#### УДК 536.16

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПИРОЛИЗА НЕТРАДИЦИОННОГО ТВЁРДОГО ТОПЛИВА В СТАДИИ ПОДГОТОВКИ К СЖИГАНИЮ В КОТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ

Г.В. Кузнецов\*, В.П. Рудзинский\*\*

\*Томский политехнический университет. E-mail: science@rvp.tsk.ru \*\*НИИ прикладной математики и механики при Томском госуниверситете

Решена задача о температурном поле нетрадиционного твердого топлива при пиролизе с учетом его структурной неоднородности и неравенства температур газовой и конденсированной фаз твердого топлива во всём диапазоне изменения температур от начальной до температур, соответствующих полному завершению процесса пиролиза. Установлено, что перепад температур по толщине слоя топлива достигает 600 К при типичных условиях теплообмена, а максимальная разность температур газовой и конденсированной фаз слоя твердого топлива составляет 350 К при температуре внешней среды 1000 К.

#### Введение

Теоретический прогноз параметров подготовки и сжигания нетрадиционного твердого топлива является, возможно, одним из важных приложений общей теории горения [1]. Основными элементами комплекса физико-химических процессов, предшествующих воспламенению и горению нетрадиционного твердого топлива (HTT), являются процессы сушки и пиролиза. В настоящее время эти два процесса принято рассматривать в рамках приближенных моделей [1, 2]. В основе этих моделей лежит допущение о возможности осреднения по толшине слоя топлива значений всех искомых функций и характеристик и решения задач сушки и пиролиза с использованием систем обыкновенных дифференциальных нелинейных уравнений [2] или даже более простых математических моделей.

В то же время известно, что в аналогичных задачах теории тепловой защиты используют модели, учитывающие, не только неоднородность основной искомой функции температуры по пространственной координате [3], но также и неравенство температур газообразных и конденсированных продуктов реакции термического разложения теплозащитных материалов [4, 5]. Поэтому целесообразным является анализ масштабов возможной разности температур газовой и конденсированной фаз слоя HTT в режимах сушки и пиролиза.

Цель данной работы – моделирование процесса пиролиза нетрадиционного твердого топлива, а также оценка масштабов возможной пространственной неоднородности температуры слоя НТТ как по координате, ориентированной по направлению нормали к нагреваемой поверхности, так и по координате, параллельной нагреваемой поверхности.

#### Постановка задачи

Рассматривается задача о температурном поле слоя HTT (опилок или отходов деревообработки) в форме прямоугольной пластины бесконечной длины, нагреваемой по верхней грани за счет конвективного и радиационного теплообмена с внешней средой. При нагреве HTT до температуры начала пиролиза  $T_{\rm HII}$ =473 К начинается термическое разложение топлива, протекающее [1] с образованием конденсированных и газообразных продуктов реакции.

Принята следующая геометрическая модель исходного топлива и образующегося в процессе пиролиза кокса. Нетрадиционное твердое топливо в исходном состоянии представляет собой неоднородную по своему составу пористую среду. Эта среда обладает определенной начальной пористостью. Нижняя граница области решения задачи является границей слоя. Правая и левая границы области решения совпадают с осями симметрии газовой и конденсированной фаз HTT (рис. 1, *a*).



ИС. 1. Схема области решения задачи: 1) исходное топливо; 2) НТТ в состоянии термического разложения; 3) кокс НТТ (процесс пиролиза завершен); 4) стенка; 5) газовая фаза слоя НТТ (исходный воздух и газообразные продукты разложения); (а) — начальное состояние; (b) — промежуточное состояние

Эволюция структуры НТТ при пиролизе представлена схематично на рис. 1, *b*. По мере продвижения зоны пиролиза вглубь топлива образуется кокс [1]. При этом изменяется исходная пористая структура за счет увеличения размеров начальных порестественного происхождения и изменения их формы в результате пиролиза. Для структуры слоя НТТ как в начальном состоянии, так и после завершения процесса пиролиза, можно выделить два характерных размера: толщину конденсированного вещества  $\Delta_{\rm K}$  и расстояние между стенками пор  $\Delta_{\rm r}$ . Сумма  $\Delta_{\rm K} + \Delta_{\rm F} = d = {\rm const}$ , характеризует структуру и пористость НТТ. Для значений  $\Delta_{\rm K}$  была принята следующая аппроксимация

$$\Delta_{\rm K} = \Delta_{\rm K0} [1 - (1 - K) \chi]$$
 при  $T_{\rm HII} \le T \le T_{\rm KII}, \ \chi = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 - \rho_K}$ 

Здесь  $T_{\rm HII}$  и  $T_{\rm KII}$  – температуры начала и конца реакции пиролиза соответственно; K – коксовое число;  $\chi$  – степень разложения;  $\Delta_{\rm K0}$  – начальное значение  $\Delta_{\rm K}$  (при  $T < T_{\rm HII}$ );  $\rho_0$ ,  $\rho$ ,  $\rho_K$  – начальная, текущая и конечная плотности НТТ, соответственно.

Принятая геометрическая интерпретация слоя НТТ достаточно полно, по сравнению с моделями, использующими осреднение всех искомых функций и параметров по толщине слоя, описывает температурное поле топлива с учетом его реальной структуры. Характерный поперечный размер *d*, описывающий как исходную неоднородность НТТ, так и изменение структуры в процессе пиролиза по данным [1, 2] изменяется от 1 до 2 мм. В этом диапазоне изменялось значение *d* и при проведении численных исследований.

Задача решалась при следующих основных ограничениях и допущениях:

- Процесс термического разложения топлива может быть описан одной эндотермической реакцией [1].
- При нагреве и термическом разложении НТТ не происходит "вспучивания" [6] или усадки, а также отсутствуют механические деформации материала, обусловленные внешними воздействиями или массовыми силами.
- Лучистый теплообмен в слое кокса по своим масштабам значительно уступает теплообмену за счет конвекции и кондукции и может не учитываться.
- Задача рассматривается для двухслойной пластины конечных размеров "НТТ-стенка". Толщина стенки при этом выбирается близкой к толщине слоя НТТ, и на внешней ("холодной") границе стенки выставляется условие теплоизоляции.
- 5. Топливо в исходном состоянии представляет собой пористую структуру. В процессе пиролиза по мере продвижения фронта начала реакции вглубь материала, конденсированные продукты реакции стягиваются в монолитную углеродистую пластинку (стенку поры) для каждого элементарного характерного размера d.

- Не учитываются возможные газофазные химические реакции между продуктами пиролиза, а также возможное осаждение пироуглерода на стенках пор.
- Масштабы конвективного теплопереноса в пористой структуре топлива определяются массовым расходом газообразных продуктов пиролиза *m*.
- 8. Твердое топливо не содержит влаги (процесс сушки завершен).
- 9. Теплообмен на границе "НТТ-стенка" принимается идеальным.
- Концентрация окислителя (воздуха) на нагреваемой границе слоя НТТ недостаточна для его воспламенения при температурах до 1000 К равной температуре конца пиролиза T<sub>кп</sub>.

#### Математическая модель

С учетом принятых допущений процесс тепломассопереноса в неоднородной пористой структуре НТТ и стенке (рис. 1,  $\delta$ ) может быть описан с использованием системы уравнений, краевых и начальных условий, вытекающих из общей математической модели газификации твердого топлива [1].

$$\begin{split} c_1\rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right), 0 < x < \Delta_{x_a}, y_{am} < y \le \delta; \\ c_2\rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_2 \frac{\partial T_2}{y} \right) - WQ, \quad 0 < x < \Delta_{x_a}, y_{sm} < y < y_{am}; \\ c_3\rho_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial y} \right), 0 < x < \Delta_{x}, 0 < y < y_{sm}; \\ c_4\rho_4 \frac{\partial T_4}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_3 \frac{\partial T_4}{\partial y} \right), 0 < x < d, \delta < y < \delta + h; \\ c_5\rho_5 \frac{\partial T_5}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_5 \frac{\partial T_5}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_5 \frac{\partial T_5}{\partial y} \right) - \dot{m}_5 c_5 \frac{\partial T}{\partial y}, \Delta_x < x < d, 0 < y \le \delta; \\ c_2\rho_2 &= c_1\rho_1(1-\chi) + [c_5\rho_5\rho_2 + c_5\rho_3(1-\phi_2)]; \\ \lambda_2 &= \lambda_1(1-\chi) + [\lambda_5\phi_2 + \lambda_3(1-\phi_2)]\chi; \\ \dot{m}_5 &= \int_{y_m}^{y_m} Wdy; \\ W &= \rho_1(1-K)\frac{\partial \chi}{\partial t}; \\ \phi_2 &= 1 - [1-\chi(1-K)](1-\phi_0); \\ \rho_5 &= \frac{PM}{RT}; \\ \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} &= 0, x = 0, 0 \le y \le \delta + h, i = 1, 2, 3, 4; \\ \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} &= \alpha, x = d, 0 \le y \le \delta + h, i = 4, 5; \\ -\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} &= \alpha(T_e - T_i) + \sigma \varepsilon_n(T_e^4 - T_i^4), y = 0, 0 < x < d, i = 2(3), 5 \\ npu t > 0, i = 1, 5 npu t = 0; \\ \lambda_3 \frac{\partial T_4}{\partial y} &= 0, y = \delta + h, 0 < x < d; \\ \lambda_2 \frac{\partial T_4}{\partial y} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}, T_3 = T_2, y = y_{sm}, 0 < x < \Delta_x; \\ \lambda_2 \frac{\partial T_4}{\partial y} &= \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial y}, T_i = T_i, y = y_{am}, 0 < x < \Delta_x; \\ \lambda_3 \frac{\partial T_4}{\partial y} &= \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial y}, T_i = T_5, y = \delta, \Delta_{x0} \le x < d; \end{split}$$

$$\begin{split} \lambda_{3} & \frac{\partial T_{3}}{\partial x} = \lambda_{5} \frac{\partial T_{5}}{\partial x}, \ T_{3} = T_{5}, \ x = \Delta_{\kappa}, \ 0 < y \le y_{\kappa n}; \\ \lambda_{2} & \frac{\partial T_{2}}{\partial x} = \lambda_{5} \frac{\partial T_{5}}{\partial x}, \ T_{2} = T_{5}, \ x = \Delta_{\kappa}, \ y_{\kappa n} < y \le y_{\kappa n}; \\ \lambda_{1} & \frac{\partial T_{1}}{\partial x} = \lambda_{5} \frac{\partial T_{5}}{\partial x}, \ T_{1} = T_{5}, \ x = \Delta_{\kappa 0}, \ y_{\kappa n} < y < \delta; \\ T = 0, \ T_{1} = T_{2} = T_{3} = T_{4} = T_{5} = T_{n}, \ y_{\kappa n} = 0, \ y_{\kappa n} = 0, \ \Delta_{\kappa} = \Delta_{\kappa 0}, \ \chi = 0 \end{split}$$

Здесь: P – давление; R – универсальная газовая постоянная;  $\varphi$  – пористость; M – молекулярная масса;  $\rho$  – плотность, c – удельная теплоемкость, t – время; x, y – прямоугольные координаты,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\dot{m}$  – массовый расход газообразных продуктов пиролиза исходного материала, W и Q – скорость и тепловой эффект реакции пиролиза;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $\varepsilon_{пр}$  – приведенная степень черноты;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена;  $\delta$  – толщина слоя HTT; h – толщина стенки; d – ширина рассматриваемой области.

Индексы: 0 – начальное значение; в – внешняя среда; нп – начало пиролиза; кп – конец пиролиза; ст – стенка; 1 – исходный НТТ; 2 – топливо в состоянии термического разложения; 3 – кокс (процесс пиролиза завершен); 4 – стенка; 5 – газовая фаза топлива (исходный воздух и газообразные продукты разложения НТТ).

#### Метод решения

Решение сформулированной задачи проведено методом конечных разностей [7]. Разностные аналоги дифференциальных уравнений решены локально-одномерным методом [7]. Решение разностных одномерных уравнений проведено методом итераций с применением метода прогонки на каждой итерации [7]. Использовалась неравномерная разностная сетка. Численный анализ выполнен при следующих значениях параметров и постоянных:  $T_{\rm B} = 800...1200$  K;  $\alpha = 30$  BT/M<sup>2</sup>·K;  $\lambda_3 = 1,0$  BT/M·K;  $c_3 = 1200$  Дж/кг·K;  $c_5 = 1200$  Дж/кг·K;  $\rho_3 = 1600$  кг/M<sup>3</sup>;  $\delta = 1...4\cdot10^{-2}$  м;  $h = (10...30)\cdot10^{-2}$  м;  $\phi_{50} = 0,1...0,3$ ;  $\lambda_1 = 0,1$  BT/M·K;  $c_1 = 1500$  Дж/кг·K;  $\rho_4 = 1500$  кг/M<sup>3</sup>.

Значения  $\lambda_5$  газообразных продуктов пиролиза при температурах от 400 до 1100 К рассчитывались с использованием табличных данных [8] для газов, близких по своему составу к продуктам пиролиза древесины. Кинетические постоянные пиролиза принимались соответствующими энергии активации и предэкспоненте для пиролиза древесины [9].

Наличие подвижных границ по координатам *х* и *у* обуславливало необходимость использования нерегулярной и неравномерной разностной сетки, параметры которой выбирались из условий обеспечения сходимости и устойчивости разностного решения сформулированной задачи. Перестройка сетки проводилась на каждом временном слое. Вблизи границ раздела газовой и конденсированной фаз проводилось сгущение сетки (увеличения числа узлов по пространственным координатам на единицу длины по сравнению с областями газовой и твердой фаз). Значения температуры и других ис-

комых функций в узлах новой сетки определялось интерполяцией по значениям функций в узлах старой сетки. Общее число узлов при этом составляло от 50000 до 200000.

Численное исследование сходимости проводилось на множестве сеток с уменьшением значений шагов по пространственным координатам. Проводилось также численное исследование сходимости итерационного процесса. Были получены оценки равномерной нормы разности между значениями температуры, соответствующими двум последовательным итерациям. Порядок невязок для типичных условий решения задачи не превышал 0,1 %.

### Результаты и обсуждение

На рис. 2, 3 приведены типичные результаты расчетов температурных полей НТТ в процессе пиролиза в условиях теплообмена, соответствующего типичному режиму на внешней (нагреваемой) границе слоя материала.



Рис. 2. Температурное поле слоя НТТ при  $t = 120 c (\varphi_{50} = 0,3; \delta = 0,04 м; T_{B} = 1000 K; \lambda_{3} = 1,0 BT/M·K)$ 



Рис. 3. Распределения температуры по координате у в двух сечениях по х в различные моменты времени: 1, 3, 5) конденсированная фаза НПТ; 2, 4, 6) газовая фаза НТТ; 1, 2) t = 20 c; 3, 4) t = 90 c; 5, 6) t = 300 c;  $(T_8 = 1000 K; \varphi_{50} = 0,1; \delta - 0,04 m; \lambda_3 = 1,0 BT/m·K)$ 

Распределения температуры по координате *у* в двух сечениях по *х*, проходящих через оси симметрии газовой и конденсированной фаз одиночной поры,

показывают, что разность температур газообразных и конденсированных продуктов пиролиза НТТ достигает после 20 с начала процесса почти 350 К при температуре поверхности около 1000 К. С ростом времени разность температур несколько уменьшается, но даже при *t*=300 с, когда фронт пиролиза достигает границы стенки, составляет около 150 К. При этом более высокой является температура газовой фазы.

Полученный результат может быть объяснен более высоким (почти в 10 раз) коэффициентом температуропроводности газа по сравнению с материалом твердой фазы продуктов пиролиза НТТ и относительно низкой ролью конвективного теплообмена газообразных продуктов пиролиза со стенками пор.

Следует особо отметить, что перепад температур по толщине слоя НТТ для типичных режимов [1] составляет почти 600 К для интервала времени от нуля до 300 с. Такой большой градиент температур в интервале времени, представляющем наибольший интерес, возможно должен соответствовать интенсификации процесса пиролиза и, соответственно, горения НТТ, по сравнению с моделями, использующими осредненные по толщине слоя характеристики (в том числе и температуру). Разный вид кривых T(y) на рис. 3 для газовой и конденсированной фаз обусловлен различным характером изменения теплофизических характеристик этих фаз НТТ в состоянии пиролиза. Увеличение значения  $\lambda_3$  с ростом температуры приводит (при переходе материала частицы древесины в состояние углеродистой стенки поры кокса) к перегибу на кривой T(y) для конденсированной фазы. Изменения  $\lambda_5$  с ростом *T* менее значительны и не играют такой заметной роли в формировании температурного поля газообразных продуктов пиролиза топлива.

Полученные результаты численного анализа позволяют сделать вывод о возможной целесообразности использования в дальнейшем при анализе процессов тепломассопереноса, протекающих в слое нетрадиционного твердого топлива при пиролизе, двумерные модели.

Проведен анализ влияния ряда внешних факторов и характеристик топлива на масштабы выделенных особенностей в температурных полях слоя НТТ при пиролизе.

Численный анализ проведен также и для различных толщин слоя НТТ. Результаты расчетов (рис. 4) показывают, что увеличение  $\delta$  приводит при прочих адекватных условиях к незначительному росту температурной неравновесности газовой и конденсированной фаз, причем этот рост можно отметить только в области относительно низких температур ( $T < T_{\rm HR}$ ), и он обусловлен, в основном, влиянием стенки. Так распределения значений  $\Delta T = T_5 - T_3$  по у для четырех различных толщин слоя топлива (рис. 4, *b*) показывают роль теплоотвода в стенку.

Кривая 1 рис. 4, *b* соответствующая минимальной толщине слоя топлива 10 мм, показывает, что теплоотвод в стенку приводит к такому снижению температуры газа в порах, что вблизи границы "НТТ-стенка"  $T_5$  значительно меньше  $T_3$ . Увеличение толщины слоя НТТ приводит при прочих адекватных условиях к появлению локальных минимумов и максимумов на кривых  $\Delta T(y)$ .





Наличие мелкомасштабных локальных минимумов и максимумов на каждой из трех кривых (рис. 4, b) обусловлено как изменением теплофизических характеристик конденсированной фазы при переходе материала древесины в науглероженное состояние, так и реализацией в определенном диапазоне температур (от  $T_{HII}$  до  $T_{KII}$ ) процесса пиролиза, протекающего с поглощением тепла в конденсированной фазе и выделением газообразных продуктов. Так, при смещении "холодной" (ненагреваемой) границы (где температуры Т, и Т, в течение достаточно длительного промежутка времени равны) за счет передачи тепла от нагреваемой границы газ, заполняющий исходные поры НТТ, прогревается (вследствие более высокой температуропроводности) быстрее древесины. Теплообмен между газом, заполняющим поры, и частицами древесины в порах НТТ до начала процесса пиролиза можно обоснованно считать незначительным. По мере смещения к нагреваемой поверхности эта разность  $\Delta T = T_5 - T_3$  растет по указанным выше причинам. При достижении фронта начала пиролиза

с  $T=T_{HI}$  начинается процесс пиролиза, протекающий с поглощением тепла и выделением газообразных продуктов. Последнее приводит к некоторому снижению значений  $\Delta T$  (отмеченному на всех кривых рис. 4). К этим же результатам приводит и рост  $\lambda_3$ , обусловленный пиролизом – растет коэффициент температуропроводности а<sub>3</sub>. По мере завершения пиролиза снижение  $\Delta T$  с уменьшением расстояния до нагреваемой поверхности прекращается и разность температур газовой и конденсированной фаз кокса НТТ опять растет, достигая максимальных значений вблизи нагреваемой поверхности. В связи с этим следует отметить, что учет радиационного теплопереноса в порах, возможно, привел бы к изменению величины  $\Delta T$ . Но решение аналогичной задачи с учетом радиационного теплообмена в пористом слое кокса топлива сопряжено как с существенным усложнением математической модели, так и с использованием ряда эмпирических характеристик радиационных свойств кокса. Последние пока известны с недостаточной для детального теоретического анализа надежностью, поэтому такой анализ пока невозможен.



Рис. 5. Распределения разности температур ΔТ по координате у при различных температурах внешней среды Т<sub>в</sub>:
 1) 800 K; 2) 1000 K; 3) 1200 K; (t=45 c; φ<sub>50</sub>=0,1; δ=0,04 м; λ<sub>3</sub>=1,0 Вт/м·К)



Рис. 6. Распределение разности температур  $\Delta T$  по координате у при различных коэффициентах теплопроводности  $\lambda_3$ : 1) 0,4; 2) 1,0; 3) 1,5 Вт/м·К; (t=60 c;  $\varphi_{50}$ =0,1;  $T_{\rm B}$ =1000 K;  $\delta$ =0,04 м)

На рис. 5 приведены распределения разности температур  $\Delta T$  газовой и конденсированной фаз по у в тех же сечениях по x, что и на рис. 3, полученные при различных значениях температуры внешней

среды на нагреваемой границе слоя НТТ. Видно, что, как и можно было ожидать, перепад  $\Delta T$  по толщине слоя увеличивается с ростом  $T_{\rm B}$ . При этом распределения  $\Delta T$  по у имеют немонотонный характер.

На рис. 6 приведены зависимости  $\Delta T(y)$  для трех разных значений коэффициентов теплопроводности твердой фазы кокса НТТ  $\lambda_3$ . Хорошо видно, что увеличение  $\lambda_3$  приводит к деформации кривых и появлению локальных максимумов и минимумов разности  $\Delta T$ . Увеличение  $\lambda_3$  вызывает снижение  $\Delta T$  в области пиролиза.

Увеличение же толщины стенки, прилегающей к НТТ, практически незначительно сказывается на температурном поле НТТ. Возможно, данный результат обусловлен относительно низкой температуропроводностью материала стенки.

В таблице приведены результаты численного анализа влияния начальной пористости НТТ на температурное поле. Хорошо видно, что увеличение начальной пористости в 2,5 раза приводит к изменению температуры газовой фазы менее чем на 5 %. Данный результат косвенным образом также подтверждает незначительное влияние конвективного теплообмена в порах на формирование температурного поля слоя кокса топлива.

Таблица. Распределение температуры Т₅ (К) по у при t=120 с при разных значениях начальной пористости слоя НТТ

$\phi_{\!\scriptscriptstyle 50}$	у, мм					
	1	3	5	7	10	12
0,1	745	676	603	521	349	310
0,25	754	684	613	533	361	317

Выделенные в результате выполненного теоретического анализа закономерности процесса пиролиза древесины при нагреве до высоких температур создают предпосылки для использования более сложных моделей пиролиза HTT [1]. Так, например, существенные градиенты температур по толщине рассматриваемого слоя должны приводить к интенсификации процесса распространения тепла вглубь топлива и, соответственно, к росту скорости пиролиза последнего.

#### Заключение

На основании выполненного численного анализа можно сделать вывод о существенной неоднородности температурного поля слоя нетрадиционного твердого топлива при пиролизе в условиях теплообмена на внешней нагреваемой границе, соответствующих условиям работы систем подготовки. При этом масштабы отклонения температур газообразных и конденсированных продуктов пиролиза древесных отходов достаточно существенны – достигают 300 К в различные моменты времени. Полученные результаты дают также основания для вывода о возможной целесообразности учета температурной неоднородности слоя НТТ при решении задач о зажигании таких топлив.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Основы практической теории горения / В.В. Померанцев, М.К. Арефьев, Д.Б. Ахметов и др. – Л.: Энергия, 1973. – 227 с.
- Канторович Б.В. Основы теории горения и газификации твердого топлива. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. – 194 с.
- Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. – 349 с.
- Ким Л.В. Определение коэффициента теплообмена в пористых средах // Инженерно-физический журнал. 1993. Т. 65. — № 6. — С. 663—667.
- Алифанов А.М., Трянин А.П., Ложкин А.Л. Экспериментальное исследование метода определения коэффициента внутреннего теплообмена в пористом теле из решения обратной зада-

чи // Инженерно-физический журнал. — 1987. — Т. 52. — № 3. — С. 461—469.

- Страхов В.Л., Гаращенко А.Н., Рудзинский В.П. Расчет нестационарного прогрева многослойных огнезащитных конструкций // Вопросы оборонной техники. — 1944. — Сер. 15. — Вып. 1 (109—110). — С. 30—36.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 354 с.
- Корчунов Ю.Н., Тюльпанов Р.С. Исследование скорости термического разложения древесины и торфа // Инженерно-физический журнал. – 1960. – № 7. – С. 102–105.
- Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов. – М.: Физматгиз, 1963. – 142 с.

УДК 533.6.011

# НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ КАНАЛА ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

## В.М. Галкин

Томский политехнический университет E-mail: vlg@tpu.ru

Для дифференциальных уравнений, описывающих одномерное стационарное течение с переходом через скорость звука, предлагаются зависимости в правых частях этих уравнений, позволяющие получить аналитические выражения для параметров газа в канале постоянного сечения.

#### 1. Введение

При решении стационарных газодинамических задач возникает проблема апробации разработанных программ путем сравнения с точными решениями. Для нестационарных течений таких решений достаточно много [1], в то время как для стационарных – значительно меньше. Прежде всего, это уравнения, описывающие течение от источника (стока), и трансцендентное уравнение, описывающее одномерное распределение числа Маха вдоль канала переменного сечения при изоэнтальпическом, изоэнтропическом течении идеального совершенного газа [2]:

$$\frac{\min(A)}{A} = M \left(\frac{\gamma + 1}{2 + (\gamma - 1)M^2}\right)^{(\gamma + 1)/(2(\gamma - 1))},$$
 (1)

где:  $M=U\sqrt{\rho/(\gamma P)}$  – число Маха;  $\rho$ , U, P, A,  $\gamma$  – плотность, скорость, давление, площадь поперечного сечения сопла, показатель адиабаты газа. Большинство других решений базируется на (1). Так, в [3] нахождение параметров двухфазного течения сводится к решению уравнения (1) путем использования гипотезы о законе отставания частиц и введением некоторого эффективного показателя адиабаты.

В данной работе предлагаются зависимости в правых частях уравнения движения и энергии, при которых дифференциальные уравнения имеют точное решение в виде трансцендентного уравнения для распределения числа Маха вдоль канала постоянного сечения, и явные выражения для остальных параметров газа. Более простые соотношения приведены в [4].

#### 2. Исходные уравнения

Рассмотрим одномерные стационарные уравнения для идеального совершенного газа в канале постоянного сечения:

$$\frac{d\rho U}{dx} = 0, \quad \frac{d(\rho U^2 + P)}{dx} = C_1, \quad \frac{d\rho UH}{dx} = C_2, \quad (2)$$

где:  $H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} + \frac{U^2}{2}$  – полная энтальпия; x – про-

дольная координата, принадлежащая рассматриваемой области  $[x_a;x_b]$ ;  $C_1$  и  $C_2$  – правые части уравнений движения и энергии.

Полагается, что:  $\gamma$ =const; заданы граничные условия на входе в сопло в виде  $H=H(x_a)$ ,  $S=S(x_a)$ ,  $C_1(x_a)=C_2(x_a)=0$ ; внутри рассматриваемой области число Маха монотонно возрастает от дозвуковой до сверхзвуковой величины, и существует только одна точка  $x_*$ , в которой M=1.

Переходя к переменным *H*, *S*, *M*, *N* и используя вместо уравнения неразрывности его интеграл, перепишем уравнения (2) в следующем виде:

$$\frac{dS}{dx} = \left(\frac{C_2}{U} - C_1\right) \frac{(\gamma - 1)}{\rho^{\gamma}}, \quad \frac{dH}{dx} = \frac{C_2}{\rho U},$$
(3)

$$\left(\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M^2}\right)^{H_0}M = \frac{\min(N)}{N},$$
(4)