7. Krompholz H.G., Hatfield L.L., Neuber A.A., Kohl K.P., Chaparro J.E., Ryu Han-Yong. Phenomenology of Subnanosecond Gas Discharges at pressures below one atmosphere // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2006. – V. 34. – № 3. – P. 927–936.
8. Загулов Ф.Я., Котов А.С., Шпак В.Г., Юрике Я.Я., Яландин М.И. Радан – малогабаритные сильноточные ускорители электронов импульсно-периодического действия // Приборы и техника эксперимента. – 1989. – № 2. – С. 146–149.
9. Методы исследования плазмы / под ред. В. Лохте-Хольтгрейвена. – М.: Мир, 1971. – 126 с.
10. Фриш С.Э. Оптические методы измерений. – Л.: ЛГУ, 1980. – 226 с.
11. Плазма в лазерах / под ред. Дж. Бекефи. – М.: Энергоиздат, 1982. – 411 с.
12. Britun N., Gaillard M., Ricard A., Kim Y.M., Kim K.S., Han J.G. Determination of the vibrational, rotational and electron temperatures in N_2 and Ar-N_2 rf discharge // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2007. – V. 40. – P. 1022–1029.
13. Mackuhowsky J., Pokora L. Theoretical model of TEA nitrogen laser excited by electric discharge // Optica Applicata. – 1993. – V. 23. – P. 113–231.
14. Godard B. A simple high-power large-efficiency N_2 ultraviolet laser // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1974. – V. 10. – № 2. – P. 147–153.
15. Бычков Ю.И., Лосев В.Ф., Савин В.В., Тарасенко В.Ф. Повышение эффективности N_2-лазера // Квантовая электроника. – 1975. – Т. 2. – № 9. – С. 2047–2053.

Поступила 24.12.2009 г.

УДК 537.533.9

МОДЕЛЬ МАКРОЧАСТИЦ ЗАРЯДОВОЙ НЕЙТРАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ПРИ ИНЖЕКЦИИ В ПЛАЗМУ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

В.П. Григорьев, Е.С. Вагин, В.В. Офицеров

Томский политехнический университет
E-mail: grig@am.tpu.ru

Рассмотрена задача моделирования процесса транспортировки электронного пучка в камере, заполненной плазмой низкого давления. Приведено описание численной модели, разработанной в среде MatLab. Приведены результаты моделирования.

Ключевые слова:
Физика плазмы, электронный пучок, уравнение Пуассона, метод макрочастиц, транспортировка пучка электронов.
Key words:
Plasma physics, electron beam, Poisson's equation, particle-in-cell simulation method, electron beam transportation.

Введение

Широкая сфера применения электронных пучков вызывает большой интерес к изучению физических процессов, обуславливающих движение заряженных частиц, и созданию более полных математических моделей поведения таких пучков. Особый интерес вызывают низкоэнергетические (десятки кэВ) электронные пучки. Такие пучки способны переносить запасенную энергию без существенных потерь на достаточно большие расстояния и эффективно передавать ее объекту воздействия [1–3].

Однако существует ряд трудностей, сдерживающих развитие данного направления. В частности, при низких энергиях и высоких плотностях токов транспортировка сильноточных электронных пучков (СЭП) к мишени представляет значительные трудности из-за необходимости обеспечения, как полной зарядовой нейтрализации, так и подавления самопинчевания электронного пучка в собственном магнитном поле [2].

Для определения оптимальных условий при переносе энергии пучка к мишени требуется проведения больших сложных и дорогих экспериментов, поэтому широкое распространение получает численное моделирование указанных процессов, результаты которых могут позволить не только определить оптимальные условия транспортировки пучка, но и осуществлять управление его параметрами.

В данной работе представлена математическая модель, алгоритмы решения уравнений модели и результаты численного исследования зарядовой нейтрализации при инжекции низкоэнергетических СЭП в предварительно созданную плазму во внешнем магнитном поле. При решении задач такого рода удобно использовать метод макрочастиц. Метод основан на предположении о том, что в течении некоторого малого отрезка времени заряженные частицы, заключенные в некоторый объем, ведут себя как единое целое. Система уравнений модели макрочастиц состоит из макроскопических уравнений Пуассона, уравнений среды и уравнений движения.

Основные уравнения физической модели

При транспортировке интенсивного пучка электронов происходит взаимодействие пучка с плазмой. Инжекция пучка приводит к образованию потенциала в области пучка, что заставляет электроны плазмы покидать область инжекции. При этом ионы плазмы из-за высокой относительной массы (обычно это однозарядные ионы аргона) остаются в области и обеспечивают зарядовую нейтрализацию транспортируемого пучка, в результате чего на основную часть импульса действуют только фокусирующие силы со стороны собственного и внешнего магнитных полей. В результате формируется плазменный канал, по которому транспортируется пучок. За счет нейтрализации пространственного заряда уменьшается провисание потенциала и рассыпание пучка. Это позволяет транспортировать самофокусированные пучки с токами выше, чем те, которые возможно добиться при транспортировке пучка в вакуумных каналах.

Математическая модель самосогласованной динамики пучка в поле пространственного заряда пучка и магнитных полях при его транспортировке в пространстве дрейфа (рис. 1), заполненного плазмой с однородной плотностью n_0, разработана на основе описания электронов пучка и плазмы макрочастицами [4]. Модель построена для области, совпадающей с областью камеры, и имеет размерность 2,5 (трехмерная по динамике, двумерная по полям).

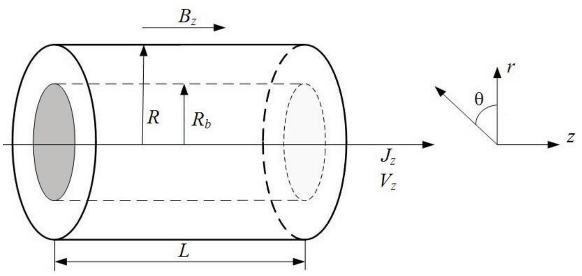

Рис. 1. *Труба дрейфа частиц пучка*

При построении модели сделаны следующие допущения:

- аксиальная симметрия процессов $\partial/\partial\theta=0$;
- преобладание продольного тока пучка $J_z>>J_r$, J_θ;
- рассматривается движение электронов пучка и плазмы, ионы из-за большой массы относительно электронов считаются неподвижными, концентрация ионов плазмы считается однородной и постоянной $n_i=n_0$.

Динамика электронов пучка и плазмы описывается системой релятивистских уравнений в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} \dfrac{d(\gamma_\alpha m_0 \dot{r})}{dt} = e(r\dot{\theta} B_z^* - \dot{z} B_\theta + E_r) + \gamma_\alpha r \dot{\theta}^2 \\ \dfrac{d(\gamma_\alpha m_0 \dot{z})}{dt} = e(\dot{r} B_\theta + E_z) \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{d(\gamma_\alpha m_0 r^2 \dot{\theta})}{dt} = -e(\dot{r} B_z^*) \end{cases}, \tag{1}$$

где m_0 – масса покоя электрона; e – заряд электрона; E_z, E_r, B_θ – компоненты собственного электромагнитного поля пучка; B_z^*=const – компонента внешнего магнитного поля; γ_α – релятивистский фактор частиц для электронной плазмы или пучка.

Собственное поле пучка описывается уравнениями Пуассона для скалярного потенциала Φ и продольной компоненты векторного потенциала A_z:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho, \tag{2}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} = -\mu_0 J_z, \tag{3}$$

где ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная постоянные; ρ, J_z – плотности заряда и тока пучка в пространстве дрейфа, зависящие от уровня полей.

Плотности заряда и тока пучка в уравнениях (2), (3) связаны уравнением непрерывности:

$$div\vec{J} + \frac{\partial \rho_b}{\partial t} = 0. \tag{4}$$

Суммарная плотность заряда в уравнении (2) описывается соотношением:

$$\rho = \rho_b + (\rho_i + \rho_e), \tag{5}$$

где ρ_b, ρ_e – плотности заряда электронов пучка и плазмы; $\rho_i=n_0 q_i$=const – плотность заряда ионов плазмы; q_i – элементарный заряд иона.

Начальное условие для плотности заряда электронов пучка задано как $\rho_e|_{t=0}=0$, что соответствует отсутствию пучка в трубе дрейфа.

Граничные условия для потенциалов задаются исходя из условий идеальной проводимости поверхности стенок трубы ($r=R$) и условия непрерывности потенциалов на оси трубы ($r=0$) и на торцах трубы ($z=0$ и $z=L$):

$$\Phi\big|_{r=R} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}\bigg|_{r=0} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}\bigg|_{z=L} = 0,$$

$$A_z\big|_{r=R} = \frac{\partial A_z}{\partial r}\bigg|_{r=0} = \frac{\partial A_z}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \frac{\partial A_z}{\partial z}\bigg|_{z=L} = 0.$$

Компоненты полей пучка вычисляются по формулам дифференцирования потенциалов:

$$E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial t},\ E_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r},\ B_\theta = -\frac{\partial A_z}{\partial r}. \tag{6}$$

Численная реализация физической модели

Поскольку задача имеет аксиальную симметрию, примем форму макрочастиц в виде колец с прямоугольным сечением (рис. 2). Каждая макрочастица характеризуется координатой (z, r) скоростями V_z, V_r и зарядом Q.

Для решения задачи (1–6) введем в область сетку:

$$W = W_z \times W_r = \{z_i = ih_z,\ i = 1,..., N_z\} \times$$
$$\times \{r_j = jh_r,\ j = 1,..., N_r\}. \tag{7}$$

При самосогласованном решении уравнений модели на каждом шаге в текущий момент времени t сначала находятся макроскопические плотности заряда и плотность тока, входящие в уравнения Пуассона. Для частиц, поступающих на шаге моделирования Δt, в рассматриваемую область, необходимо предварительно воспроизвести их начальное распределение. После этого численно решаются уравнения Пуассона для потенциалов. Решение находится в узлах сетки (7). Для численного интегрирования уравнений движения необходимо вычислить поля в промежуточных точках, где располагаются частицы. При этом используются методы интерполирования или численного дифференцирования сеточных функций, иногда со сглаживанием. Из уравнений движения находится расположение частиц в следующий момент времени $t+\Delta t$ и так далее.

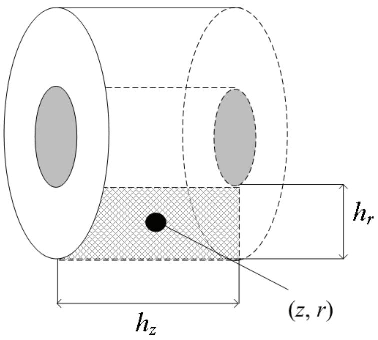

Рис. 2. *Вид макрочастицы*

Плотность тока j и плотность заряда ρ в каждый момент времени определяются по значениям координат и скоростей частиц, которые находятся из решения уравнений движения. Пусть q_{ki} – доля заряда i-й частицы, попавшей в k-ю ячейку разностной сетки, V_k – это объём ячейки. Тогда плотность тока и плотность заряда в k-й ячейке сетки определяется выражением:

$$\bar{j}_k = \frac{1}{V_k}\sum_i q_{ki}\bar{V}_i, \quad \rho_k = \frac{1}{V_k}\sum_i q_{ki}.$$

При вычисления заряда в узлах сетки используется метод «размазывания по площадям», т. е. заряд рассчитывается пропорционально расстоянию от центра макрочастицы до ближайших узлов сетки:

$$\rho_{i,j} = \rho_0 \sum_{m=1}^{M} \psi(z_{im})\psi(r_{jm}),$$

$$z_{im} = \frac{|z_m - ih_1|}{h_1}, \; r_{jm} = \frac{|r_m - jh_2|}{h_2},$$

$$\psi(x) = \begin{cases} 1-x, & x<1 \\ 0, & x \ge 1 \end{cases}.$$

где M – количество макрочастиц, z_m, r_m – координаты m-й частицы.

Решение уравнения Пуассона для потенциала и векторного потенциала (2), (3) происходит по явной итерационной схеме:

$$U_{i,j}^{n+1} = $$

$$= \frac{h_r^2(a_z U_{i+1,j}^n + c_z U_{i-1,j}^n) + h_z^2(a_r U_{i,j+1}^n + c_r U_{i,j-1}^n) + h_z^2 h_r^2 F_{i,j}^n}{b_z h_r^2 + b_r h_z^2},$$

где $F_{i,j}^{\,n}$ – значения правой части уравнений (2, 3) в узле i, j на слое n, коэффициенты a_z=1, c_z=1, b_z=2; a_r=1+2(j–1)$^{-1}$, c_r=1–2(j–1)$^{-1}$, b_r=2.

Для определения напряженности поля в центре макрочастицы по известным значениям в ближайших узлах используется метод линейной интерполяции, т. е.:

$$E = \sum_{k=1}^{K} k_k E_k,$$

где K – количество ближайших узлов (для нашей задачи K=4), E_k – напряженность поля в узле k, k_k – величины обратные площади прямоугольников образованные центром макрочастицы и узлами сетки. При этом должно выполняться условие нормировки:

$$\sum_{k=1}^{K} k_k = 1.$$

Порядок восстановление полей в точке пространства должен выполняться тем же способом интерполяции, что и размазывание заряда, что является главным условием сохранения заряда в системе.

Для решения системы уравнений (1), описывающих изменение координат макрочастиц, применяется метод Рунге–Кутта четвертого порядка, обладающий малой погрешностью.

Моделирование и анализ результатов

Моделирование самосогласованной динамики пучка проводится путем численного решения системы уравнений (1)–(6). Алгоритм решения реализован в среде MatLab.

В расчетах параметры пучка и плазмы выбирались близкими к экспериментальным по транспортировке сильноточных пучков в плазмонаполненных камерах [1, 2]. А именно, энергия электронов пучка W_0=10...40 кэВ, ток пучка I_0=1...10 кА, температура плазмы 2 эВ, плотность плазмы n_0=10^{11} см$^{-3}$, индукция магнитного поля B_z^*=200 Гс.

Считаем, что ток инжектируемого пучка изменяется во времени по закону:

$$I(t) = \begin{cases} I_0\,(t/\tau_\phi) & \text{при } 0 < t < \tau_\phi, \\ I_0 & \text{при } t > \tau_\phi. \end{cases}$$

Здесь τ_ϕ, I_0 – длительность фронта импульса тока и его амплитуда.

Исследование динамики инжектируемого пучка в трубе дрейфа (рис. 1) проводилось для следующих параметров камеры L=20 см, R=5 см, и пучка: R_b=2,5 см. На рис. 3 представлены конфигурационные портреты пучка в плоскости $\{r, z\}$, полученные при различных значениях магнитного поля, тока пучка и плотности плазмы.

При инжекции интенсивного пучка электронов в трубу дрейфа (рис. 3), заполненной плазмой, происходит процесс взаимодействии электронов пучка с электронами плазмы, что приводит к зарядовой нейтрализация пучка его передним фронтом (рис. 3, *в*, *г*). В результате формируется канал, по которому транспортируется остальная часть пучка. Таким образом, плазменный канал обеспечивает зарядовую нейтрализацию транспортируемого пучка, и на основную часть импульса пучка действуют только фокусирующие силы со стороны собственного магнитного поля пучка. По мере нейтрализации пространственного заряда уменьшается радиальное расплывание пучка (рис. 3, *г*). В этом случае появляется возможность транспортировки самосфокусированного пучка с токами пучка, выше предельных для вакуумных каналов (рис. 3, *а*).

Из представленных результатов можно сделать вывод, что плотность плазмы $n_0 \sim 10^{11}$ см$^{-3}$ достаточна для прохождения пучком трубы дрейфа при токе $I_0 \sim 10$ кА. Увеличение значения плотности плазмы приводит к пропорциональному росту тока транспортируемого пучка. При этом динамика пучка носит более нестационарный характер и увеличение длительности фронта пучка лучше обеспечивает зарядовую нейтрализацию пучка.

Выводы

1. Использование конечно-разностных методов численного решения в среде MatLab позволяет рассчитать самосогласованную динамику сильноточного пучка в плазмозаполненных трактах транспортировки, получить детальную информацию о внутренней структуре пучка, а также определить степень влияния на нее параметров плазмы.
2. Динамика поступления пучка в камеру дрейфа зависит от длительности фронта и амплитуды тока. В случае, если динамика поступления превысит динамику выхода электронов из области пучка, может образовываться виртуальный катод.
3. Показана возможность эффективной транспортировки сильноточных пучков в камере, заполненной плазмой, при сравнительно невысоких плотностях ($10^{10}...10^{12}$ см$^{-3}$).

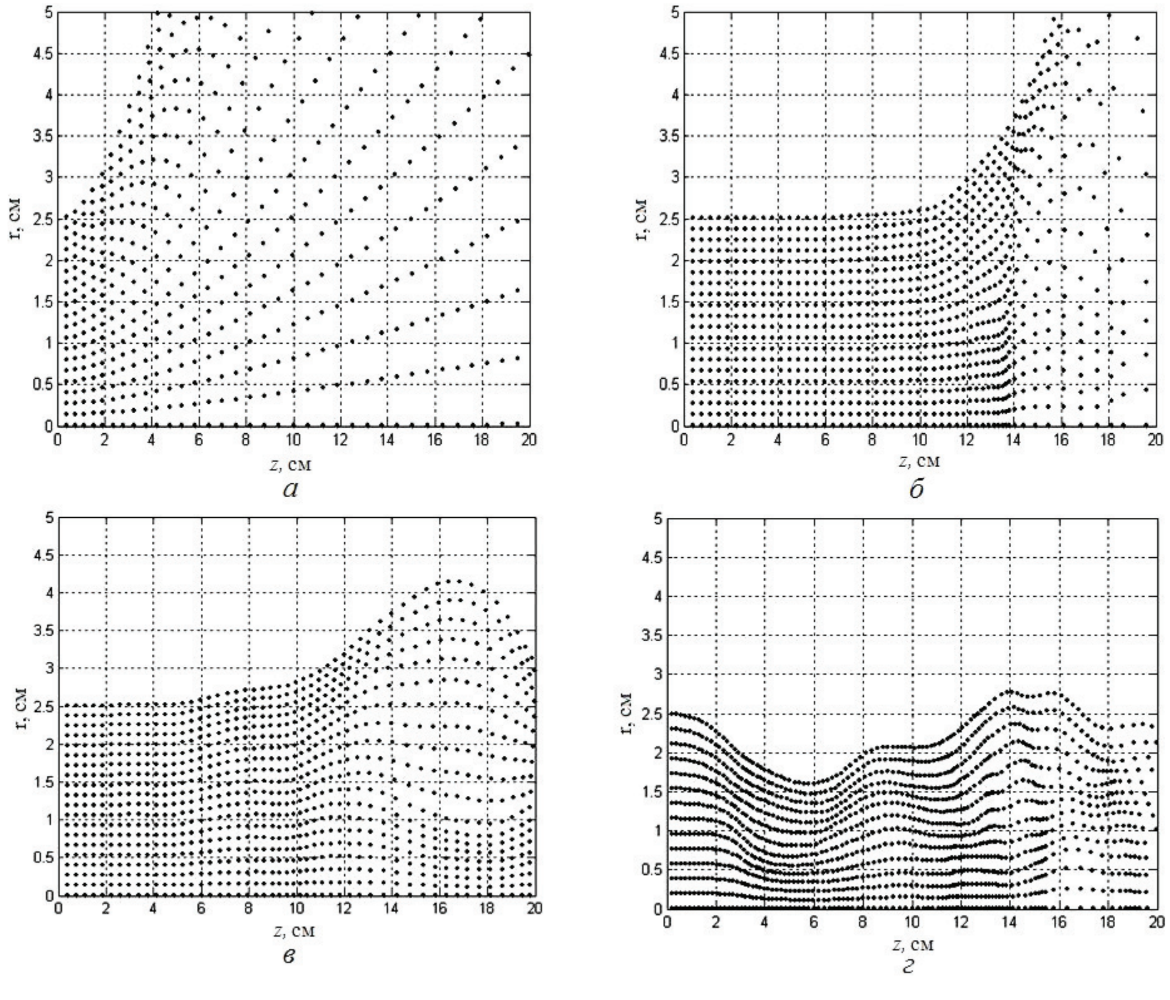

Рис. 3. *Конфигурация пучка в плоскости {r, z} в момент инжекции t=2 нс: а) $B_z^*=200$ Гс, $I_0=1$ кА, $\tau_ф=0$, $n_0=0$; б) $B_z^*=0$, $I_0=10$ кА, $\tau_ф=0$, $n_0=10^{11}$ см$^{-3}$; в) $B_z=0$, $I_0=10$ кА, $\tau_ф=2$ нс, $n_0=10^{11}$ см$^{-3}$; г) $B_z^*=200$ Гс, $I_0=10$ кА, $\tau_ф=2$ нс, $n_0=10^{11}$ см$^{-3}$*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назаров Д.С., Озур Г.Е., Проскуровский Д.И. Генерация низкоэнергетичных сильноточных электронных пучков в пушке с плазменным анодом // Известия вузов. Физика. – 1994. – Т. 37. – № 3. – С. 100–114.
2. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Кухта В.Р., Рахарджо П., Уемура К. Исследование транспортировки и фокусировки низкоэнергетического электронного пучка в ионизованном аргоне низкого давления // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78. – № 1. – С. 104–108.
3. Крейндель М.Ю., Литвинов Е.А., Озур Г.Е., Проскуровский Д.И. Нестационарные процессы в начальной стадии формирования сильноточного электронного пучка в плазмонаполненном диоде // Физика плазмы. – 1991. – Т. 17. – № 12. – С. 1425–1431.
4. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. – М.: Мир, 1987. – 640 с.

Поступила 16.11.2009 г.

УДК 519.673+533.9

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПАКЕТЕ COMSOL MULTIPHYSICS ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В.П. Григорьев, А.С. Огородников

Томский политехнический университет
E-mail: ogorodnikov@sibmail.com

В неоднородной плазме могут возникать диамагнитные токи, приводящие к искажению внешнего магнитного поля. Последнее необходимо учитывать при создании приборов и установок с использованием замагниченной плазмы. В частности, этот эффект может существенно повлиять на процессы, связанные с транспортировкой пучков заряженных частиц в плазменных и газовых средах. Поэтому важно оценить влияние этого эффекта на искажение внешнего магнитного поля в зависимости от параметров плазмы. Эта задача сводится к решению системы нелинейных уравнений в частных производных и для ее решения применяется система компьютерной математики COMSOL Multiphysics.

Ключевые слова:
Неоднородная плазма, диамагнитные токи, замагниченная плазма, решение нелинейных уравнений, пакет COMSOL Multiphysics.

Key words:
Nonuniform plasma, diamagnetic currents, magnetized plasma, the decision of the nonlinear equations, modelling package COMSOL Multiphysics.

Известно, что магнитные поля с успехом применяются для удержания плазмы и фокусировки пучков заряженных частиц [1, 2]. Однако при наличии неоднородности плазмы и магнитного поля в плазме могут возникать диамагнитные токи, приводящие к искажению внешнего магнитного поля. Последнее необходимо учитывать при создании приборов и установок с использованием замагниченной плазмы. В частности, этот эффект может существенно повлиять на процессы, связанные с транспортировкой пучков заряженных частиц в плазменных и газовых средах [3]. Поэтому важно оценить влияние этого эффекта на искажение внешнего магнитного поля в зависимости от параметров плазмы и уровня и градиента внешнего магнитного поля. Эта задача является сложной, так как сводится к решению нелинейных уравнений и для ее решения целесообразно применить численные методы.

В данной работе проблема искажения магнитного поля в замагниченной плазме исследуется на основе численного моделирования с использованием пакета COMSOL Multiphysics.

В качестве расчётной выбиралась аксиально-симметричная область в цилиндрической системе координат (r,φ,z) (рис. 1), которая соответствует типичным системам транспортировки электронных пучков в плазменных каналах [3].

Внешнее магнитное поле в такой системе создаётся двумя одинаковыми катушками с плотностью тока в катушке

$$(\mathbf{J}^e)_\varphi = \frac{In}{h\Delta R}, \qquad (1)$$

где I – ток в катушке, n – число витков, h и ΔR – размеры катушки вдоль оси z и по радиусу соответственно.

Плотность диамагнитного тока, возникающего в неоднородной плазме, зависит от давления в плазме, величины внешнего магнитного поля и его градиента и описывается в общем случае выражением [4, 5]:

$$\mathbf{J}_M = -\nabla \times (p_\perp \mathbf{B} / B^2), \qquad (2)$$

где $p_\perp = n_0 T_e f(r) = p_0 f(r)$ – давление плазмы поперёк силовых линий внешнего магнитного поля; n_0 – концентрация частиц плазмы на оси канала транспортировки; T_e – электронная температура в эВ; $f(r)$ – функция, описывающая неоднородность давления плазмы по радиусу.