Оглавление

Введение

В рентгеновской томографии существует ряд недостатков, связанных с апертурными искажениями. Данные искажения возникают, в основном, ввиду конечных размеров фокусного пятна рентгеновской трубки. Один из методов решения данной проблемы – это математическая коррекция. Метод математической коррекции позволяет частично избавиться от влияния апертурных искажений без механической фокусировки системы, что положительно сказывается на качестве и скорости получения рентгеновского изображения. Целью работы является разработка алгоритма для математической коррекции апертурных искажений при получении массивов экспериментальных данных. Для получения массивов экспериментальных данных используется измерительная система, состоящая из детекторной матрицы ShadoCam, рентгеновского аппарата РАП-150МН и алюминиевого бруска. Для математической обработки и визуализации массивов используются пакеты программ MathCadи MatLab. Результатом работы является алгоритм и программа, позволяющие уменьшить размытие изображения, связанное с конечной шириной апертурной функции системы регистрации. Параметр нерезкости реконструированного изображения оказался в 1,85 раза меньше, чем тот же параметр исходного изображения. Данный результат говорит о том, что математическая реконструкция экспериментального массива данных с учётом апертурной функции системы регистрации позволяет повысить резкость (т.е. повысить разрешающую способность) томографических проекционных данных.

1. Обзор литературы

1.1Определение обратной задачи.

Обратная задача заключается в том, чтобы при помощи измеренного выходного сигнала f и известной апертурной функции A, определить исходный входной сигнал y.Входной сигнал несёт необходимую информацию, а его определение происходит путем решения операторного уравнения (1).

$$Ay = f \qquad (1)$$

Например, данная задача актуальна в спектроскопии, когда необходимо восстановить непрерывный спектр. Данная задача выглядит следующим образом. $K(v)$ – спектральная чувствительность спектрометра (аппаратная функция), где v – частота. Выходной измеряемой функцией являетсяu$u(v)$, а $z(v)$ - является истинным спектром, т.е. неискаженный помехами и незаглаженный аппаратной функцией. Данный спектр можно найти путем решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода (2).

$$\int_a^b K(v - v')z(v')dv' = u(v), \qquad (2)$$

где с $\leq v \leq d$ – область измерения $u(v)$, $[a, b]$–область поиска решения$z(v)$.

1.2 Суть всех типов томографии. Сходства и различия.

Не смотря на множество типов томографии суть заключается в следующем: определение локальной информации по, полученной от некоторого слоя вещества, суммарной информации. Т.е. определение плотности вещества в сечении c(x, y), где x, y – координаты в сечении. А также построение (конструирование) объемной плотности c(x, y, z), где z–координата, перпендикулярная сечениюс$_z(x, y)$. Типы томографии отличаются по определяемой суммарной информации. В разных типах томографии информация различна, например, в рентгеновской томографии информативным параметром служит интенсивность на детекторах$I(l, \theta)$, а в ЯМР-томографии – эхо сигналы $s(t, g_x)$. Математические описания данной информации различны, для описания рентгеновской томографии служитинтегральное уравнение Фредгольма или Радона, а для ЯМР-томографии это двумерное преобразование Фурье. Также есть тенденция описать все виды томографии одним основным уравнением компьютерной томографии. Цель всех типов томографии едина – получение с(x, y). Отображение рентгеновских и ЯМР томограмм на прозрачных пленках плотности с(x, y) выглядят практически одинаково, хотя для их получения применяется различная техника, физика и математика.

1.3Недостатки обычной рентгенографии.

Обычной рентгенографии присущи следующие недостатки:

1) Различие по плотности соседних участков возможно лишь в случае, когда их плотность отличается более чем на 2%. Если различия составляет менее 2%, то участки выглядят как имеющие одинаковую плотность, что ухудшает качество и информативность снимка.

2) Наложение одного участка с определённой структурой на другой ведёт к неразличию пространственных структур.

1.4 Идея рентгеновской томографии.

Возникновением данной идеи послужили недостатки обычной рентгенографии. Основная идея рентгеновской томографии состоит в том, чтобы получить не один снимок, а ряд снимков, выполненных с разных ракурсов, и произвести математическую обработку плотностей в ряде слоёв объекта. Математическая обработка заключается в последовательном получении плотностис(x, y) слоёв объекта и получения объемной плотности с(x, y, z).

1.5 Закон Бера

Интенсивность рентгеновского луча, падающего на детектор, определяется законом Бера:

$$I(l,\theta) = I_0(l,\theta)e^{-\int_{L(l,\theta)} C(x,y)ds}, \qquad (3)$$

где l - координата детектора, θ- угол между лучом и ром,$I_0(l,\theta)$ - интенсивность соответствующей излучающей трубки (в большинстве случаев $I_0(l,\theta) = I_0 = const$),$C(x,y)$- плотность вещества на прямой луча$L(l,\theta)$.

Из выражения (x) видно, что интегрирование происходит по лучу $L(l,\theta)$, следовательно чем больше $_{L(l,\theta)}C(x,y)ds$ - масса на пути прохождения луча, тем меньшая интенсивность будет приниматься детектором.

1.6Преобразование Радона

Запишем закон Бера (3) иначе:

$$I(l,\theta)/I_0(l,\theta) = e^{-q(l,\theta)}, \qquad (4)$$

Где

$$q(l,\theta) = \int_{L(l,\theta)} \mathrm{c}(x,y)ds \qquad (5)$$

Выражение (5) называется преобразованием Радона, где$L(l,\theta)$ - луч зрения, $\text{c}(x,y)$ - плотность объекта на данном луче, s–направлено вдоль луча $L(l,\theta)$.

Логарифмируя выражение (5) получим:

$$q(l,\theta) = -\ln[I(l,\theta)/I_0(l,\theta)] \qquad (6)$$

Функция $q(l,\theta)$ говорит о прозрачности среды и называется поглощением. Эта функция принимает значение от 0 (прозрачная среда) до ∞ (абсолютно непрозрачная среда).

Отношение $I(l,\theta)/I_0(l,\theta)$ называется прозрачностью и принимает значения от 0 до 1.

1.7 Уравнение Радона

Запишем выражение (5) иначе:

$$\int_{L(l,\theta)} \text{c}(x,y)ds = q(l,\theta) \qquad (7)$$

Уравнение (7) есть ни что иное как уравнение Радона. Согласно выражению (6) определяется двухмерная функция $q(l,\theta)$, где $I(l,\theta)$ является результатом измерений. А двумерная функция $\text{c}(x,y)$ - искомая. Выражение (7) можно также рассматривать как интегральное уравнение относительно $\text{c}(x,y)$, с измеренной правой частью. Решение выражения (7) позволяет найти плотность вещества $\text{c}(x,y)$в определенном слое объекта по измеренной интенсивности $I(l,\theta)$, а значит и $q(l,\theta)$. Данная задача называется – реконструкция рентгеновского изображения.

1.8 Уравнение Радона в виде двухмерного интегрального уравнения Фредгольма I рода типа свертки

Привели уравнение (7) к стандартной форме и получили двухмерное уравнение Фредгольма I рода типа свертки:

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{c(x',y')dx'dy'}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} = S(x,y), \qquad (8)$$

где

$$S(x,y) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\pi} q(x\,cos\theta + y\,sin\theta,\theta)d\theta. \qquad (9)$$

Уравнение (8) записано в стандартной форме. В нем ядро равно $K(x-x',y-y') = 1/\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$, искомой функцией является с(x,y), правую часть $S(x,y)$ можно вычислить по известной $q(l,\theta)$ согласно (x6).

Решение уравнения (8) методом преобразования Фурье срегуляризацей и без регуляризации. Решение уравнение (8) выглядит следующим образом:

$$c(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} \hat{c}\,(\omega_1,\omega_2)e^{-i(\omega_1 x+\omega_2 y)}d\omega_1 d\omega_2, \qquad (10)$$

где преобразование Фурье решения равно

$$\hat{c}(\omega_1,\omega_2) = \frac{\hat{S}(\omega_1,\omega_2)}{\widehat{K}(\omega_1,\omega_2)} = \frac{\sqrt{{\omega_1}^2+{\omega_2}^2}}{2\pi}\hat{S}(\omega_1,\omega_2), \qquad (11)$$

где $\hat{S}(\omega_1,\omega_2)$ и $\widehat{K}(\omega_1,\omega_2)$ - преобразования Фурье правой части и ядра, равные

$$\hat{S}(\omega_1,\omega_2) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} S(x,y)e^{i(\omega_1 x+\omega_2 y)}dxdy, \qquad (12)$$

$$\widehat{K}(\omega_1, \omega_2) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} K(x,y)e^{i(\omega_1 x + \omega_2 y)}dxdy = \frac{2\pi}{\sqrt{{\omega_1}^2 + {\omega_2}^2}} \quad (13)$$

Решение уравнения (9) неустойчиво. Т.к. измеренная функция $I(l,\theta)$ будет иметь погрешности, значит функции $q(l,\theta)$ и $S(x,y)$ также будут иметь погрешности. Данные погрешности обычно имеют постоянную компоненту, которая не зависит от частот ω_1 и ω_2 , т.е. компоненту белого шума. В результате $\hat{S}(\omega_1, \omega_2) \to const$при $\omega_1, \omega_2 \to \infty$, а $\hat{c}(\omega_1, \omega_2) \to \infty$при $\omega_1, \omega_2 \to \infty$ и интеграл в (10) расходится. На практике добиваются снижения эффекта неустойчивости путем вычисления интеграла (10) через конечную сумму до максимальных значений частот ω_1 и ω_2, иначе говоря производится усечение по частотам, что позволяет частично избавится от эффекта неустойчивости.

Метод регуляризации Тихонова заключается в том, что для$\hat{c}(\omega_1, \omega_2)$ вместо выражения (11) используется формула:

$$\hat{c}_\alpha(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{2\pi}\frac{\omega}{1 + \alpha\omega^2(\omega^4 + 1)}\hat{S}(\omega_1, \omega_2), \quad (14)$$

$$\omega = \sqrt{{\omega_1}^2 + {\omega_2}^2}, \quad (15)$$

где $\alpha > 0$ – параметр регуляризации, метод выбора которого представлен далее.

Для выражения (15) характерно следующее. Во-первых, $\hat{c}_\alpha(\omega_1, \omega_2) \to 0$при$\omega \to \infty$ и интеграл (10) сходится. Во-вторых, данный метод отличается от методов использующих усечение по частоте, т.к. в данном методе давление высоких частот ω в (14) происходит более аккуратно. Высокие частоты необходимы для высокого разрешения томограммы, но они наиболее сильно реагируют на погрешности, поэтому их нужно подавлять, но это подавление должно быть умеренным. Данным требованиям удовлетворяет метод регуляризации Тихонова.

1.9 Поколения рентгеновских томографов

Томографы первого поколения представляют собой одну остронаправленную рентгеновскую трубку и один детектор. Данная система передвигается синхронно вдоль рамы для получения функции $I(l, \theta_1)$ (1-е сканирование). После поворота рамы на угол θ_1аналогично измеряется функция $I(l, \theta_2)$ и т.д. Время измерения таким типом томографа составляет $T \approx 4$ мин.

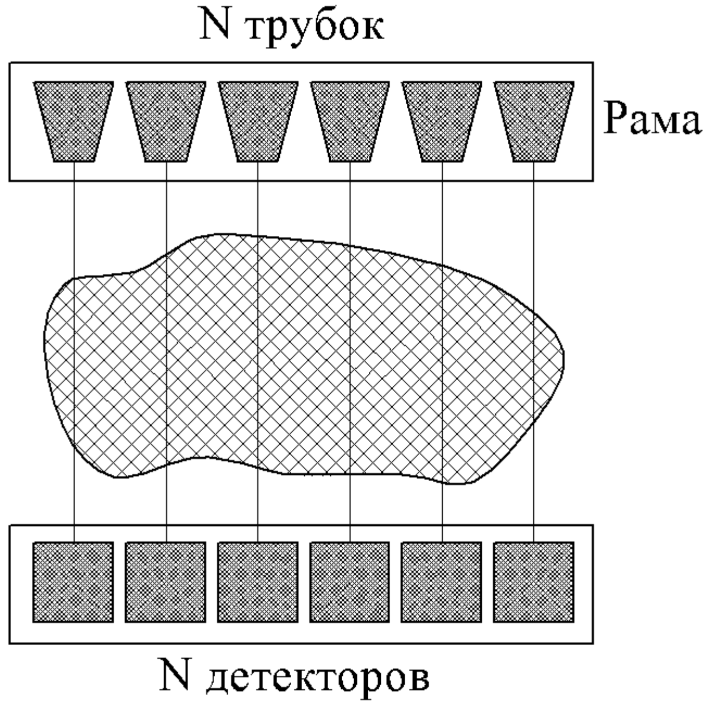

Рисунок 1.Схема рентгеновского томографа 2-го поколения

Томографы второго поколения (Рисунок 1) отличаются от томографов первого поколения тем, что в них имеется Nтрубок и Nдетекторов, которые работают одновременно. Благодаря большему количеству трубок и детекторов время сканирования уменьшается примерно в 12 раз и составляет $T \approx 20$ сек. Первым советским рентгеновским томографом 2-го поколения был СРТ-1000 (1980 г.).

Следует отметить, что в томографах первого и второго поколения применяется параллельное сканирование. В следующих поколениях томографов используется веерное сканирование.

В томографах третьего поколения используется одна трубка, которая излучает веерный пучок, тот в свою очередь принимается детекторами. Количество детекторов в данном типе томографов составляет приблизительно 100 штук. Эти детекторы расположены по дуге, принимая излучаемый пучок, происходит первое сканирование. Далее трубка и детекторы поворачиваются и происходит второе сканирование и т.д. Время сканирования составляет $T = 4 - 5$ сек.

Отличие томографов четвёртого поколения от третьего состоит в том, что в качестве детекторной секции используется неподвижное кольцо детекторов. Количество детекторов примерно равно 1000. В данной конструкции подвижной частью остаётся только рентгеновская трубка и время сканирования уже составляет $T = 0.1$ сек.

В томографах пятого поколения полностью избавились от подвижных частей. Если в томографах четвёртого поколения подвижной частью была рентгеновская трубка, то в томографах пятого поколения она неподвижна. Секция детекторов также не подвижна и представляет собой сплошное неподвижное кольцо примерно из 1000 детекторов. Рентгеновская трубка осуществляет сканирование по поверхности дуги окружности в $\approx 210°$. При данной конструкторской реализации томографа время сканирования Т составляет несколько миллисекунд.

Современные компьютерные томографы различают порядка тысячи градаций плотностей, выше и ниже плотности воды. Математические методы обработки способны обеспечить различие по плотности соседних областей до $\approx 0{,}5\%$.

Можно заметить, что главную роль в томографах играет не аппаратура, которая в большинстве случаев достаточно совершенна, а программное и математическое обеспечение. В томографах зарубежного производства используется преобразование Фурье или Радона и прием сглаживания и усечения – «интуитивная регуляризация». В томографах отечественного производства используется метод регуляризации, что позволяет конкурировать с зарубежными томографами, за счёт более высокой точности восстановления $c(x, y)$.

1.10 Области применения рентгеновской томографии

Основной областью применения рентгеновской томографии является медицина. Основная задача – это исследование брюшной полости, мозга, рук, грудной клетки и т.д. с целью выявления предраковых опухолей на ранней стадии развития (размером ~ 1 мм), травм, исследование тонкой структуры мягких тканей, крови в кровеносных сосудах, деталей анатомического строения сердца, получение динамической картины работы печени, кровотока и сердца с кинематографической регистрацией и т.д. Существуют и другие области применения рентгеновской томографии: исследование трехмерной внутренней структуры биологических объектов, технических деталей сложной формы, алмазных выработок, плазмы, контроль узлов реактивных двигателей, древесины без её распиловки, просвечивание мантии Земли, просмотр содержимого багажа без его открытия на таможне и т.д.

Для повышения качества томограмм, следует дополнительно выполнять следующие операции (редукции): снятие влияния аппаратурных искажений и визуализация результатов $c(x, y)$ на дисплее.

1.11 Типы аппаратурных искажений

При получении рентгеновского изображения могут быть следующие аппаратурные искажения.

а) Трубка излучает узконаправленный пучок, а не бесконечно узкий луч, из-за этого на детектор попадает излучение не только соответствующий ему трубки, но и других трубок (правда, с меньшей интенсивностью).

б) При прохождении рентгеновского луча через объект, первый испытывает рассеяние и попадает в чужой детектор.

в) на детектор попадает излучение, приходящие на него, а также излучение падающие на другие детекторы, хоть и в ослабленном виде. Данный эффект называется конструктивным эффектом взаимного влияния детекторов.

Для томографов второго поколения типичны эффекты а), б) и в). Начиная с томографов третьего поколения от эффекта а) удалось избавиться.

1.12 Интегральное уравнение, описывающее искажения

В результате воздействия эффектов а),б),в) измеряется не необходимая функция интенсивности излучения $I(l, \theta)$, а другая функция $\tilde{I}(l, \theta)$, более сглаженная по сравнению с функцией $I(l, \theta)$. Подставив $\tilde{I}(l, \theta)$ в формулу (X), получим некоторую функцию $v(l, \theta) = -\ln[\tilde{I}(l, \theta)/I_0(l, \theta)]$, которая будет более сглаженной(в зависимости от l), чем функция $q(l, \theta)$.

1.13 Решение уравнения методом преобразования Фурье без регуляризации и с регуляризацией

Эффекты а), б), в) можно объединить в один эффект, т.к. они связаны математически. Функции $v(l,\theta)$ и $q(l,\theta)$ связаны следующим соотношением:

$$v(l,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} q(l',\theta)K(l-l')dl' , \qquad (16)$$

Где$K(l)$ - апертурная функция системы, учитывающая эффекты аппаратных искажений а), б), в). Запишем выражений (16) по иному, опустим параметр θ. Получим следующее выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(l-l')q(l')dl' = v(l) \qquad (17)$$

Соотношение (х) представляет собой одномерное уравнение Фредгольма первого рода типа сверти при определенном значении θ. Функция $v(l)$ известна из измерений, функция$K(l)$определяется экспериментально. Искомой функцией является функция поглощения $q(l)$. Классическим решением данного уравнения (16) является метод преобразования Фурье (инверсный фильтр) имеет вид (18)

$$q(l') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{q}(\omega)e^{-i\omega l'}d\omega , \qquad (18)$$

где

$$\hat{q}(\omega) = \frac{\hat{v}(\omega)}{\hat{K}(\omega)}, \qquad (19)$$

$$\hat{v}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} v(l)e^{i\omega l}dl , \qquad (20)$$

$$\widehat{K}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(l) e^{i\omega l} dl \qquad (21)$$

Решение (18) является неустойчивым, так как решение задачи (17) является некорректным. Причина этого такова. Вместо$v(l)$ измеряется $\tilde{v}(l) = v(l) + \delta v(l)$, где $\delta v(l)$ – погрешность измерений (шум). Значит выражение (20) нужно записать в виде:

$$\hat{v}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} v(l) e^{i\omega l} dl + \int_{-\infty}^{\infty} \delta v(l) e^{i\omega l} dl\,, \qquad (22)$$

где $\widehat{\delta v}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta v(l) e^{i\omega l} dl$ - преобразование Фурье от помехи, которая, как правило, содержит компоненту белого шума ($\widehat{\delta v}(\omega) \to const$при$\omega \to \infty$) и интеграл (20) расходится. В таком случае интегралы заменяются на конечные суммы и эффект неустойчивости ослабевает, но не исчезает полностью. Даже очень малый шум в$\tilde{v}(l)$ приводит к следующему эффекту: $\hat{v}(\omega) \to const$ при $\omega \to \infty$, что ведет даже при малом значении $const$ к неустойчивости спектра $\hat{q}(\omega)$. Данная неустойчивость проявляется в виде большой амплитуды при высоких частотах $|\omega|$, что ведёт к неустойчивости решения $\tilde{q}(\omega)$, т.е. появление больших амплитуд в виде «пилы» при всех значениях l.

Устойчивое решение уравнения (17) дает метод регуляризации Тихонова –

$$q_\alpha(l') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\widehat{K}(-\omega)\hat{v}(\omega)}{\left|\widehat{K}(-\omega)\right|^2 + \alpha|\omega|^{2p}}\,, \qquad (23)$$

где α больше нуля – параметр регуляризации, pбольше или равно нулю – порядок регуляризации (обычно $p = 1$). Устойчивость решения $q_\alpha(l')$ обусловлена частичным подавлением высоких частот функции $\hat{v}(\omega)$.

Также можно использовать более жесткие рентгеновские лучи для приближения функции v к функции q. Тогда надобность в данной математической методике отпадает, т.к. уменьшается эффект а). Но решение данной задачи таким способом не целесообразно, т.к. такой вид излучения вреден для пациентов и обслуживающего персонала. Также можно применять детекторы, имеющие меньший эффект в), но такие детекторы являются более дорогими и требуют больших финансовых затрат. Таких же результатов можно достичь путем математической обработки, т.е. решения уравнения (17) согласно (20),(21), (23).

1.14 Недостаток визуализации плотности$c(x, y)$на дисплее. Получение уравнения и его решение.

Полученная функция плотности вещества в сечении$c(x, y)$передаётся на дисплей компьютера для отображения. Проблема отображения заключается в том, что дисплей имеет ограниченный диапазон яркостей и его яркостная характеристика выглядит следующим образом (Рисунок 2).

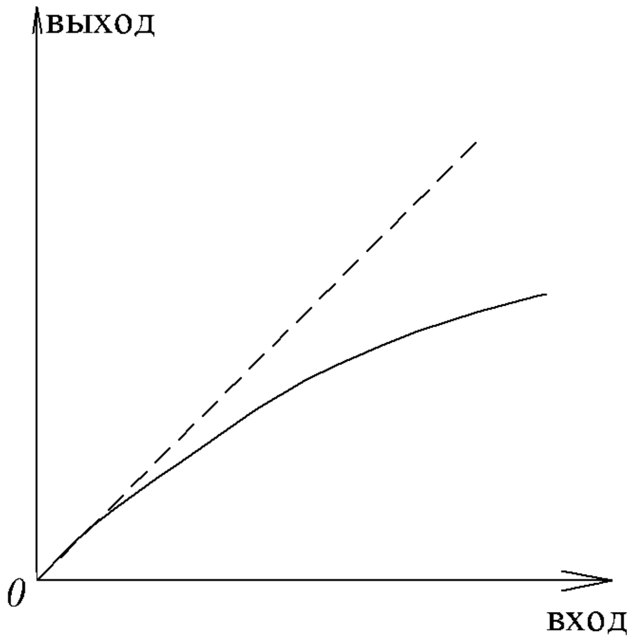

Рисунок 2. Яркостная характеристика дисплея

Из Рисунка 2 следует, что отображением больших яркостей на дисплее не соответствует действительности и они являются заниженными. Из-за этого изображение получается недостаточно контрастным. Один из вариантов увеличить контраст изображения – это увеличение контраста дисплея в настройках, но это ведёт к увеличению эффекта набора градаций яркости дисплея. Данный эффект будет выглядеть как помеха и такое решение проблемы контрастности не является лучшим. Также можно использовать более технологичный дисплей с необходимыми характеристиками для достижения необходимой контрастности, но такое решение требует весомых финансовых затрат. Существует и математический подход к решению данной проблемы. В итоге математическая задача состоит в решении следующего уравнения:

$$\iint_G H(x-x', y-y')w(x', y')dx'dy' = c(x,y), \qquad (24)$$

где $H(x,y)$ – аппаратная функция дисплея, которая учитывает эффект ограниченности диапазона яркости, G–граница дисплея, $c(x,y)$ – функция, которую необходимо отобразить на дисплее, $w(x,y)$–более контрастная функция, чем $c(x,y)$, которую необходимо подать на серый или черно-белый дисплей, для отображения функции $c(x,y)$.

Решение уравнения (ч21) методом двухмерного преобразования Фурье (инверсный фильтр):

$$w(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\iint_{-\infty}^{\infty} \hat{w}(\omega_1,\omega_2)\, e^{-i(\omega_1 x+\omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2\,, \qquad (25)$$

где

$$\hat{w}(\omega_1,\omega_2) = \frac{\hat{c}(\omega_1,\omega_2)}{\hat{H}(\omega_1,\omega_2)}\,, \qquad (26)$$

$$\hat{c}(\omega_1,\omega_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} c(x,y)\, e^{-i(\omega_1 x+\omega_2 y)} dxdy\,, \qquad (27)$$

$$\hat{H}(\omega_1,\omega_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} H(x,y)\, e^{-i(\omega_1 x+\omega_2 y)} dxdy\,. \qquad (28)$$

Решение уравнения (25) является неустойчивым, т.к. поставленная задача (24) некорректна. Устойчивое решение уравнения (24) получаем, применив метод регуляризации Тихонова:

$$\hat{w}(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{H}(-\omega_1,-\omega_2)\hat{c}(\omega_1,\omega_2)}{\left|\hat{H}(\omega_1,\omega_2)\right| + \alpha M(\omega_1,\omega_2)} e^{-i(\omega_1 x+\omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2\,, \qquad (29)$$

$$M(\omega_1,\omega_2) = {\omega_1}^2 + {\omega_2}^2 \qquad (30)$$

1.15 Реализация методов решения основных интегральных уравнений рентгеновской томографии

Решение интегральных уравнений (7),(8),(17),(24)на практике реализуется в виде алгоритмов. Данные уравнения решаются через преобразование Фурье, также стоит заметить что это уравнения типа свертки. В итоге всё сводится к вычислению непрерывных преобразований Фурье. Данные преобразования записываются как дискретные преобразования Фурье. Далее дискретное преобразование реализуются при помощи быстрых преобразований Фурье. Схематично это выглядит следующим образом.

$$\text{НПФ} \rightarrow \text{ДПФ} \rightarrow \text{БПФ}$$

Существует множество стандартных программ для реализации БПФ, например FFTи FTF1C– служат для реализации одномерного быстрого преобразования Фурье.

1.16 Общая схема обработки в рентгеновской томографии

Для обработки результатов измерений в рентгеновской томографии используется методика, которая в включает в себя решение интегральных уравнений (ч), метод прямого преобразования Фурье и метод регуляризации Тихонова. В общем виде алгоритм выглядит следующим образом:

1)Измеряется$I(l,\theta)$для дискретных значений lи θ: $l_1, l_2, \dots, \theta_1, \theta_2, \dots$

2)Вычисляется$q(l,\theta)$согласно (5).

3)Вычисляется$S(x,y)$методом численного интегрирования (9) для массивов дискретных значений xи y:

$$x_1, x_2, \dots, x_N, \quad y_1, y_2, \dots, y_M,$$

где Nи M - целые степени числа 2, т.е. $N = M = 256$. Такое значение необходимо для быстрого преобразования Фурье. При помощи интерполяции вычисляется $q(x\ cos\theta + y\ sin\theta, \theta)$.

4)Вычисляется двухмерное преобразование Фурье $\hat{S}(\omega_1, \omega_2)$согласно (12) на равномерных массивах дискретных значений ω_1 и ω_2 с помощью быстрого преобразования Фурье.

5)Вычисляется двухмерное преобразование Фурье с регуляризацией $\hat{c}_\alpha(\omega_1, \omega_2)$ согласно (14) при экспериментальном подборе значения α.

6) Вычисляется значения плотности$c(x, y)$согласно (10) в сетке с координатами xи yпри помощи двухмерного обратного преобразования Фурье, где вместо$\hat{c}(\omega_1, \omega_2)$ используется $\hat{c}_\alpha(\omega_1, \omega_2)$.

В большинстве случаев подключаются дополнительные задачи по снятию аппаратурных искажений и визуализации изображения на дисплее.