$$x_1(t) = \frac{1}{6}t^3 + 0,46135t^2 + 0,92565t - 1;$$

$$x_2(t) = \frac{1}{2}t^2 + 0,92269t - 0,07435; \;\; x_3(t) = t - 0,07731.$$

Резюме. При предложенном в настоящей работе подходе для определения $U_{opt}(t)$ не используются сопряженные переменные $\Psi(t)$, ввиду чего исключаются как проблема по определению вектора $\Psi(0)$, так и проблема по удовлетворению условиям трансверсальности на левом и/или на правом концах фазовых траекторий. Эти обстоятельства намного упрощают решение рассматриваемой задачи, несмотря на увеличение при этом размерности эквивалентной задачи НЛП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. – М.: Мир, 1972. – 554 с.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983. – 392 с.
3. Симонян С.О. Прикладная теория оптимального управления. – Ереван: ГИУА, 2005. – 180 с. (на армянском языке).
4. Симонян С.О. Основы синтеза специализированных вычислителей динамических задач нелинейного программирования: Автореф. дис. ... д.т.н. – Ереван, 1993. – 47 с.
5. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. – Киев: Наукова думка, 1990. – 184 с.
6. Симонян С.О., Аветисян А.Г. Прямой метод решения линейных многоточечных краевых задач // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. Технические науки. – 2002. – Т. 55. – № 1. – С. 95–103.
7. Симонян С.О., Аветисян А.Г., Казарян Д.А. Метод решения линейных многоточечных краевых задач, основанный на дифференциально-дирихлеевских преобразованиях // Вестник ИАА. – 2007. – Т. 2. – С. 253–257 (на армянском языке).
8. Симонян С.О., Аветисян А.Г., Казарян Д.А. Метод решения задач оптимального управления, основанный на дифференциальных преобразованиях // Вестник ГИУА. Сер. Моделирование, оптимизация, управление. – 2007. – Т. 2. – Вып. 10. – С. 102–114.
9. Симонян С.О., Аветисян А.Г., Казарян Д.А Решение задач линейного быстродействия с закрепленными краевыми условиями в области дифференциальных преобразований (общий случай) // Радиоэлектроника. Информатика. Управление (Запорожский государственный технический университет). – 2009. – Т. 1. – С. 137–144.
10. Казарян Д.А. Об одном методе решения одного класса задач линейного оптимального быстродействия // Вестник-76 Государственного инженерного университета Армении (Политехник). Сб. научных и методических статей, Ереван. – 2009. – Т. 1. – № 1. – С. 491–497 (на армянском языке).
11. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1966. – 623 с.

Поступила 29.06.2009 г.

УДК 519.233.22

ОДНОЭТАПНОЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

А.А. Маляренко

Томский государственный университет
E-mail: anna.malyarenko@gmail.com

Построена и исследована одноэтапная последовательная процедура оценивания параметров нелинейных регрессионных процессов с дискретным временем. Построенная процедура применена к двумерной модели авторегрессии с дрейфующими параметрами и двумерной модели AR/ARCH.

Ключевые слова:
Оценивание параметров, стохастические системы, процессы авторегрессии, последовательный анализ, асимптотический анализ.
Key words:
Parameter estimation, stochastic systems, autoregressive processes, sequential analysis, asymptotic analysis.

Известно, что нелинейные стохастические системы широко используются для описания реальных процессов в экономике, технике, медицине и т. д. Асимптотические методы идентификации, такие, например, как метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов и др. позволяют находить оценки неизвестных параметров моделей с известными статистическими свойствами при неограниченном увеличении объема наблюдений. В то же время, последовательный метод оценивания параметров динамических систем позволяет получить оценки с гарантированным качеством в среднеквадратическом смысле за конечное время. Время оценивания определяется моментом остановки, построенным по наблюдаемому процессу. Для простых моделей, например, скалярных моделей авторегрессии первого порядка с дискретным и непрерывным временем, удается построить так называемую одноэтапную последовательную процедуру оценивания [1, 2]. В этих случаях одноэтапная последовательная оценка представляет собой оценку по методу наименьших квадратов, вычисленную в специальный марковский момент. Такие оценки являются несмещенными и достаточно просты для исследования. В более сложных моделях, например, моделях авторегрессии высоких порядков и многомерных регрессионных процессах, приходится применять более сложную двухэтапную процедуру последовательного оценивания [3, 4] и др. При этом теряется, в частности, свойство несмещенности оценок. Отметим также результаты по двухэтапному оцениванию параметров с дрейфом в моделях авторегрессионного типа [5, 6]. В то же время существует класс многомерных моделей, позволяющий строить одноэтапную процедуру оценивания неизвестных параметров [7, 8].

В работе рассматриваются модели подобного типа. Основное отличие от моделей, рассмотренных в [7], состоит в наличии дополнительного аддитивного шума, что позволяет расширить область применения одноэтапного метода оценивания. Построена последовательная процедура оценивания неизвестных параметров модели общей регрессии. В качестве примеров рассмотрены модели двумерного процесса авторегрессии с дрейфующими параметрами и модели типа AR/ARCH.

Модель общей регрессии

Пусть (Ω,F,P) – произвольное, но фиксированное вероятностное пространство с фильтрацией $F=(F_n)_{n\ge0}$. Предполагается, что наблюдаемый p-мерный процесс $(x(n))$ удовлетворяет уравнению:

$$x(n+1)=A_0(n)+A_1(n)\lambda+B_1(n)\xi_{n+1}+B_2(n)\eta_{n+1},$$
$$n\ge 0, \qquad (1)$$

где $A_0(n)$, $A_1(n)$, $B_1(n)$, $B_2(n)$ – F_n-измеримые наблюдаемые матрицы размерностей $p\times1$, $p\times q$, $p\times1$, $p\times m$ соответственно, элементы которых могут зависеть от реализации процесса $(x(n))$.

Шумы ξ_n и η_n образуют последовательности – F_n-измеримых независимых одинаково распределенных векторов таких, что $E\xi_n=E\eta_n=0$, $E\xi_n\xi'_n=E\eta_n\eta'_n=I$; $\lambda=(\lambda_1,...,\lambda_q)'$ – вектор неизвестных параметров.

Задача состоит в построении одноэтапной последовательной процедуры оценивания параметра $\theta=\mathbf{a}'\lambda$, где $\mathbf{a}$ – заданный постоянный вектор.

Для построения процедуры оценивания введем псевдообратные матрицы $A_1^+(n)=[A'_1(n)A_1(n)]^{-1}A'_1(n)$ в предположении, что все обратные матрицы $[A'_1(n)A_1(n)]^{-1}$ п.н. определены. Кроме того предполагается, что существуют известные F_n-измеримые матрицы $\Sigma_1(n)$, $\Sigma_2(n)$ такие, что для всех $n\ge1$ справедливы следующие неравенства в смысле квадратичных форм:

$$B_1(n)\,B'_1(n)\le\Sigma_1(n),\ B_2(n)\,B'_2(n)\le\Sigma_2(n)\quad \text{п.н.} \qquad (2)$$

Последовательные оценки θ будем строить на основе модифицированных оценок по методу наименьших квадратов:

$$\hat\theta_N=\frac{\sum_{n=1}^{N}c(n)\mathbf{a}'A_1^+(n)(\mathbf{x}(n+1)-A_0(n))}{\sum_{n=1}^{N}c(n)},$$

где $c(n)=\{\mathbf{a}'A_1^+(n)(\Sigma_1(n)+\Sigma_2(n))(A_1^+(n))'\mathbf{a}\}^{-1}$.

Согласно (1) уклонение оценки $\hat\theta_N$ имеет вид:

$$\hat\theta_N-\theta=\frac{\sum_{n=1}^{N}c(n)\mathbf{a}'A_1^+(n)\zeta(n+1)}{\sum_{n=1}^{N}c(n)},$$

где $\zeta(n+1)=B_1(n)\xi_{n+1}+B_2(n)\eta_{n+1}$. Заметим, что функция $c(n)$ представляет собой обратную верхнюю границу для условной дисперсии шумового процесса $\mathbf{a}'A_1^+(n)\zeta(n+1)$:

$$c(n)\le\{E(\mathbf{a}'A_1^+(n)\zeta(n+1)\zeta'(n+1)(A_1^+(n))'\mathbf{a}\,|\,F_n)\}^{-1}.$$

Определим последовательный план $(\theta^*(H),\ \tau(H))$, оценивания параметра θ с заданной среднеквадратической точностью H^{-1} по формулам

$$\theta^*(H)=\frac{1}{H}\sum_{n=1}^{\tau(H)}\beta_n(H)c(n)\mathbf{a}'A_1^+(n)(\mathbf{x}(n+1)-A_0(n)), \qquad (3)$$

где

$$\tau(H)=\inf\{N\ge1:\sum_{n=1}^{N}c(n)\ge H\}, \qquad (4)$$

$$\beta_n(H)=\begin{cases}1, & n<\tau(H);\\ \alpha_n(H), & n=\tau(H),\end{cases}$$

$$\alpha(H)=\frac{H-\sum_{n=1}^{\tau(H)-1}c(n)}{c(\tau(H))}.$$

Теорема 1. Пусть наблюдаемый процесс $(x(n))$ удовлетворяет (1), матричные функции $A_1(n)$ и $B_1(n)$, $B_2(n)$ такие, что выполнено условие (2) и

1. $Ec(n)<\infty$ для каждого $n\ge1$,

2. $P\{\sum_{n=1}^{\infty}c(n)\infty\}=1.$

Тогда для любого $H>0$ последовательный план $(\theta^*(H),\ \tau(H))$, определенный в (3), (4), замкнут, т. е. $\tau(H)<\infty$ п.н. и справедливы следующие утверждения:

1. $E\theta^*(H)=\theta,$

2. $E(\theta^*(H)-\theta)^2\le\dfrac{1}{H}.$

Доказательство теоремы 1. Конечность с вероятностью 1 момента остановки $\tau(H)$ следует непосредственно из условия 2 теоремы 1. Доказательство свойства несмещенности по существу повторяет доказательство теоремы, приведенной в [2], и поэтому опускается. Аналогично [2] проводится также доказательство второго утверждения теоремы с учетом определения момента $\tau(H)$, $c(n)$ и свойства $\beta_n(H)\le 1$:

$$E(\theta^*(H)-\theta)^2 \le \frac{1}{H^2}\sum_{n=1}^{\tau(H)} \beta_n^2(H)c^2(n)\mathbf{a}'A_1^+(n)\times$$
$$\times(B_1(n)\xi_{n+1}+B_2(n)\eta_{n+1})\times$$
$$\times(B_1(n)\xi_{n+1}+B_2(n)\eta_{n+1})'(A_1^+(n))'\mathbf{a}\le$$
$$\le \frac{1}{H^2}\sum_{n=1}^{\tau(H)} \beta_n^2(H)c^2(n)\mathbf{a}'A_1^+(n)(\Sigma_1(n)+$$
$$+\Sigma_2(n))(A_1^+(n))'\mathbf{a}\le \frac{1}{H^2}\sum_{n=1}^{\tau(H)}\beta_n(H)c(n)=\frac{1}{H}.$$

В качестве примеров предложенной процедуры оценивания рассмотрим две двумерные модели специального вида.

Двумерный процесс авторегрессии с дрейфующими параметрами

Рассмотрим модель вида:

$$\begin{cases} x_1(n+1)=x_1(n)(\lambda_1+\sigma_{\eta 1}\eta_1(n+1))+ \\ +x_2(n)(\lambda_2+\sigma_{\eta 2}\eta_2(n+1))+\sigma_{\xi 1}\xi_1(n+1), \\ x_2(n+1)=x_1(n)(\lambda_2+\sigma_{\eta 2}\eta_2(n+1))- \\ -x_2(n)(\lambda_1+\sigma_{\eta 1}\eta_1(n+1))+\sigma_{\xi 2}\xi_2(n+1). \end{cases} \quad (5)$$

Процесс $x(n)=(x_1(n),x_2(n))'$ удовлетворяет (1), причем

$$A_0(n)=0,\ A_1(n)=\begin{pmatrix} x_1(n) & x_2(n) \\ -x_2(n) & x_1(n)\end{pmatrix},$$
$$B_1(n)=B_1=\begin{pmatrix}\sigma_{\xi 1} & 0 \\ 0 & \sigma_{\xi 2}\end{pmatrix},$$
$$B_2(n)=\begin{pmatrix}\sigma_{\eta 1}x_1(n) & \sigma_{\eta 2}x_2(n) \\ -\sigma_{\eta 1}x_2(n) & \sigma_{\eta 2}x_1(n)\end{pmatrix},$$
$$\Sigma_1(n)=\sigma_\xi^2 I,\ \Sigma_2(n)=\sigma_\eta^2\|x(n)\|^2 I,$$

где $\sigma_\xi^2=\mathbf{a}'B_1^2\mathbf{a}$, $\sigma_\eta^2=\mathbf{a}'B_2^2\mathbf{a}$, $B_2=\mathrm{diag}\{\sigma_{\eta 1},\sigma_{\eta 2}\}$. Тогда, полагая

$$A_1^+(n)=\frac{1}{\|\mathbf{x}(n)\|^2}A_1'(n),\quad c(n)=\frac{\|\mathbf{x}(n)\|^2}{\sigma_\xi^2+\sigma_\eta^2\|\mathbf{x}(n)\|^2}, \quad (6)$$

получаем, что последовательные планы (3), (4) полностью определены.

Следует отметить, что наличие в модели дрейфующих параметров не позволяет применять общую процедуру последовательного одноэтапного оценивания, построенную в [7].

Теорема 2. Пусть наблюдаемый процесс $(x(n))$ удовлетворяет (5). Тогда для любого $H>0$ последовательный план $(\theta^*(H),\ \tau(H))$, определенный в (3), (4), (6), замкнут, и справедливы следующие утверждения:

1. $E\theta^*(H)=\theta$,
2. $E(\theta^*(H)-\theta)^2\le \dfrac{1}{H}$,
3. Существует постоянная m_0, такая, что для любого $H_0>0$

$$\sup_{H\ge H_0}\frac{E\tau(H)}{H}\le m_0.$$

Доказательство теоремы 2 вынесено в Приложение.

Двумерный процесс AR/ARCH

Рассмотрим модель вида (1)

$$\begin{cases} x_1(n+1)=x_1(n)\lambda_1+x_2(n)\lambda_2+ \\ +\sqrt{\sigma_{01}^2+\sigma_{11}^2x_1^2(n)+\sigma_{21}^2x_2^2(n)}\,\xi_1(n+1), \\ x_2(n+1)=x_1(n)\lambda_2-x_2(n)\lambda_1+ \\ +\sqrt{\sigma_{02}^2+\sigma_{12}^2x_1^2(n)+\sigma_{22}^2x_2^2(n)}\,\xi_2(n+1), \end{cases} \quad (7)$$

где

$$A_0(n)=0,\ A_1(n)=\begin{pmatrix} x_1(n) & x_2(n) \\ -x_2(n) & x_1(n)\end{pmatrix},$$
$$B_1(n)=\mathrm{diag}\{\sqrt{\sigma_{01}^2+\sigma_{11}^2x_1^2(n)+\sigma_{21}^2x_2^2(n)},$$
$$\sqrt{\sigma_{02}^2+\sigma_{12}^2x_1^2(n)+\sigma_{22}^2x_2^2(n)}\},\ \ B_2(n)=0$$

и предположим, что существуют известные постоянные δ^2, σ_0^2 и σ_1^2 такие, что для всех $n\ge 1$ справедливы следующие неравенства

$$0<\delta^2\le\sigma_{0i}^2\le\sigma_0^2,\ \max(\sigma_{1i}^2,\sigma_{2i}^2)\le\sigma_1^2,\ \ i=1,2.$$

Тогда последовательные планы (3), (4) полностью определены, если положить

$$A_1^+(n)=\frac{1}{\|\mathbf{x}(n)\|^2}A_1'(n),\quad c(n)=\frac{\|\mathbf{x}(n)\|^2}{\bar\sigma_0^2+\bar\sigma_1^2\|\mathbf{x}(n)\|^2}, \quad (8)$$

где $\bar\sigma_0^2=\|\mathbf{a}\|^2\sigma_0^2$, $\bar\sigma_1^2=\|\mathbf{a}\|^2\sigma_1^2$.

Теорема 3. Пусть наблюдаемый процесс $(x(n))$ удовлетворяет (7). Тогда для любого $H>0$ последовательный план $(\theta^*(H),\ \tau(H))$, определенный в (3), (4), (8), замкнут, и справедливы утверждения теоремы 2.

Доказательство теоремы 3 вынесено в приложение.

Заключение

Рассмотрена одноэтапная последовательная процедура оценивания параметров модели общей регрессии. Приведены примеры двумерного процесса авторегрессии с дрейфующими параметрами и модели типа AR/ARCH. Показано, что предложенные оценки обладают свойством несмещенности и гарантированности. В примерах исследовано среднее время оценивания. Отметим, в частности, что для модели авторегрессии с дрейфующими параметрами процедура одноэтапного последовательного оценивания, предложенная в [7], не применима, а задача одноэтапного последовательного оценивания параметров многомерной модели AR/ARCH ранее не рассматривалась.

Автор выражает благодарность В.А. Васильеву за помощь в написании работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-01-00172).

Приложение

Доказательство теоремы 2. Доказательство первых двух утверждений теоремы 2 проводится аналогично доказательству теоремы 1.

Для доказательства конечности момента остановки (4), (6) проверим расходимость ряда

$$P\{\sum_{n=1}^{\infty} c(n) = \infty\} = 1$$

по схеме доказательства теоремы в [10]. Для этого запишем систему (5) в следующем виде:

$$\mathbf{x}(n+1) = A\mathbf{x}(n) + \zeta(n+1),$$

где $\zeta(n+1) = \tilde{\eta}(n+1)\mathbf{x}(n) + B_1\xi(n+1)$,

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & -\lambda_1 \end{pmatrix}, \ \tilde{\eta}(n) = \begin{pmatrix} \sigma_{\eta 1}\eta_1(n) & \sigma_{\eta 2}\eta_2(n) \\ \sigma_{\eta 2}\eta_2(n) & -\sigma_{\eta 1}\eta_1(n) \end{pmatrix},$$

откуда для всех $m > n \geq 1$ получаем уравнение

$$\sum_{k=n}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2 = \|\lambda\|^2 \sum_{k=n}^{m} \|\mathbf{x}(k-1)\|^2 +$$
$$+2\sum_{k=n}^{m} \mathbf{x}'(k-1)A\zeta(k) + \sum_{k=n}^{m} \|\zeta(k)\|^2.$$

С помощью следующей оценки

$$\sum_{k=n}^{m} |\mathbf{x}'(k-1)A\zeta(k)| \leq \sum_{k=n}^{m} \|\lambda\| \|\mathbf{x}(k-1)\| \|\zeta(k)\| \leq$$
$$\leq \|\lambda\| (\sum_{k=n}^{m} \|\mathbf{x}(k-1)\|^2)^{\frac{1}{2}} (\sum_{k=n}^{m} \|\zeta(k)\|^2)^{\frac{1}{2}}$$

получаем неравенство

$$\sum_{k=n-1}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2 + 2\|\lambda\| (\sum_{k=n-1}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2)^{\frac{1}{2}} (\sum_{k=n}^{m} \|\zeta(k)\|^2)^{\frac{1}{2}} -$$
$$-\sum_{k=n}^{m} \|\zeta(k)\|^2 \geq 0,$$

решая которое относительно $\sum_{k=n-1}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2$, находим

$$\sum_{k=n-1}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2 \geq c\sum_{k=n}^{m} \|\zeta(k)\|^2,$$

где $c=(\sqrt{1+\|\lambda\|^2}-\|\lambda\|)^2$ (см. также [10]), и по определению $\zeta(n)$

$$\sum_{k=n-1}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2 \geq c(\sum_{k=n}^{m} \xi'(k)B_1^2\xi(k) -$$
$$-2\sqrt{\sum_{k=n-1}^{m} \|\tilde{\eta}(k)\|^2 \xi'(k)B_1^2\xi(k) \cdot \sum_{k=n-1}^{m} \|\mathbf{x}(k)\|^2}),$$

нижняя граница при соответственно выбранных n и m будет иметь вид:

$$\sum_{k=(i-1)n+1}^{in} \|\mathbf{x}(k)\|^2 \geq \rho_i(n), \qquad (9)$$

где $n>1$ и

$$\rho_i(n) =$$
$$= (\sqrt{\sum_{k=(i-1)n+2}^{in} (\|\tilde{\eta}(k)\|^2 \xi'(k)B_1^2\xi(k)c^2 + \xi'(k)B_1^2\xi(k)c)} -$$
$$-c\sqrt{\sum_{k=(i-1)n+2}^{in} \|\tilde{\eta}(k)\|^2 \xi'(k)B_1^2\xi(k)})^2.$$

Тогда, согласно усиленному закону больших чисел

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\rho_i(n) = \rho \text{ п.н.},$$

где

$$\rho = \bar{\sigma}_\xi^2 \cdot (\sqrt{2\bar{\sigma}_\eta^2 c^2 + c} - \sqrt{2}\bar{\sigma}_\eta c)^2,$$
$$\bar{\sigma}_\xi^2 = \sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2, \bar{\sigma}_\eta^2 = \sigma_{\eta 1}^2 + \sigma_{\eta 2}^2,$$

и, следовательно,

$$\underline{\lim}_{n\to\infty} \sum_{k=(i-1)n+1}^{in} c(k) \geq$$
$$\geq \underline{\lim}_{n\to\infty} (\sigma_\eta^2 + \sigma_\xi^2 (\sum_{k=(i-1)n+1}^{in} \|\mathbf{x}(k)\|^2)^{-1})^{-1} \geq$$
$$\geq \underline{\lim}_{n\to\infty} (\sigma_\eta^2 + \sigma_\xi^2 \frac{1}{n}(\frac{1}{n}\rho_i(n))^{-1}) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} \quad \text{п.н.}$$

Последнее предельное соотношение обеспечивает расходимость ряда из $c(n)$.

Покажем, что для процесса (5) справедливо утверждение 3 теоремы 2. Обозначим через $[a]_1$ – целую часть числа a. Следуя идее доказательства [11] с помощью неравенств (9) при $n=2$ находим:

$$E\tau(H) = E\sum_{j\geq 1} \chi[j \leq \tau(H)] =$$
$$= 1 + \sum_{j\geq 1} P\{j < \tau(H)\} = 1 + \sum_{j\geq 1} P\{\sum_{j\geq 1} c(i) < H\} \leq$$
$$\leq 1 + \sum_{j\geq 1} P\{\sum_{i=1}^{[j/2]_1} \sum_{k=2(i-1)+1}^{2i} c(k) < H\} \leq$$
$$\leq 1 + \sum_{j\geq 1} P\{\sum_{i=1}^{[j/2]_1} (\sigma_\eta^2 + \sigma_\xi^2 \rho_i^{-1}(2))^{-1} < H\}.$$

Таким образом, определяя вспомогательный момент остановки,

$$\overline{\tau}(H)=\inf\{m\geq 1:\sum_{i=1}^{m}\frac{\rho_i(2)}{\sigma_\xi^2+\sigma_\eta^2\rho_i(2)}\geq 2H\},$$

получаем, что $E\tau(H)\leq E\overline{\tau}(H)$, $H>0$.

Поскольку слагаемые в определении $\overline{\tau}(H)$ независимы и одинаково распределены, согласно [10] существует универсальная константа m_0, такая, что для любого $H_0>0$

$$\sup_{H\geq H_0}\frac{E\overline{\tau}(H)}{H}\leq m_0.$$

Доказательство теоремы 3. Доказательство повторяет в целом доказательство теоремы 2, поэтому приведем только основные отличия.

В ходе доказательства расходимости ряда из $c(n)$ аналогично получаем для всех $m>n$ неравенства

$$\sum_{k=n-1}^{m}\|\mathbf{x}(k)\|^2\geq c\sum_{k=n}^{m}\|B_1\xi_k\|^2\geq c\delta^2\sum_{k=n}^{m}\|\xi_k\|^2,$$

с помощью которых нетрудно показать, что для всех $i\geq 1$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=(i-1)n+1}^{in}c(k)\geq\frac{1}{\overline{\sigma}_1^2}\ \text{п.н.}$$

При доказательстве третьего утверждения теоремы 3 аналогично доказательству теоремы 2 устанавливаются неравенства $E\tau(H)\leq E\tilde{\tau}(H)$, $H>0$, где

$$\tilde{\tau}(H)=\inf\{m\geq 1:\sum_{i=1}^{m}\frac{c\delta^2\|\xi_{2i}\|^2}{\overline{\sigma}_0^2+\overline{\sigma}_1^2c\delta^2\|\xi_{2i}\|^2}\geq 2H\}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974. – 696 с.
2. Борисов В.З., Конев В.В. О последовательном оценивании параметров дискретных процессов // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 10. – С. 58–64.
3. Конев В.В., Пергаменщиков С.М. Последовательные планы идентификации динамических систем // Автоматика и телемеханика. – 1981. – № 7. – С. 84–92.
4. Васильев В.А., Конев В.В. Последовательное оценивание параметров динамических систем при неполном наблюдении // Техническая кибернетика. – 1982. – № 6. – С. 145–154.
5. Konev V.V., Vasiliev V.A. On identification of linear dynamic systems in the presence of multiplicative and additive noises in observation // Stochastic Contr.: Proc. Second IFAC Symp., Vilnius-1986. Oxford e.a. – 1987. – P. 87–91.
6. Malyarenko A.A., Vasiliev V.A. On sequential parameter estimation problem of non-linear discrete-time stochastic systems // Third Inter. Conf. on Innovative Comp., Inf. and Control, China. – 2008. – P. 544–547.
7. Воробейчиков С.Э., Конев В.В. О последовательной идентификации стохастических систем // Техническая кибернетика. – 1980. – № 4. – С. 176–182.
8. Васильев В.А., Добровидов А.В., Кошкин Г.М. Непараметрическое оценивание функционалов от распределений стационарных последовательностей. – М.: Наука, 2004. – 508 с.
9. Feigin P.D., Tweedie R.L. Random coefficient autoregressive processes: a Markov chain analysis of stationarity and finiteness of moments // Journal of Time Series Analysis. – 1985. – V. 6. – № 1. – P. 1–14.
10. Пергаменщиков С.М. Асимптотические свойства последовательного плана оценивания параметра авторегрессии первого порядка // Теория вероятностей и ее применения. – 1991. – Т. 36. – № 1. – С. 42–53.
11. Борисов В.З., Конев В.В. О среднем времени наблюдения при последовательном оценивании параметров рекуррентных процессов // Автоматика и телемеханика. – 1981. – № 10. – С. 90–97.

Поступила 20.10.2009 г.