) и (17), с наименьшим прогибом вала, равным ε.

3. **Ось маятников расположена на линии *CP*** ($\beta=0,\pi$). Уравнения (8) принимают вид

$$(\lambda\pm\delta\,d)\sin\alpha_1+\sin(\alpha_1-\alpha_2)=0,$$

$$(\lambda\pm\delta\,d)\sin\alpha_2+\sin(\alpha_2-\alpha_1)=0.$$

Здесь и далее верхний знак соответствует $\beta=0$, а нижний – $\beta=\pi$.

Эти уравнения имеют четыре точных решения, по форме совпадающие с (11):

1. $\alpha_1=-\alpha_2=\alpha,\ \alpha=\arccos(-\dfrac{\lambda\pm\delta\,d}{2});$
2. $\alpha_1=0,\ \alpha_2=0;$
3. $\alpha_1=\pi,\ \alpha_2=\pi;$
4. $\alpha_1=0,\ \alpha_2=\pi.$ (22)

Исследуем первое решение, являющееся основным. Для него из (6) получаем координаты точки C

$$x_c=x^0(t,\delta)=\mp\varepsilon\cos\omega t,$$

$$y_c=y^0(t,\delta)=\mp\varepsilon\sin\omega t.$$

Отсюда видно, что прогиб вала, так же как и для приближенного решения (21), равен ε и не зависит от угловой скорости. Можно показать, что для остальных побочных решений (22) прогиб вала больше ε и зависит от угловой скорости вращения. Координаты точки O_1 равны нулю только для основного решения, т. е. только для этого решения ось вращения маятников совпадает с осью вращения вала.

Из (22) следует условие существования рассматриваемого основного решения

$$|\lambda\pm\delta\,d|<2. \tag{23}$$

Если δ – малый параметр, то, разлагая в ряд Тейлора в окрестности $\delta=0$ первое решение из (22), получаем значения α_1 и α_2 в первом приближении

$$\alpha_1=-\alpha_2\approx\arccos\left(-\frac{\lambda}{2}\right)\pm\frac{d\,\delta}{\sqrt{4-\lambda^2}}. \tag{24}$$

Это разложение существует в области действительных чисел при $\lambda<2$. Введя обозначение $\cos\theta=\lambda/2$ и преобразуя Δ_1,Δ_2 из (17) к последнему слагаемому в (24), имеем приближенные значения углов, полученные в предыдущем пункте $\alpha_1=-\alpha_2=\pi-\theta\pm\Delta_1$.

Для первого решения из (22) левые части выражений (10) принимают вид

$$L_1=-2\,\mu\,\omega^2 D,$$

$$L_2=\mu^2\omega^4D^2\,(\lambda\pm\delta d)^2\left[1-\frac{(\lambda\pm\delta\,d)^2}{4}\right].$$

Требуя выполнения неравенств (9), получаем условия устойчивости основного решения, и следовательно соответствующего ему движения системы

$$\omega>p, \quad |\lambda\pm\delta\,d|<2. \tag{25}$$

Последнее неравенство одновременно является и условием существования этого решения (23). Соотношения (25) для $\lambda<2$ выполняются при

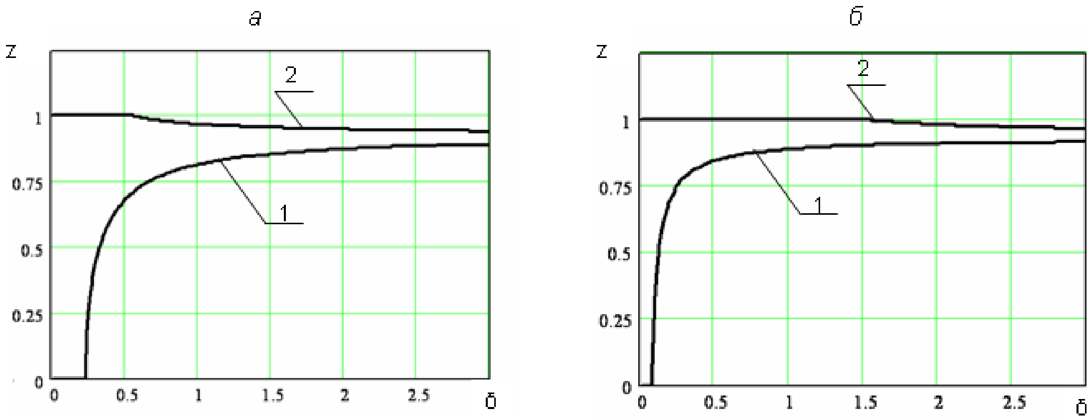

Рис. 2. *Область устойчивости стационарного движения системы: а) β=0; б) β=π. Кривые 1 и 2 – нижняя и верхняя границы устойчивости*

$$\sqrt{S} < z < \sqrt{I}, \qquad (26)$$

где S=sup(0,R_1), I=inf(1,R_2) – наибольшее, наименьшее из двух чисел соответственно 0,R_1 и 1,R_2; R_1 и R_2 определяются формулами

$$R_1 = \frac{\delta\, m_1 - 2 \mp \lambda}{\delta\,(m_1 + 2)}, \quad R_2 = \frac{\delta\, m_1 + 2 \mp \lambda}{\delta\,(m_1 + 2)}.$$

При d=0, что соответствует значению угловой скорости ротора $\omega^*=p\sqrt{(m_1+2)/m_1}$, условия устойчивости (10) и (25) не зависят от δ. Отсюда следует, только для $\omega=\omega^*$ существует устойчивое стационарное движение системы при любом положении оси маятников ($\varepsilon\neq0$, $\beta\neq0$).

Результаты расчетов устойчивости движения по формуле (26) при λ=0,9 и m_1=12,6 приведены на рис. 2. Из них видно, что границы устойчивости зависят не только от δ, но и от расположения точки крепления маятников, т. е. от угла β. Так максимальное значение δ, обеспечивающее устойчивое вращение для $\omega>\omega^*$ при β=0 больше, чем при $\beta=\pi$, а для $\omega<\omega^*$ наоборот. Дополнительные расчеты показывают увеличение интервала изменения δ для устойчивого движения с уменьшением m_1 при $\omega>\omega^*$ и уменьшение – с увеличением ω от p до ω^*. Варьирование λ от 0,5 до 1,4 показало малое влияние этого параметра на устойчивость движения.

Выводы

1. Теоретически получены условия полной балансировки системы в закритичной области изменения угловой скорости маятниками, свободно вращающимися на валу ротора. При этом углы отклонения маятников от вектора дебаланса не зависят от угловой скорости.
2. При наличии малого эксцентриситета подвески маятников по отношению к валу происходит синхронизация вращений не для всех закритических угловых скоростей ротора. Для таких движений отклонения маятников зависят от частоты вращения ротора, а прогиб вала равен эксцентриситету.
3. В случае выполнения условия $\lambda<2$ имеется единственное значение угловой скорости $\omega=p\sqrt{(m_1+2)/m_1}$ для которого существует синхронное движение системы с наименьшим прогибом вала, равным эксцентриситету, при любом положении подвески маятников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. – М.: Наука, 2002. – 119 с.
2. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
3. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. – М.: Наука, 1981. – 352 с.
4. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 246 с.
5. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1985. – 84 с.

Поступила 15.10.2008 г.