

УДК 519.886

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ «ЯПОНСКИХ СВЕЧЕЙ» И ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИНДИКАТОРОВ ПРИ ПОМОЩИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

В.П. Григорьев, А.В. Козловских, Д.А. Марьясов

Томский политехнический университет

E-mail: metastock@am.tpu.ru

Приведены принципы построения математической модели динамики финансовых рынков на основе детерминированного хаоса. Исследованы вторичные финансовые показатели – биржевые индикаторы. Показана применимость авторской математической модели для прогнозирования вторичных биржевых инструментов на примере «японских свечей» и двухпараметрических индикаторов. Предложено несколько вариантов авторской модели в зависимости от способа формирования нелинейных составляющих и комбинации значимых параметров.

Ключевые слова:

Моделирование финансовых рынков, детерминированный хаос, биржевые индикаторы, «японские свечи», системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Key words:

Financial market modeling, determinate chaos, exchange indicators, «candlesticks», systems of nonlinear differential equations.

Введение

Исследуемая на протяжении нескольких десятиков лет проблема прогнозирования биржевых характеристик, остается актуальной и в наше время. Существующие фундаментальные теории прогнозирования экономических характеристик основаны на двух подходах: стохастическом и детерминистском.

Рассмотрение биржевых характеристик с вероятностной точки зрения имеет некоторые ограничения, связанные с тем, что временной ряд может быть назван случайным «условно». Теория вероятностей занимается явлениями, которые можно повторять многократно и при этом получать одинаковые статистические свойства при различных повторениях, но повторить такую функцию, какой является рыночная история актива невозможно. Также к ограничениям следует отнести исключение из рассмотрения медленно меняющихся во времени, но крупномасштабных, компонент, необходимость большой ретроспективы данных, наличие тренда и т. д. [1]. Случайность присутствует на рынке, как и в любом социальном процессе, но утверждение о том, что вся динамика цен случайна, спорно.

Альтернативные математические методы изучения рыночной динамики основаны на принципах детерминированного хаоса [2, 3]. Теория детерминированного хаоса в противоположность стохастическому подходу утверждает, что внутренние связи определяют поведение в будущем. Одним из наиболее перспективных направлений применения методов нелинейной динамики являются исследования в области прогнозирования рыночных характеристик и вторичных биржевых показателей.

Авторами была предложена модель динамики фьючерсных рынков [4], проведено ее качественное исследование и разработаны схемы адаптации

[5]. Одним из достоинств такой модели является получение прогностических реализаций экономических характеристик с учетом их взаимного влияния без существенных ограничений на длительность ретроспективы и характер временных рядов.

Для развития этой модели и раскрытия ее потенциальных возможностей и преимуществ в описании и прогнозировании рыночных характеристик проведены исследования ее применения не только к котировкам акций и биржевым индексам, а также к вторичным биржевым расчетам (математическим индикаторам), которые широко используются игроками. Это позволяет расширить сферу применения модели, а также провести исследование в направлении поиска наиболее эффективных схем адаптации модели.

В данной работе на основе анализа решений системы дифференциальных уравнений модели и выделении трендовой и хаотической составляющих предлагаются модификации исходной модели для прогноза некоторых видов индикаторов, таких как «японские свечи» и двухпараметрические индикаторы.

Принципы построения модели

В модели [4, 5] входная информация рассматривается в виде детерминированного хаоса, т. е. хаотическое изменение параметров является нерегулярным (хаотическим), порождаемым нелинейными системами, для которых динамические законы однозначно определяют эволюцию на выбранном временном интервале Δt ($\Delta t/T \ll 1$, Δt – соответствующая торговая сессия, T – длина исследуемого временного ряда) при известной предыстории [6]. Основные уравнения модели, представленные в матричной форме, имеют вид [4, 5]:

$$\bar{X} = A\bar{X} + \bar{F}, \quad (*)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1(t) & a_2(t) & a_3(t) \\ b_1(t) & b_2(t) & b_3(t) \\ c_1(t) & c_2(t) & c_3(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{F} =$$

$$= \begin{bmatrix} a_4(t)X_1(t)X_2(t) + a_5(t)X_1(t)X_3(t) + a_6(t)X_2(t)X_3(t) \\ b_4(t)X_1(t)X_2(t) + b_5(t)X_1(t)X_3(t) + b_6(t)X_2(t)X_3(t) \\ c_4(t)X_1(t)X_2(t) + c_5(t)X_1(t)X_3(t) + c_6(t)X_2(t)X_3(t) \end{bmatrix},$$

где в качестве параметров системы могут выступать основные экономические параметры: цена, объем торгов, спрос и предложение, волатильность, «открытый интерес»; различные биржевые индикаторы и котировки (вторичные показатели рынка). Взаимосвязь параметров отражена в перекрестных произведениях [4, 5]. Коэффициенты a_i, b_i, c_i ($i=1,6$) определяют степень влияния составляющих модели.

Поскольку случайные воздействия на реальные экономические характеристики имеют достаточно сильное влияние, то траектории изменения параметров финансовых рынков достаточно изломаны. Авторами была предложена схема адаптации [5]: реальную информацию ($\bar{X}$) удобно представить в виде суммы двух составляющих: трендовой ($\bar{T}$) и хаотической ($\bar{H}$):

$$X_k = T_k + H_k, \quad k=1;3,$$

где k — номер фазовой координаты. Формой трендовой составляющей будет некоторая сглаженная кривая, не учитывающая резких хаотических выбросов. Для ее определения были выбраны метод скользящих средних и полиномиальная аппроксимация. При полиномиальной аппроксимации использовались полиномы порядка m ($m \geq 4$), коэффициенты которых рассчитывались по методу наименьших квадратов. Подбор степени полинома осуществлялся из условия наличия хаотичности в остатке H_k [6–8]: временной ряд «выглядит хаотично»; спектр мощности представляет собой широкополосный шум и сосредоточен в низкочастотной области; функция автокорреляции быстро спадает; размерность аттрактора является дробной величиной. Хаотичность H_k подтвердилась экспериментально [4, 5]. Несущие частоты могут быть определены как резкие всплески на спектральной кривой.

С точки зрения детерминированного подхода причина поведения рынка определяется не большим числом степеней свободы, а принципиальной неустойчивостью систем, порождающей чувствительную зависимость от точности задания начального состояния малого числа переменных. Стохастичность можно рассматривать как хаос большой размерности, а детерминированный хаос — малой размерности. Таким образом, то, что считается шумом в стохастическом подходе, таковым в детерминированном хаосе не является.

Прогноз строится из предположения детерминированности данных и однозначности определения поведения на небольшом временном интервале, в котором восстанавливаются значения произ-

водных в левых частях уравнений (*), рассчитываются неизвестные коэффициенты на выбранном интервале и путем решения системы нелинейных дифференциальных уравнений ищутся значения переменных модели на следующем временном шаге. Подробно процедура прогноза описана в [4, 5].

Выделенная трендовая составляющая часто может быть рассчитана аналитически (представляет собой отражение сезонных компонент, политических, экономических циклов и др.), поиск прогнозистических значений для хаотической компоненты представляет наибольший интерес. Отражение информации в цене практически моментально (постулат теории «эффективного рынка») происходит не всегда, часто итоговое значение есть результат переработки (за определенный промежуток времени) поступившей информации. Таким образом, текущее значение определяется не только настоящим (не случайно), а может содержать некоторые предпосылки прошлого, отраженные в субъективном мнении (ставке на бирже), что в свою очередь содержится в хаотической составляющей. Рассмотрение тренда позволяет оценить тенденции, но не причинно-следственные связи. В представленной модели предполагается, что хаотическое (сложное) поведение вызвано не случайными воздействиями, а внутренней неустойчивостью объекта исследования. С этой точки зрения вся динамика цен значима [4, 5].

Модификации модели

Работа была выполнена в рамках технического анализа, который представляет собой изучение изменений в прошлом и настоящем технических параметров движения исследуемого актива с целью предсказания изменений данных параметров в будущем на основании анализа статистики временных рядов, графиков-чартов, трендов, паттернов. Одним из инструментов технического анализа являются индикаторы. Сами по себе индикаторы — это математическое вычисление, которое может быть применено к цене и/или к объему торгов: $\bar{T}=f(\bar{X})$. Индикаторы характеризуют динамику цен, а также скорость и ускорение изменения цен во времени.

Индикаторы могут рассматриваться отдельно от котировок (например, биржевые индексы, как совокупный показатель биржи), но, как правило, они рассматриваются в паре со значением цены, или индикатор определяется двумя параметрами, т. е. для трактовки результатов необходимы две последовательности данных — двухпараметрический индикатор. К индикаторам относят разнообразные скользящие средние (экспоненциальные, интегральные, полиномиальные), различные фильтры и осцилляторы, специфические графические интерпретации данных («японские свечи», бары) и другие.

Под модификацией модели будем понимать такое изменение, которое не будет затрагивать фор-

му, сущность и принципы прогнозирования модели, а связано только с содержательной стороной, выбором и комбинацией параметров для определения новых возможностей. Так в модели (*) инвариантной частью являются: наличие линейных и нелинейных (в виде перекрестных произведений) составляющих, принцип разделения на трендовую и хаотическую составляющие и схема построения прогноза. К вариативной части относятся: выбор прогнозируемых параметров, количество уравнений в системе, число систем нелинейных дифференциальных уравнений, вид матрицы неизвестных коэффициентов при линейных и нелинейных составляющих. Цель модификации – выяснение возможности применения модели к прогнозированию вторичных биржевых показателей.

1. Модификация модели для двухпараметрических индикаторов

Следуя общим принципам построения модели (*) [4, 5], восстанавливается модификация для двухпараметрических индикаторов. В данном случае определяющим фактором числа уравнений системы является не корреляционная размерность, а совокупность пары временных рядов, следовательно, ограничим модель лишь двумя уравнениями. Возможны две разновидности.

Первая разновидность, с полной матрицей линейных членов:

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a_1(t) & a_2(t) \\ b_1(t) & b_2(t) \end{pmatrix}, \quad \bar{I} = \begin{pmatrix} I_1(t) \\ I_2(t) \end{pmatrix},$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} a_3(t)I_1(t)I_2(t) \\ b_3(t)I_1(t)I_2(t) \end{pmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений I:

$$\begin{cases} \dot{I}_1(t) = a_1(t)I_1(t) + a_2(t)I_2(t) + a_3(t)I_1(t)I_2(t), \\ \dot{I}_2(t) = b_1(t)I_1(t) + b_2(t)I_2(t) + b_3(t)I_1(t)I_2(t). \end{cases}$$

Вторая разновидность, с диагональной матрицей линейных членов:

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a_1(t) & 0 \\ 0 & b_2(t) \end{pmatrix}, \quad \bar{I} = \begin{pmatrix} I_1(t) \\ I_2(t) \end{pmatrix},$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} a_3(t)I_1(t)I_2(t) \\ b_3(t)I_1(t)I_2(t) \end{pmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений II:

$$\begin{cases} \dot{I}_1(t) = a_1(t)I_1(t) + a_3(t)I_1(t)I_2(t), \\ \dot{I}_2(t) = b_2(t)I_2(t) + b_3(t)I_1(t)I_2(t), \end{cases}$$

где $I_1(t)$, $I_2(t)$ – параметры индикатора; $I_1(t)I_2(t)$ – отражение взаимного влияния; $a_k(t)$, $b_k(t)$, $k=1;3$ – неизвестные коэффициенты, описывающие степень влияния составляющих.

В результате исследования данной модификации и ее апробации на разных данных получены следующие результаты. Модификация может быть применима к индикаторам, описываемым достаточно гладкими кривыми (не применима к индикаторам-осцилляторам), и позволяет получить прогностические значения индикаторов, что отодвигает горизонт прогноза в сторону его увеличения, а значит, расширяет возможности прогнозирования и повышает качество рекомендаций. Результаты прогноза и сравнение с реальными данными представлены на рис. 1.

Выводы и рекомендации по двухпараметрическим индикаторам строятся из трактовки взаимного положения параметров. Руководствуясь этим правилом, можно утверждать, что даже при отсутствии количественной близости реального и прогностического значения взаимное положение полученных кривых остается таким же, как для реальных данных. Точки пересечения прогностических траекторий согласуются с реальными пересечениями. Относительная усредненная погрешность полученных прогностических результатов составляет

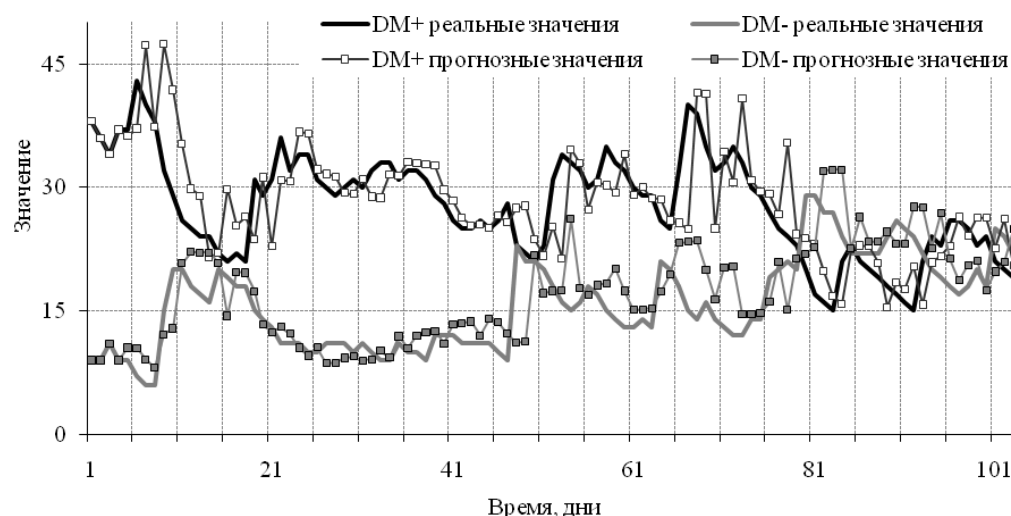


Рис. 1. Прогнозирование двухпараметрического индикатора Directional Movement (DM+ и DM-) (с диагональной матрицей)

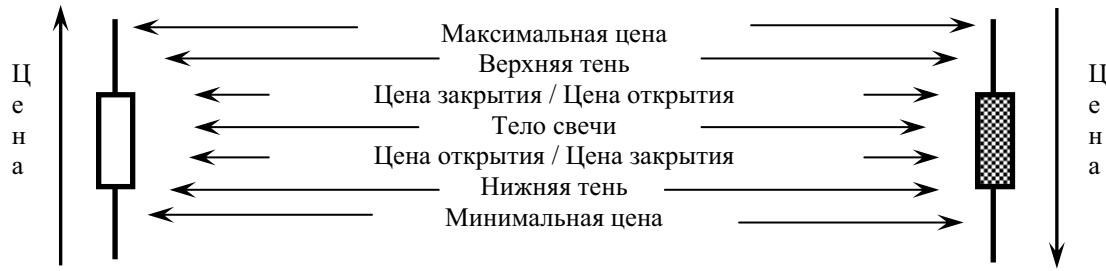


Рис. 2. Схема построения «японской свечи»

4...10 % в зависимости от вида двухпараметрического индикатора.

2. Модификация модели для «японских свечей»

Большой интерес аналитиков представляет применение модели (*) для прогноза «японских свечей». В техническом анализе метод «японских свечей» считается одним из самых наглядных и применяется очень давно, он появился в XVIII в. в Японии для прогнозирования будущей цены риса нового урожая. В 80-е гг. XX столетия, с бурным ростом срочного биржевого рынка фьючерсов и опционов, этот метод обрел широкую популярность. Знание прогностической «свечи» позволит отодвинуть горизонт прогноза, тем самым улучшить качество результатов, выдаваемых аналитиком. Для построения специфического индикатора «японской свечи» необходимо знание не одной цены, а четырех: открытия, закрытия, максимальной и минимальной за торговую сессию. Построить «японскую свечу» можно следующим образом.

Тело свечи – разница между ценами открытия и закрытия. В случае роста цены к моменту закрытия торгов выше цены открытия, тело свечи будет белым. Если текущая цена к моменту закрытия торгов опустилась ниже той, что была при открытии торговой сессии, то тело свечи будет черным. Совпадение цен открытия и закрытия обозначаются горизонтальной чертой и имеет специфическое название «додж». Тени свечи различают на верхнюю и нижнюю. Верхняя тень – это разница между максимальной ценой за определенный период времени (торговую сессию) и ценой открытия или закрытия в зависимости от цвета свечи. Нижняя тень – это разница между минимальной ценой за выбранный промежуток времени и ценой открытия или закрытия в зависимости от цвета свечи. Внешний вид свечей приведен на рис. 2.

Наличие большого количества переменных позволяет создать несколько модификаций модели (*) для прогнозирования «японских свечей». Модификации модели определяются через размерности $m \times n$, где n – количество уравнений в системе, m – количество систем.

а) Модификация размерности 4×3 .

Параметры «японской свечи» определим из исходной модели (*) (для простоты исследования ма-

трица коэффициентов – диагональная, а степень взаимного влияния параметров отображается только теми составляющими, которые взаимосвязаны с формируемым параметром непосредственно). Тогда параметры каждой системы дифференциальных уравнений имеют вид:

$$A_{(3 \times 3)j} = \begin{pmatrix} a_{1j}(t) & 0 & 0 \\ 0 & b_{2j}(t) & 0 \\ 0 & 0 & c_{3j}(t) \end{pmatrix}, \quad \bar{Y}_j = \begin{pmatrix} Y_{1j}(t) \\ Y_{2j}(t) \\ Y_{3j}(t) \end{pmatrix},$$

$$\bar{F}_j = \begin{pmatrix} a_{4j}(t)Y_{1j}(t)Y_2(t) + a_{5j}(t)Y_{1j}(t)Y_3(t) \\ b_{4j}(t)Y_{1j}(t)Y_2(t) + b_{6j}(t)Y_2(t)Y_3(t) \\ c_{5j}(t)Y_{1j}(t)Y_3(t) + c_{6j}(t)Y_2(t)Y_3(t) \end{pmatrix}, \quad j = \overline{1;4}.$$

Общий вид модификации модели для «японской свечи» 4×3 :

$$\begin{cases} \dot{Y}_{11}(t) = a_{11}(t)Y_{11}(t) + a_{41}(t)Y_{11}(t)Y_2(t) + a_{51}(t)Y_{11}(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_2(t) = b_{21}(t)Y_2(t) + b_{41}(t)Y_{11}(t)Y_2(t) + b_{61}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_3(t) = c_{31}(t)Y_3(t) + c_{51}(t)Y_{11}(t)Y_3(t) + c_{61}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_{12}(t) = a_{12}(t)Y_{12}(t) + a_{42}(t)Y_{12}(t)Y_2(t) + a_{52}(t)Y_{12}(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_2(t) = b_{22}(t)Y_2(t) + b_{42}(t)Y_{12}(t)Y_2(t) + b_{62}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_3(t) = c_{32}(t)Y_3(t) + c_{52}(t)Y_{12}(t)Y_3(t) + c_{62}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_{13}(t) = a_{13}(t)Y_{13}(t) + a_{43}(t)Y_{13}(t)Y_2(t) + a_{53}(t)Y_{13}(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_2(t) = b_{23}(t)Y_2(t) + b_{43}(t)Y_{13}(t)Y_2(t) + b_{63}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_3(t) = c_{33}(t)Y_3(t) + c_{53}(t)Y_{13}(t)Y_3(t) + c_{63}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_{14}(t) = a_{14}(t)Y_{14}(t) + a_{44}(t)Y_{14}(t)Y_2(t) + a_{54}(t)Y_{14}(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_2(t) = b_{24}(t)Y_2(t) + b_{44}(t)Y_{14}(t)Y_2(t) + b_{64}(t)Y_2(t)Y_3(t), \\ \dot{Y}_3(t) = c_{34}(t)Y_3(t) + c_{54}(t)Y_{14}(t)Y_3(t) + c_{64}(t)Y_2(t)Y_3(t), \end{cases}$$

где $Y_{1j}(t), j = \overline{1;4}$ – одна из четырех цен акции: открытия, закрытия, максимальная и минимальная за торговую сессию; $Y_2(t)$ – объем продаж; $Y_3(t)$ – «открытый интерес» (для фьючерсов) или другой стабильный параметр (курс валюты, биржевой индекс); $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, i = \overline{1;6}, j = \overline{1;4}$ – неизвестные коэффициенты, описывающие степень влияния составляющих.

Получаемые прогностические значения максимальной и минимальной цен не всегда отвечают своему названию, поэтому необходимо переопределить их значения, выбрав соответственно наименьшее и наибольшее значения среди четырех полученных значений цен.

б) Модификация размерности 2×3 .

Рассмотрим четыре рыночных показателя цены, определяющих «японскую свечу»: открытия, максимальная, минимальная и закрытия за торговую сессию. Таким образом, имеем четыре переменные $Y_{11}(t)$, $Y_{12}(t)$, $Y_{13}(t)$, $Y_{14}(t)$ соответственно. Поскольку каждая из систем (по условию 2×3) состоит только из трех уравнений, то модель составим в виде двух систем, которые будем рассматривать в совокупности. Зададим матрицы неизвестных коэффициентов $A_{(3 \times 3)I}$ и $A_{(3 \times 3)II}$ диагональными.

Первая система (A) имеет параметры $Y_{11}(t)$, $Y_{12}(t)$, $Y_{14}(t)$:

$$\begin{cases} \dot{Y}_{11}(t) = a_1(t)Y_{11}(t) + a_4(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + a_5(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{12}(t) = b_2(t)Y_{12}(t) + b_4(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + b_6(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{14}(t) = c_3(t)Y_{14}(t) + c_5(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t) + c_6(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t). \end{cases}$$

Вторая (B) – $Y_{11}(t)$, $Y_{13}(t)$, $Y_{14}(t)$:

$$\begin{cases} \dot{Y}_{11}(t) = a_1(t)Y_{11}(t) + a_4(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + a_5(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{13}(t) = b_2(t)Y_{13}(t) + b_4(t)Y_{11}(t)Y_{13}(t) + b_6(t)Y_{13}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{14}(t) = c_3(t)Y_{14}(t) + c_5(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t) + c_6(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t), \end{cases}$$

где $a_i(t)$, $b_i(t)$, $c_i(t)$, $i = \overline{1;6}$ – неизвестные коэффициенты, описывающие степень влияния параметров.

Две системы отличаются тем, что в первую в качестве параметра входит максимальная цена, а во вторую минимальная цена. Получаемые прогностические значения цен нуждаются в переопределении, так цены открытия и закрытия определим как арифметическое среднее соответствующих прогностических показателей систем: $Y_{11} = (Y_{11A} + Y_{11B})/2$ и $Y_{14} = (Y_{14A} + Y_{14B})/2$, а максимальную и минимальную цены как наибольшее и наименьшее значения среди полученных значений соответственно $Y_{12} = \max(Y_{12A}, Y_{12B})$ и $Y_{13} = \min(Y_{13A}, Y_{13B})$ ($i = \overline{1,2,4}; j = \overline{1,3,4}$).

с) Модификация размерности 1×4 .

Рассмотрим те же четыре цены, определяющие «японскую свечу», и составим систему из четырех дифференциальных уравнений с четырьмя неизвестными. Матрицу коэффициентов и нелинейные составляющие задаем следующим образом:

$$A_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} a_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4(t) \end{pmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11}(t) \\ Y_{12}(t) \\ Y_{13}(t) \\ Y_{14}(t) \end{pmatrix},$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} a_5(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + a_6(t)Y_{11}(t)Y_{13}(t) + a_7(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t) \\ b_5(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + b_6(t)Y_{12}(t)Y_{13}(t) + b_7(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t) \\ c_5(t)Y_{11}(t)Y_{13}(t) + c_6(t)Y_{12}(t)Y_{13}(t) + c_7(t)Y_{13}(t)Y_{14}(t) \\ d_5(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t) + d_6(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t) + d_7(t)Y_{13}(t)Y_{14}(t) \end{pmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений модели «японской свечи» 1×4 :

$$\begin{cases} \dot{Y}_{11}(t) = a_1(t)Y_{11}(t) + a_5(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + \\ \quad a_6(t)Y_{11}(t)Y_{13}(t) + a_7(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{12}(t) = b_2(t)Y_{12}(t) + b_5(t)Y_{11}(t)Y_{12}(t) + \\ \quad b_6(t)Y_{12}(t)Y_{13}(t) + b_7(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{13}(t) = c_3(t)Y_{13}(t) + c_5(t)Y_{11}(t)Y_{13}(t) + \\ \quad c_6(t)Y_{12}(t)Y_{13}(t) + c_7(t)Y_{13}(t)Y_{14}(t), \\ \dot{Y}_{14}(t) = d_4(t)Y_{14}(t) + d_5(t)Y_{11}(t)Y_{14}(t) + \\ \quad d_6(t)Y_{12}(t)Y_{14}(t) + d_7(t)Y_{13}(t)Y_{14}(t), \end{cases}$$

где $Y_{11}(t)$, $Y_{12}(t)$, $Y_{13}(t)$, $Y_{14}(t)$ – цены открытия, максимальная, минимальная, закрытия; $Y_{1i}(t)Y_{1j}(t)$ ($i \neq j$) – смешанные произведения, отражающие взаимосвязь параметров i и j ; $a_k(t)$, $b_k(t)$, $c_k(t)$, $d_k(t)$ $k = \overline{1;7}$ – неизвестные коэффициенты, описывающие степень влияния параметров. Получаемые прогностические значения $\min$ и $\max$ цен не всегда являются таковыми, поэтому необходимо переопределить их значения, выбрав соответственно наименьшее и наибольшее значения среди четырех полученных значений.

Возможно создание и других модификаций в зависимости от выбора параметров и их сочетания.

Модификации 2×3 и 4×3 описывают динамику адекватно, но бывает, не происходит «попадание в цвет». Такой положение не является экстраординарным, поскольку цвет свечи является некоторой дифференциальной характеристикой (определяется после переопределения параметров, содержит погрешности, полученные в процедурах прогноза и восстановления значения производных).

Модификация 1×4 выглядит несколько хуже. Это может быть объяснено отсутствием единственности решения в некоторых точках, поскольку две из четырех цен (открытия и закрытия) могут быть линейно-зависимыми (если их представить как два временных ряда, полученных из исходного посредством временного сдвига $\tau = 1$ сессия) и увеличенным количеством уравнений и нелинейностей.

Однако рассмотрение результатов всех трех модификаций в совокупности позволяет утверждать, что цвет свечи предсказывается точно в 70 % случаев (анализ трех вариантов модификации модели, при условии совпадения цвета как минимум двух из трех полученных «свечей») и в общем случае не влияет на описание динамики, представленной на рис. 3 и 4. Относительная усредненная погрешность полученных прогностических результатов для цен открытия и закрытия составляет 2...5 % в зависимости от цен, объемов торгов и «открытого интереса» каждого конкретного котируемого товара.

Таким образом, исследование систем нелинейных дифференциальных уравнений показало, что есть возможность применения представленной модели (*) к вторичным биржевым показателям: двухпараметрическим индикаторам и «японским свечам». Появились новые возможности предсказа-

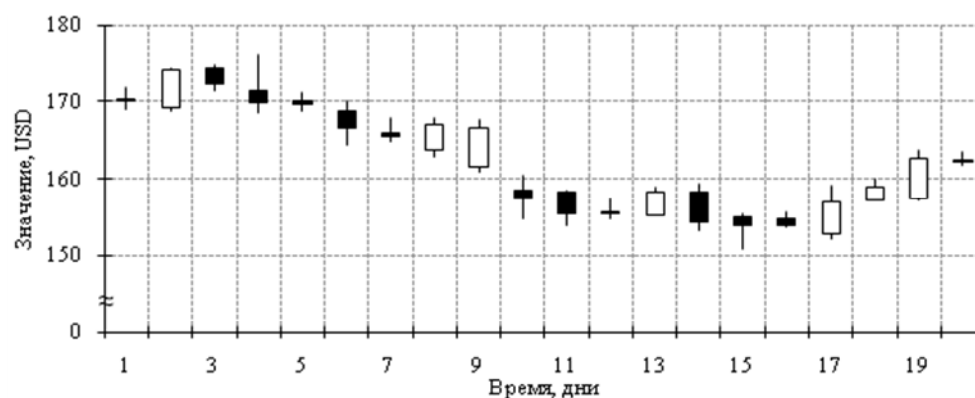


Рис. 3. Реальные «японские свечи»

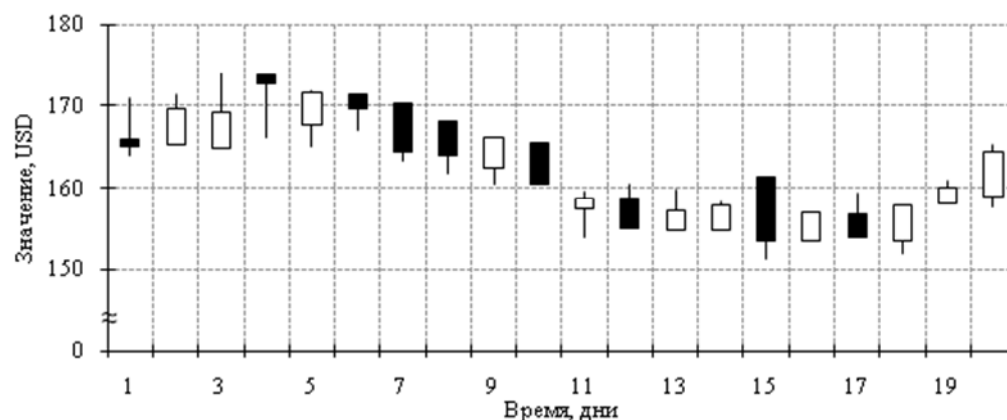


Рис. 4. Прогностические «японские свечи» (модификация модели 2х3)

ния тенденций изменения характеристик рынка на основе модели детерминированного хаоса. Перспективность использования представленных модификаций модели состоит в том, что сами по себе индикаторы уже являются «предсказывающими» инструментами. Появление дополнительного значения позволяет сделать выводы о сложившихся тенденциях на более далекое время, т. е. отодвинуть горизонт прогноза.

Выводы

1. Исследована применимость авторской математической модели динамики фондовых рынков для прогнозирования вторичных биржевых инструментов на примере «японских свечей» и двухпараметрических индикаторов.
2. Разработаны модификации модели для прогноза двухпараметрических индикаторов и «японских свечей». Показано, что на основе динамической модели можно спрогнозировать как трендовую, так и хаотическую составляющие экономических показателей (в том числе и вторичных). Схема адаптации позволяет прогнозировать реальные значения параметров через суммирование составляющих, полученных в результате прогноза.
3. Взаимное расположение параметров двухпараметрического индикатора сохраняется даже при отсутствии количественной близости расчетных значений с реальными, что позволяет делать достоверные прогнозы. Относительная усредненная погрешность полученных прогностических результатов составляет 4...10 % в зависимости от вида двухпараметрического индикатора.
4. Предложенные модификации модели для прогнозирования «японских свечей» предсказывают цвет в 70 % случаев (по принципу большинства из трех полученных «свечей» в каждый момент времени). Относительная усредненная погрешность полученных прогностических результатов для цен открытия и закрытия составляет 2...5 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Экономико-математические методы и прикладные модели / Под ред. В.В. Федосеева. — М.: ЮНИТИ, 2001. — 391 с.
2. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. — М.: Мир, 1999. — 334 с.
3. Хакен Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985. — 423 с.
4. Григорьев В., Козловских А., Ситникова О. Динамическая модель фьючерсного рынка // Рынок ценных бумаг. — 2004. — № 24 (279). — С. 42–44.
5. Григорьев В.П., Козловских А.В., Марьясов Д.А. Качественное исследование системы дифференциальных уравнений модели динамического хаоса и корреляция особых точек с трендами // Известия Томского политехнического университета. — 2006. — Т. 309. — № 2. — С. 12–17.
6. Шустер Г. Детерминированный хаос. — М.: Мир, 1998. — 240 с.
7. Мерфи Дж. Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика. — М.: Сокол, 1996. — 412 с.
8. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности. — М.: Мир, 1991. — 368 с.

Поступила 10.06.2009 г.

УДК 517.9;577.3.01;577.38

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

А.В. Борисов*, Р.О. Резаев, А.Ю. Трифонов, А.В. Шаповалов*

Томский политехнический университет

E-mail: trifonov@mph.phtd.tpu.ru

Томский государственный университет*

Численными методами исследовано влияние нелокальных эффектов на динамику популяции микроорганизмов в рамках диффузионной модели с квадратично-нелинейным нелокальным взаимодействием. Основное уравнение модели обобщает известное уравнение Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова. Для описания нелокального взаимодействия использовались ядра в виде гауссова и равномерного распределений. Показано, что в обоих случаях образуются локальные максимумы численности популяции, что указывает на формирование популяционной структуры.

Ключевые слова:

Популяционная динамика, численные методы, модель Фишера, популяционные структуры.

Key words:

Population dynamics, numerical techniques, Fisher model, population structure.

Введение

Популяционная динамика микроорганизмов дает пример нелинейной системы, в которой могут возникать эффекты самоорганизации, обусловленные коллективным поведением большого числа особей в условиях влияния управляющих внешних воздействий. Эффекты самоорганизации проявляются в формировании неоднородных пространственно-временных структур (популяционных агрегаций или паттернов) [1–3], популяционных волн и других подобных явлений [4]. Понимание закономерностей возникновения и динамики роста бактериальных структур важно для выявления основных механизмов контроля на начальном уровне зарождения и развития бактериальных инфекций в медицинской практике [5]. Систематические исследования популяций бактерий, проведенные микробиологами на протяжении прошлого века, привели к представлению о бактериальной культуре как о целостной единой системе [6, 7].

В работе численными методами исследовано влияние нелокальных эффектов на динамику по-

пуляции микроорганизмов в рамках диффузионной модели с квадратично-нелинейным нелокальным взаимодействием, обобщающей известную модель Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова (ФКПП). Для описания нелокального взаимодействия использовались ядра двух типов: в виде гауссова и равномерного распределений. Показано, что в обоих случаях образуются локальные максимумы численности популяции, что указывает на формирование популяционной структуры.

1. Популяционная модель с нелокальной квадратичной нелинейностью

В качестве базовой модели пространственно-распределенной популяции, следуя традиционному подходу в динамической теории популяций [6–8], выберем модель, предложенную независимо Р. Фишером [9] и А.Н. Колмогоровым, Н.Г. Петровским, Н.С. Пискуновым [10]. Для простоты будем считать пространство одномерным. Данное предположение может быть реализовано в экспериментальных условиях, если область, в которой взаимодей-