ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ПАРАМЕТРОВ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕД

*Шестаков В.В, Степанов Д.Ю., Сысолятина Г.А.**
(Томский политехнический университет, г. Томск,
ООО Научно-аналитический центр «Недра»)*
e-mail: valeriy.shestakov@inbox.ru, sdu@am.tpu.ru, nedraGA@mail.tomsknet.ru

THREE-DIMENSIONAL MODELS OF GEOENVIRONMENTAL PARAMETERS

*Shestakov V.V., Stepanov D.Yu., Sysolyatina G.A.**
(Tomsk Polytechnic University,Tomsk, LTD Scientific Analytic Center «Nedra»)*
*e-mail: valeriy.shestakov@inbox.ru, sdu@am.tpu.ru, nedraGA@mail.tomsknet.ru**

Abstract – The article proposes the modified Kriging method for synthesis of three-dimensional model of geoenvironmental parameters based on data of land and borehole seismic survey

Key words – geostatistical modeling, seismic survey, Kriging, geophysical borehole studies.

На сегодняшний день во многих сферах деятельности используется пространственное моделирование данных, заданных на нерегулярной сетке наблюдений. Так в рамках геофизики, основываясь на результатах геофизических исследований скважин (ГИС), различными методами моделируются параметры геологических сред (пористость, проницаемость и т.п.) [1]. В общем случае такое моделирование должно сводиться к решению задачи трехмерного интерполирования, для решения которой можно привлекать известные детерминистические методы (линейные интерполяторы, метод обратных квадратов и т.п.) [2]. Такой подход дает неплохие результаты в области значительной концентрации исходных данных (скважин). Однако, при удалении от скважин уже на сотни метров, точность детерминированных методов падает до неприемлемых значений.

Привлечение статистических методов интерполяции в этой ситуации дает возможность повысить точность прогноза. Среди таких методов наибольшую популярность получило геостатистическое моделирование, в частности метод Крайгинга [3]. К недостаткам Крайгинга относят условие обязательной однородности и стационарности объекта, и предположение о неограниченности области значений интерполируемого поля, что обычно приводит к получению физически «нереального» результата. При редкой сети исходных данных модели Крайгинга являются чрезвычайно грубыми и мало отличаются от детерминированных.

Для устранения последнего недостатка, в данной работе предлагается модифицировать метод Крайгинга путем анализа прогнозируемого параметра и данных наземной сейсморазведки (2D или 3D МОГТ). Совместное использование данных МОГТ и ГИС обусловлено тем, что МОГТ имеет значительно более детальную сетку наблюдений [4]. В этом случае постановка геостатистической задачи оценки пространственных данных может быть изменена следующим образом: пусть в исследуемой зоне пробурено N скважин в точках $p_i(x_i, y_i)$, образующих нерегулярную сеть. В каждой скважине проведены измерения прогнозного параметра и представлены в виде «кривых ГИС» $f_i(t)$, $i = 1,..,N$. Будем считать, что полученные кривые ГИС есть выборка прогнозируемого поля параметра $f_i(t) = F(x_i, y_i, t)$. В исследуемой зоне проведены наземные сейсморазведочные работы, в результате которых для множества точек заданы трассы сейсмического атрибута (амплитуда, энергия, соотношение энергий частот и т.п.). Далее будем считать, что восстанавливаемый параметр определяется только в такой точке с координатами (x, y), для которой сейсмический атрибут известен - $S(x, y, t)$.

В соответствии с уравнением Крайгинга, искомая интерполяция ищется в виде наилучшей линейной комбинации известных $f_i(t)$:

$$\hat{F}(x,y,t)=\sum_{i=1}^{N} w_i(x,y,t) f_i(t), \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i(x,y,t)=1, \qquad (2)$$

и выбор весовых функций определяется минимизацией дисперсии ошибки:

$$D\left[F(x,y,t)-\hat{F}(x,y,t)\right]\to \min . \qquad (3)$$

Далее в Крайгинге используется предположение об однородности и стационарности $F(x,y,t)$ в широком смысле [5]. Это предположение приводит к упрощению задачи и использованию вариограмм вместо ковариационных функций. Все перечисленное не позволяет методу Крайгинга в полной мере учесть пространственные изменения неоднородной геологической среды.

Отказываясь от идеи однородности и стационарности поля $F(x,y,t)$, приходится отказаться от моделирования вариограмм и заменить ее моделью, основанной на свойствах поля $S(x,y,t)$. Если между $S(x,y,t)$ и $F(x,y,t)$ существует статистическая связь, т.е. изменения ковариационных свойств неоднородного и нестационарного поля $S(x,y,t)$ несут в себе информацию об изменениях ковариационных свойств $F(x,y,t)$, тогда неизвестные весовые функции могут быть найдены из уравнения интерполяции сейсмического атрибута:

$$\widehat{S}(x,y,t)=\sum_{i=1}^{N} w_i(x,y,t) s_i(t) \qquad (4)$$

где $s_i(t)=S(x_i,y_i,t)$ трасса сейсмического атрибута в точке *i*-ой скважины. Условие состоятельности (3) преобразуется к виду

$$D\left[S(x,y,t)-\sum_{i=1}^{N} w_i(x,y,t) s_i(t)\right]\to \min . \qquad (5)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи в произвольной точке пространства $p_0=(x_0,y_0)$: $S(x_0,y_0,t)=S_0(t)$, $w_i^0(t)=w_i(x_0,y_0,t)$. Приняв, что в точке p_0 оценка (4) является несмещенной, т.е. $M\left[S_0(t)-\sum_{i=1}^{N} w_i^0(t) s_i(t)\right]=0$, уравнение (5) можно переписать в виде:

$$D\left[S_0(t)-\sum_{i=1}^{N} w_i^0(t) s_i(t)\right]=\psi_0^2(t)-2\sum_{i=1}^{N} w_i^0(t) C_{0i}(t)+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i^0(t) w_j^0(t) C_{ij}(t); \qquad (6)$$

где $\psi_0^2(t)$ - среднее значение в точке (x_0,y_0); $C_{0i}(t)=C_{0i}(t,t)=M\left[S_0(t)s_i(t)\right]$ – взаимно-ковариационная функция сейсмического атрибута $S(x,y,t)$ в точке p_0 и в точке p_i; $c_{ij}(t)=c_{ij}(t,t)=M\left[S_i(t)s_i(t)\right]$ - взаимно-ковариационная функция сейсмического атрибута $S(x,y,t)$ в точках *i*-ой и *j*-ой скважин с координатами (x_i,y_i) и (x_j,y_j).

Теперь, продифференцировав выражение (8) относительно каждой искомой весовой функции $w_i^0(t)$, получим систему линейных уравнений вида:

$$C(t)\cdot W^0(t)=C^0(t), \qquad (7)$$

где $C(t)=\begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & \cdots & c_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1}(t) & c_{n2}(t) & \cdots & c_{nn}(t) \end{pmatrix}$; $W^0(t)=\begin{pmatrix} w_1^0(t) \\ w_2^0(t) \\ \vdots \\ w_N^0(t) \end{pmatrix}$; $C_0(t)=\begin{pmatrix} C_{01}(t) \\ C_{02}(t) \\ \vdots \\ C_{0N}(t) \end{pmatrix}$.

Решением данной системы будут являться значения весовых функций $w_i^0(t)$, при которых выполняется условие (5). Для удобства дальнейших расчетов, система (7) приводится к безразмерному виду путем деления каждого уравнения на $c_{ii}(t)$, а для учета условия (2) методом неопределенных множителей Лагранжа добавляется уравнение: $w_1^0(t)+w_2^0(t)+\cdots+w_N^0(t)=1$. В итоге, получим систему вида

$$R(t)\cdot Q(t)=R^0(t), \tag{8}$$

где $R(t)=\begin{pmatrix} 1 & r_{12}(t) & \cdots & r_{1n}(t) & 1 \\ r_{12}(t) & 1 & \cdots & r_{2n}(t) & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ r_{1n}(t) & r_{2n}(t) & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $R^0(t)=\begin{pmatrix} r_{01}(t) \\ r_{02}(t) \\ \vdots \\ r_{0N}(t) \\ 1 \end{pmatrix}$; $Q(t)=\begin{pmatrix} w_1^0(t) \\ w_2^0(t) \\ \vdots \\ w_N^0(t) \\ \alpha(t) \end{pmatrix}$.

Для фиксированного t система (11) становится системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая при невырожденности матрицы $R(t)$ решается любым из известных методов (матричным методом, методом Гаусса, методом итерации и т.д.). Для реальных геологических сред сейсмические трассы несут информацию о вертикальной неоднородности пород и являются в общем случае нестационарными. Для анализа подобных процессов введем предположение об их локальной стационарности, при этом функции ковариации могут быть вычислены усреднением по времени в скользящем окне.

Для устранения проблемы неограниченности области значений интерполируемого поля, введем дополнительное ограничение на значения весовых коэффициентов:

$$0 \le w_i^0, i=\overline{1,N}. \tag{9}$$

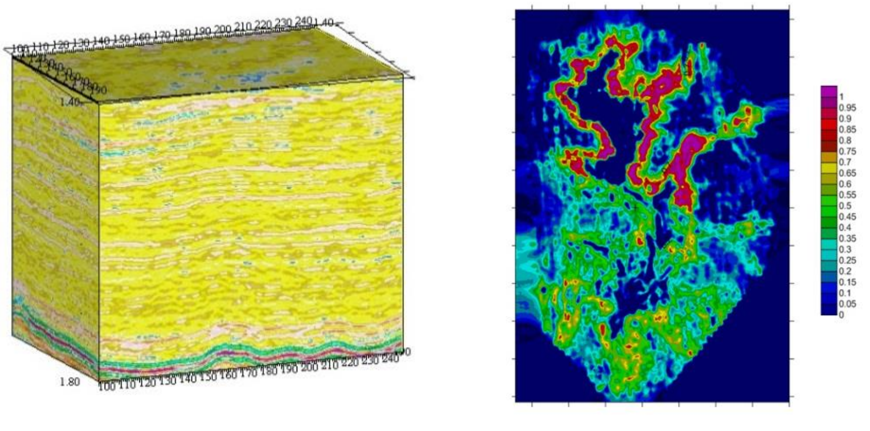
Очевидно, что при одновременном соблюдении условий (9) и (2) значения интерполируемого поля не будут превышать пределов, определенных исходными данными. Однако, ввиду того, что (9) представляет собой неравенство, в явном виде добавить его в систему (8) невозможно. Поэтому в схему общего решения добавляется этап исключения из расчетов тех слагаемых, которым соответствуют отрицательные весовые коэффициенты.

Ввиду того, что точность построения модели напрямую зависит от качества априорных данных МОГТ и ГИС, немаловажным является этап по их сбору и подготовке. Данный процесс можно разделить на несколько последовательных этапов:

1. Сбор данных ГИС скважин. Из-за неоднородности геологической среды каждая скважина является уникальной. Ввиду чего изначально важно получить информацию о максимально большом количестве скважин.
2. Выбор данных МОГТ, ковариационные свойства которых близки к свойствам прогнозируемого параметра.
3. Формирование множества линейно-независимых трасс сейсмического атрибута. В случаях близко расположенных скважин или малой вариабельности сейсмического атрибута, система (12) будет обладать сингулярной матрицей. Данный этап позволяет избежать этого и устранить излишнюю для алгоритма информацию.

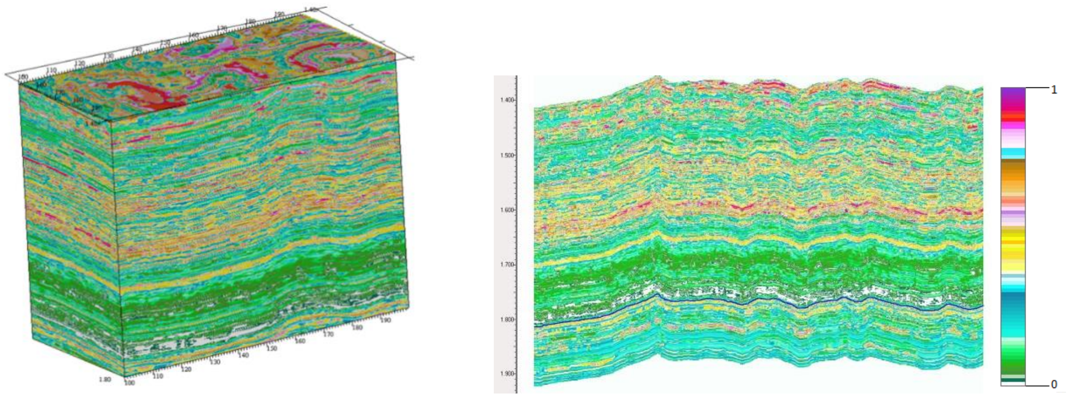
Тестирование данного алгоритма осуществлялось на реальных данных месторождений Томской области. При моделировании использовались материалы 3D МОГТ и материалы ГИС шести скважин. Прогнозным параметром являлся альфа-ПС, измеренный методом потенциалов самопроизвольной поляризации горных пород. Ковариационный анализ показал, что данному параметру наиболее соответствует атрибут «амплитуда» после специальной обработки (рис.1.а).

Полученная 3D модель распределения параметра альфа-ПС нефтяного месторождения позволяет оценить осадочный разрез в площадном варианте (рис.2). По данной модели отчетливо прослежены зоны с повышенными коллекторскими свойствами (альфа-ПС >0.4), а также мощные глинистые флюидоупоры (альфа-ПС<0.3). Такой прогноз выделенных геологических тел играет немаловажную роль при разбуривании месторождения, а также при решении задач дальнейшей разработки месторождения. Полученные в процессе моделирования весовые функции также представляют собой полезную информацию и могут быть использованы при решении последующих задач, например, при проведении сейсмо-фациального анализа, определения поля продуктивности пластов и т.п. (рис.1.б).



а) б)

Рисунок 1. Данные 3D МОГТ (а) и срез весовой функции одной из скважин (б)



а) б)

Рисунок 2. Модель параметра альфа-ПС (а) и ее вертикальный срез (б)

Изложенный новый геостатистический метод, хотя и предназначен для построения трёхмерных моделей параметров геологических сред путем комплексирования данных МОГТ и ГИС, может быть обобщен для решения подобных задач и в других сферах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Косков В.Н. Геофизические исследования скважин - Пермь, Пермский государственный технический университет, 2004. - 122 с.

2. Демьянов В.В., Савельева Е.А. Геостатистика, теория и практика - Москва, Наука, 2010. - 328 с.

3. Ж. Матерон. Основы прикладной геостатистики - Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2009 - 460 с.

4. А.К. Урупов. Основы трехмерной сейсморазведки - Москва, Нефть и газ, 2004. - 584с.

5. В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевских. Аналог интерполяционного метода Крайгинга без геостатистического обоснования // Вестник ТюмГУ. - 2001 г - №3 - С. 208-216.

К ВОПРОСУ О МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРА ШТУРМА - ЛИУВИЛЛЯ СО СМЕШАННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

М. Ю. Шонин

(г. Магнитогорск, ФБГОУ ВПО Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова)

st_max_92@mail.ru

TO A QUESTION OF A METHOD OF CALCULATION OF OWN VALUES OF THE OPERATOR SHTURM - LIOUVILLE WITH THE MIXED REGIONAL CONDITIONS

M. Yu. Shonin

(Magnitogorsk, Nosov Magnitogorsk State Technical University)

The classical theory of regularized traces were intensively developed since the 1950-ies. In the framework of the application of the available General methods have received a great number of theoretical achievements. Important was movement theory to the study of the traces of the abstract operators and the application of these findings to the specific operators of mathematical physics. In today's world mathematics has enormous significance of finding the eigenvalues and eigenfunctions for perturbed self-adjoint operators. V. A. Sadovnichii and V. E. Podolsk was first to substantiate the computation of the first eigenvalues of the operator Sturm–Liouville problem, based on a system of nonlinear equations composed of regularized trace of the operator. Subsequent development of the method of regularized traces received by S. I. Kadchenko, where have been proved computationally efficient formulas for the eigenvalues of the discrete semi-bounded from below operators. A natural extension of these works is the use of the method of regularized traces to calculate the values of the eigenfunctions of perturbed self-adjoint operators.

Keyword: the eigenvalues of the operator Sturm - Liouville problem, the method of regularized traces.

Классическая теория регуляризованных следов активно развивалась с 1950-х годов. В последнее время приобретают большое значение вопросы нахождения собственных чисел и собственных функций для возмущенных самосопряженных операторов. В.А. Садовничий и В.Е. Подольский впервые сделали теоретическое обоснование вычисления первых собственных чисел оператора Штурма–Лиувилля, основанное на системе нелинейных уравнений, составленной из регуляризованных следов оператора.

Дальнейшее развитие метод регуляризованных следов получил в работах С.И. Кадченко, где были получены вычислительно эффективные формулы нахождения собственных чисел дискретных полуограниченных снизу операторов. Естественным продолжением этих работ является использование метода регуляризованных следов для вычисления значений собственных функций возмущенных самосопряженных операторов.

Рассмотрим дискретный, полуограниченный снизу оператор T и ограниченный оператор P, заданные в сепарабельном гильбертовом пространстве $H = L_2(0,1)$. Пусть $\{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$ - собственные числа оператора T, занумерованные в порядке возрастания их величин с учетом кратности, а $\{\Omega_n\}_{n=1}^{\infty}$ - его ортонормированные собственные функции, соответствующие этим собственным числам. Предположим, что для некоторого натурального числа n_0 выпол-