

УДК 534.3

ВЛИЯНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧИСТОГО И РАВНОМЕРНО-ТЕМПЕРИРОВАННОГО СТРОЯ НА ХАРАКТЕР БИЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

С.Ю. Клименко, А.П. Савинов

Томский политехнический университет

E-mail: savinov@phtd.tpu.ru

Представлены результаты теоретических расчетов частоты биений и несущей частоты амплитудной модуляции огибающей акустического сигнала, характерных для суммируемых монофонических колебаний с интервалами частот, соответствующих чистому и равномерно-темперированному строю. Установлено, что переход акустических колебаний от гармонического к равномерно-темперированному строю сопровождается, как правило, возникновением многоуровневой амплитудной модуляции созвучия, определяющей последовательность чередования интервалов биений с различной длительностью. Полученные результаты исследований позволяют объяснить с физической точки зрения причину возникновения консонантности или диссонантности в отношениях интервальных коэффициентов чистого и равномерно-темперированного строя, ранее оцененных с позиции их психоакустического восприятия.

Ключевые слова:

Акустический консонанс, диссонанс, интервальные коэффициенты, биения, многоуровневая амплитудная модуляция биений, цепные дроби, чистый и равномерно-темперированный строй.

Key words:

Audio consonance, dissonance, interval coefficients, beats, all-level modulation of beats, natural sound sequence, uniform sound sequence.

Фундаментальные исследования комбинационных тонов, возникающих при одновременном звучании двух музыкальных тонов, были проведены Г. Гельмгольцем [1].

В результате этих исследований он пришел к выводу, что отношения суммируемых частот, называемые интервальными коэффициентами, создают благозвучный акустический консонанс, если они состоят из натурального ряда чисел от 1 до 6. В интервалах, звуки которых находятся в более сложных целочисленных отношениях, возникают диссонансы, т. е. резкое неблагозвучное звучание.

Такая же трактовка различия консонанса и диссонанса дается в настоящее время и в Большой советской энциклопедии: «С математико-акустической точки зрения различие между консонансом и диссонансом только количественное (соотношение чисел колебаний диссонирующих интервалов образует сложные дроби), а граница между ними условна» [2].

Возникновение консонанса или диссонанса коррелируется с отсутствием или наличием звучания третьего тона (биения), определяемого разностью частот суммируемых основных тонов музыкальных звуков. Поскольку каждый звук состоит из обертонов, то при одновременном их звучании между обертонами возникают еще и дополнительные биения, которые накладываются соответствующим образом на первые. Биения, несомненно, играют значительную роль в определении диссонантности интервалов. Причиной возникновения диссонанса, согласно Г. Гельмгольцу, является появление комбинационных тонов (биений) на частотах: $(f_2 - f_1)$, $(2f_1 - f_2)$, $(2f_2 - 3f_1)$ и т. д.

Если на слуховую систему подать два близких по частоте тона, например, 1000 Гц и 1010 Гц, тогда

вместо двух тонов будет отчетливо слышен один тон со средней частотой 1005 Гц, модулированный по амплитуде разностной частотой 10 Гц [3]. Если разницу между двумя тонами дальше увеличивать, то при разности частот выше 15 Гц биения исчезают, и начинают прослушиваться два тона с большой шероховатостью (как если бы звучали одновременно два ненастроенных музыкальных инструмента). Достижение уровня 30 Гц вызывает на более сильное раздражение органов слуха. Превышение уровня 60 Гц уже не вызывают этого ощущения. Таким образом, от частоты биений зависит степень резкости звука и степень их слияния [1].

Необходимо указать на существующую в музыкальном мире субъективность отношения к понятию диссонантности музыкальных интервалов, которое меняется с течением времени. Теоретики раннего средневековья относили к диссонансам не только секунды и септимы, но также терции и сексты. В музыкальной теории позднего средневековья (XII–XIII вв.) терции и сексты перестали считаться диссонансами и перешли в разряд консонансов («несовершенных»). Тритон, запрещенный в теории строгого стиля, к концу XIX в. появляется без разрешения и перестаёт быть «экстраординарным» диссонансом. Относительность понятий диссонанса и консонанса, значительно переосмысленных в современной музыке, подчёркивали музыковеды Б.В. Асафьев, Ю.Н. Тюлин и др. [4].

В результате перехода в музыкальной практике от чистого, гармонического строя к равномерно-темперированному строю, только октавы являются абсолютно чистыми тонами, тогда как остальные интервалы в большей или меньшей степени отклоняются от чистых интервалов. Профессиональные музыканты сразу замечают ухудшение качества

звучания инструментов с равномерно-темперированным строем по сравнению с чистым строем [5]. Однако, объяснения, почему одни «нечистые» интервалы в темперированном строе более мелодичны по сравнению с другими, до настоящего времени даются на субъективном уровне. Так, например, темперированная квинта и кварта уклоняются очень незначительно от чистых тонов, что играет малую роль на практике. Темперированные малые терции и большие сексты значительно отклоняются от чистых, гармонических интервалов [5].

Поэтому непонятно, чем отличается «более чистый» сигнал от «менее чистого» сигнала. Отсутствует количественное описание структурного состава и вклада составляющих элементов, способствующих возникновению диссонанса или консонанса в зависимости от соотношения частот одновременно звучащих тонов.

Используя результаты исследований, полученных в [6], в данной статье делается попытка выявить закономерности, характерные для диссонантного или консонантного звучания сравниваемых музыкальных интервалов чистого и темперированного строя. В работе [6] было показано, что при совместном звучании двух монофонических сигналов с частотами f_1 и f_2 поведение результирующего сигнала будет определяться отношением коэффициентов пропорциональности k_1 и k_2 , равным по величине отношению частот симметричных колебаний. Указанные коэффициенты пропорциональности в музыкальной литературе называются интервальными коэффициентами.

При разности интервальных коэффициентов $k_2 - k_1 > 2$ возникают низкочастотные периодичности, в следовании в определенной последовательности совокупности интервалов биений с различной длительностью. Максимальная длительность модуляции следования интервалов биений равна сумме $(k_2 - k_1)$ -интервалов биений амплитуды результирующего сигнала.

Кроме наблюдаемой глобальной периодичности процесса наблюдаются внутри его и локальные периодические последовательности интервалов биений. Локальные уровни модуляции располагаются относительно друг друга в соответствии с существующей иерархией по длительности периодов модуляции интервалов биений.

Показано, что периоды, и соответственно частоты, в соответствии с которыми происходит глобальная и локальная модуляция последовательности интервалов биений, могут быть рассчитаны, если применить для анализа следующего вида отношения интервальных коэффициентов:

$$k = \frac{f_2}{f_2 - f_1} = \frac{k_2}{k_2 - k_1}. \quad (1)$$

Эвристически установлено и экспериментально подтверждено, что число колебаний результирующего сигнала в каждом интервале биения можно найти путем разложения значений числителя в отношении (1) на парную совокупность целых чисел,

разность между которыми не превышает единицу. Значения членов разложения, составляющих числитель (1), отображают распределение суммарного числа колебаний амплитуды музыкального созвучия со средней частотой $\bar{f}_n$, равной по величине f_2 по интервалам биений за период модуляции огибающей результирующего сигнала.

Значения и количество членов разложения числителя k_2 в отношении (1) можно определить по алгоритму, известному в математике как алгоритм Евклида, который приводит в конечном итоге к правильной цепной дроби:

$$\frac{P_n}{Q_n} = q + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \dots + \frac{1}{q_{n-1} + \frac{1}{U_{n-1}}}}}, \quad (2)$$

где P_n/Q_n называется n -й подходящей дробью правильной цепной дроби; $q_n = u_{n-1}/u_n$ — целочисленный знаменатель; u_{n-1} и u_n — остатки от деления, полученные на $(n-1)$ -м и n -м шаге разложения рациональных чисел в цепную дробь.

Исследования показали, что представление частот суммируемых колебаний в виде отношения $k = f_2/(f_2 - f_1)$, с последующим разложением их в правильные цепные дроби, позволяет вычислить значение подходящей дроби $k_n = P_n/Q_n$ с заданной погрешностью приближения к исходному отношению.

Поскольку k характеризует количество колебаний амплитуды суммарного сигнала, приходящегося на одно усредненное в общем случае колебание его огибающей, то и значения подходящих дробей будут иметь тот же физический смысл. Степень приближения совокупности подходящих дробей к истинному отношению, описывающему реальный процесс, однозначно определяется уровнем учитываемой модуляции последовательности интервалов биений различной длительности, которая физически проявляется расширением нижней границы частотного диапазона исследуемого сигнала.

Полученная в [6] рекуррентная формула позволяет связать период модуляции $(k_2 - k_1)$ -интервалов биения n -го уровня с периодами модуляции интервалов биений нижестоящих уровней:

$$T_n^m = q_n T_{n-1}^m + T_{n-2}^m.$$

Наиболее распространенный на практике максимальный уровень модуляции интервалов биений, соответствующий трехуровневой модуляции огибающей амплитуды колебаний результирующего сигнала, описывается следующим рекуррентным соотношением:

$$\begin{aligned} T_1^m &= (q_1 - 1)T_{b=q} + T_{b=q+1} = [(q_1 - 1)q + (q + 1)]\bar{T}_n, \\ T_2^m &= q_2 T_1^m + T_{b=q}, \\ T_3^m &= q_3 T_2^m + T_1^m, \end{aligned} \quad (3)$$

где T_1^m, T_2^m, T_3^m являются, соответственно, периодами первого, второго и третьего уровня модуляции огибающей результирующего сигнала. Каждый член цепной дроби (2) используется в рекуррентной формуле (3).

Минимальная и максимальная длительность интервалов биений, из которых комплектуются модулированные колебания верхних уровней, определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} T_{b=q} &= q\bar{T}_n, \\ T_{b=q+1} &= (q+1)\bar{T}_n. \end{aligned} \quad (4)$$

Среднее значение периода колебания амплитуды суммарного акустического сигнала определяется как

$$\bar{T}_n = \frac{k_2 - k_1}{k_2(f_2 - f_1)} = \frac{1}{f_2}. \quad (5)$$

Подставляя ур. (4, 5) в ур. (3) и разрешая его относительно T_3^m , получим выражение, описывающее компонентный состав локальных периодичностей, входящих в состав глобальной модулирующей периодичности интервалов биений:

$$\begin{aligned} T_3^m &= q_3 \{q_2[(q_1 - 1)q + (q + 1)] + q\} + \\ &+ [(q_1 - 1)q + (q + 1)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Каждый член в равенстве (6) несет определенный физический смысл, например:

- q – минимальное число колебаний амплитуды суммарного сигнала, кратно укладывающееся на одном интервале биений;
- $(q+1)$ – максимальное число колебаний амплитуды результирующего сигнала, укладывающееся на одном интервале биений;
- (q_1-1) – определяет количество интервалов с числом колебаний q , приходящихся на один ин-

тервал биений с $(q+1)$ -колебаниями амплитуды суммарного сигнала;

- q_2 – устанавливает количество периодов первого уровня модуляции биений, входящих в состав периода второго уровня модуляции огибающей результирующего сигнала;
- q_3 – устанавливает количество периодов второго уровня модуляции биений, входящих в состав периода третьего уровня модуляции огибающей суммарного сигнала.

Изложенная выше методика расчета частотных характеристик акустических сигналов, образуемых в результате суперпозиции монофонических колебаний, близких по частоте, позволяет осуществить исследование частотных характеристик чистого и равномерно-темперированного строя, а также влияния локальных периодичностей, наблюдаемых в структуре сигнала, на консонансность и диссонансность исследуемых созвучий.

В табл. 1 представлены результаты теоретических расчетов частоты биений, а также частоты амплитудной модуляции огибающей результирующего акустического сигнала, характерных для некоторых музыкальных интервалов, соответствующих чистому строю.

Информация об амплитудах биений и амплитудах модуляции совокупности интервалов биений, табл. 1, получена путем проведения численных экспериментов по методике [6].

Частота колебаний первой ступени Первой октавы чистого строя музыкального звукоряда равнялась $f_1 = 264$ Гц.

Обозначения в таблице: $\bar{f}_b = \Delta f = f_2 - f_1$ – частота колебаний амплитуды огибающей результирующего сигнала, усредненная на временном участке, длительность которого соответствует $(k_2 - k_1)$ -интервалам биений; $f_{b=q} = 1/(q\bar{T}_n)$, $A_{b=q}$ и $f_{b=q+1} = 1/((q+1)\bar{T}_n)$ и

Таблица 1. Амплитудно-частотные характеристики биений и амплитудные модуляции совокупности интервалов биений чистого музыкального строя

f_2 , Гц	k_2/k_1	Название интервала	Δf , Гц	$A_{b=q}$	$f_{b=q}$, Гц	$A_{b=q+1}$	$f_{b=q+1}$, Гц	$\bar{f}_b$, Гц	A_1^m	f_1^m , Гц	Конс. или дисс.	Структура k_2
1	2	3		5	6	7	8	9	10	11	12	13
264,0	1/1	Прима	–	2,00	–	–	–	264,0	–	–	АК	–
281,6	16/15	Малая секста	17,6	1,99	17,6	–	–	281,6	–	–	Д	/16/
297,0	9/8	Большая секста	33,0	1,99	33,0	–	–	297,0	–	–	Д	/9/
301,7	8/7	Расширенная большая секста	37,7	1,99	37,7	–	–	301,7	–	–	Д	/8/
308,0	7/6	Увеличенная секста	44,0	1,99	44,0	–	–	308,0	–	–	Д	/7/
316,8	6/5	Малая терция	52,8	1,99	52,8	–	–	316,8	–	–	НК	/6/
330,0	5/4	Большая терция	66,0	1,99	66,0	–	–	330,0	–	–	К	/5/
352,0	4/3	Кварта	88,0	1,99	88,0	–	–	352,0	–	–	СК	/4/
369,6	7/5	Тритон	106,0	1,99	123,2	1,99	92,4	369,6	0,13	52,8	Д	(/3+/4/)
396,0	3/2	Квинта	132,0	1,99	132,0	–	–	396,0	–	–	СК	/3/
422,4	8/5	Малая секста	158,0	1,78	211,2	1,99	140,8	422,4	0,16	52,8	НК	(/2+/2/3/)
440,0	5/3	Большая секста	178,0	1,99	220,0	1,99	146,6	440,0	0,55	88,0	К	(/2+/3/)
475,2	9/5	Малая септима	211,0	1,93	237,6	1,81	158,4	475,2	0,69	52,8	Д	(3/2+/3/)
495,0	15/8	Большая септима	231,0	1,88	247,5	1,42	165,0	495,0	0,57	33,0	Д	(6/2+/3/)
528,0	2/1	Октава	264,0	1,99	264,0	–	–	528,0	–	–	АК	/2/

АК – абсолютный консонанс; НК и СК – несовершенный и совершенный консонанс; Д – диссонанс; К – консонанс.

$A_{b=q+1}$ — частота и амплитуда колебаний биений огибающей парных созвучий монофонических тонов музыкального звукоряда с числом колебаний амплитуды результирующего сигнала на одном интервале биений, равном « q » или « $q+1$ »; $\bar{f}_n = 1/\bar{T}_n$ — частота суммарного сигнала, усредненная на временном участке, длительность которого соответствует $(k_2 - k_1)$ -интервалам биений; f_1^m и A_1^m — частота и амплитуда модуляции огибающей сигнала,

$$A_1^m = 0,5 |A_{j_{\max}}^{\max} - A_{j_{\max}}^{\min}|,$$

где $A_{j_{\max}}^m$, $A_{j_{\min}}^m$ — максимальное и минимальное значения амплитуды огибающей суммарного акустического сигнала, принимаемые за период ее модуляции.

Структура k_2 отображает распределение суммарного числа колебаний амплитуды акустического сигнала со средней частотой $\bar{f}_n$ по интервалам биений за период модуляции огибающей результирующего сигнала.

Из таблицы (колонка № 6) видно, что в чистом строе музыкального звукоряда биения $f_{b=q}$ существуют во всем диапазоне рассматриваемой октавы. Структурный состав суммарного сигнала показан в колонке № 13. Число колебаний амплитуды результирующего сигнала за один интервал биения окаймлено слешами с двух сторон. Коэффициент, стоящий перед слешем, означает количество следующих друг за другом интервалов биений с одинаковым числом колебаний амплитуды созвучия монофонических сигналов. Круглыми скобками обозначается первый уровень модуляции биений.

Простой структурный состав биений результирующих акустических колебаний (колонка № 13) наблюдается, если коэффициенты k_1 и k_2 гармонических интервалов чистого строя отличаются друг от друга на единицу, т. е. $k_2 - k_1 = 1$ (колонка № 2). В этом случае биения происходят, в соответствии с классической теорией, с частотой, равной $f_{b=q} = \Delta f = f_2 - f_1$ (колонка № 4 и 6) [3, 5].

Амплитудно-частотная модуляция результирующего сигнала наблюдается в следующих отношениях интервальных коэффициентов парных созвучий монофонических тонов: 7/5, 8/5, 5/3, 9/5, 15/8 [9].

В колонке № 12 показаны общепринятые психоакустические восприятия гармонических интервалов в виде: абсолютного консонанса (АК), совершенного консонанса (СК), консонанса (К), несовершенного консонанса (НК) и диссонанса (Д), соответствующих исследуемым интервальным коэффициентам, одновременно воспроизводимых в пределах октавы основных тонов [1].

Анализ табл. 1 показывает, что диссонанс гармонических интервалов, наблюдаемый с ростом частоты второго тона f_2 , вплоть до частоты 308 Гц включительно, объясняется биением колебаний амплитуды результирующего сигнала $f_{b=q}$, частота которых находится в диапазоне 17,6...44 Гц.

В гармоническом строе с отношениями интервальных коэффициентов 6/5, 5/4, 4/3, 3/2 и 8/5, 5/3, 2/1 наблюдаются по мере роста частоты бие-

ний огибающей $f_{b=q}$ вариации перехода от несовершенного консонанса к совершенному консонансу и затем от несовершенного консонанса к абсолютному консонансу.

Как видно из таблицы, для интервальных коэффициентов, разность которых $k_2 - k_1 > 1$, характерно появление двух типов биений огибающей (колонки № 6 и 8), отличающихся друг от друга по частоте, а также от частоты биения $\Delta f = f_2 - f_1$, соответствующей классической теории (колонка № 4). В этом случае наблюдается возникновение низкочастотной периодичности (колонка № 11), появления в определенной последовательности совокупности интервалов биений с различной длительностью (колонка № 13). Этот процесс сопровождается амплитудной модуляцией биений (колонка № 10).

Степень влияния низкочастотной модуляции биений на консонантность или диссонантность музыкального интервала определяется ее частотой и уровнем амплитуды.

Как утверждает теория, человек воспринимает как диссонанс звук, имеющий частоту от 20 до 60 Гц. Однако звучание большой и малой септимы считается диссонантным, несмотря на то, что частоты их биений значительно превосходят верхнюю частотную границу благоприятного восприятия (колонки № 6 и 8).

Объяснение данного факта дает наличие частоты модуляции биений f_1^m в этих гармонических интервалах, которые составляют, соответственно, 33 и 52,8 Гц. При этом вклад амплитуды модуляции биений A_1^m в общий сигнал довольно значителен (колонка № 10). Следует отметить, что степень диссонантности малой септимы значительно меньше по сравнению с большой септимой, поскольку она по частоте модуляции биений f_1^m намного ближе к частотной границе благоприятного их восприятия ($f_s = 60$ Гц). Различие степени диссонантности указанных гармонических интервалов отмечается и в [7].

Интересная ситуация складывается при объяснении диссонантности тритона. Сравнение частотных и амплитудных характеристик гармонических интервалов соответствующих малой сексте и тритону, показывает, что они по всем отображенным в таблице параметрам практически идентичны. Однако, малую сексту относят к несовершенному консонансу, а тритон в музыкальном мире считают диссонансом, объясняя это их разным психоакустическим восприятием.

Анализ показывает, что для получения дополнительной информации, объясняющей причину их различного восприятия, необходимо исследовать влияние обертонов основных тонов на частотные характеристики этих гармонических интервалов.

Согласно теории Гельмгольца при парной суперпозиции звуков музыкальных инструментов происходит образование биений, обусловленных взаимодействием не только основных звуковых тонов, но и их обертонов. Обертоны взаимодействуют друг с другом, а также и с каждой из суммируемых компонент результирующего сигнала.

Преобладание консонансности или диссонансности в звучании этих гармонических интервалов можно определить сравнением числа совпадающих обертонов одного звука с соответствующими обертонами другого, а также по количеству диссонирующих биений, частота которых находится в диапазоне 20...60 Гц [5].

Произведем для сравнения оценку вклада по частоте обертонов двух основных тонов в образование биений для малой сексты и тритона. С целью упрощения решения задачи ограничимся рассмотрением количества учитываемых обертонов не выше 8, т. к. влиянием остальных следующих после него обертонов, как показали исследования, можно пренебречь из-за незначительной величины их амплитуд [8].

Исследования гармонических интервалов малой сексты и тритон показали следующее.

Для обоих интервалов характерно наличие по одному консонансному совпадению обертонов: у малой сексты $5f_2$ и $8f_1$, а для тритона обертонов $7f_1$ и $5f_2$. Из всех возможных сочетаний обертонов, дающих биения с минимальной частотой, в рассматриваемых гармонических интервалах имеется у каждого по два не модулированных биения с частотой $f_b=52,8$ Гц. Это биения обертонов $(2f_2-3f_1)$, $(5f_1-3f_2)$ у малой сексты и $(3f_1-2f_2)$, $(3f_2-4f_1)$ у тритона. Частота остальных биений находится вне зоны диссонансного воздействия на слуховую систему человека. Таким образом, полученные типовые параметры, характеризующие звучание данных интервалов с учетом их обертонов, не вносят новой информации, объясняющей причину их различного психоакустического восприятия человеком.

Однако, исследования существующих биений в обоих гармонических интервалах на наличие у них многоуровневой модуляции биений, по изложенной выше методике, показали следующее. Модуляция биений у обертонов отсутствует в гармоническом интервале малая секста, в то время как в тритоне она имеет место для обертонов $2f_1$ и f_2 , а также $5f_1$ и $3f_2$:

$$\frac{2f_1}{2f_1 - f_2} = \frac{528}{158,4} = \frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3};$$

$$f_{об}^m = \frac{1}{T_1^m} = \frac{528}{(2 \cdot 3 + 4)} = 52,8 \text{ Гц};$$

$$\frac{5f_1}{5f_1 - 3f_2} = \frac{1320}{211,2} = \frac{25}{4} = 6 + \frac{1}{4};$$

$$f_{об}^m = \frac{1}{T_{об}^m} = \frac{1320}{(3 \cdot 6 + 7)} = 52,8 \text{ Гц}.$$

Таким образом, применение математического аппарата цепных дробей позволило установить, что в тритоне, в отличие от малой сексты, наблюдаются дополнительные периодические колебания, образованные модуляцией совокупности интервалов биений обертонов $2f_1$ и f_2 , а также $5f_1$ и $3f_2$ с частотой, равной 52,8 Гц, которые усиливают диссонирующее восприятие тритона.

В табл. 2 и 3 представлены результаты теоретических расчетов частот биений и экспериментальные данные амплитуд биений и их модуляций, характерные для парных созвучий с интервалами частот, соответствующих равномерно-темперированному строю в пределах одной октавы. Частота нижней компоненты парного созвучия составляла $f_1=261,63$ Гц.

В отличие от чистого, гармонического строя, результаты исследований размещены в двух таблицах, поскольку в равномерно-темперированном строе наблюдается многоуровневая амплитудно-частотная модуляция биений парных созвучий монофонических сигналов.

Дополнительные обозначения в табл. 2 и 3: q – минимальное число колебаний амплитуды результирующего сигнала, кратно укладывающееся на одном интервале биений; f_2^m и f_3^m , A_2^m и A_3^m – частота и амплитуда второго и третьего уровней модуляции последовательности интервалов биений.

Структура k_2 отображает распределение числа колебаний амплитуды суммарного сигнала по интерва-

Таблица 2. Частоты биений и модуляции биений парных созвучий равномерно-темперированного строя

f_2 , Гц	k_2/k_1	Название интервала	q	Δf , Гц	$f_{b=q}$, Гц	$f_{b=q+1}$, Гц	$\tilde{f}_n$, Гц	f_1^m , Гц	f_2^m , Гц	f_3^m , Гц
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
261,63	1/1	Прима	–	–	–	–	261,63	–	–	–
277,18	89/84	Малая секста	17	15,55	16,3	15,41	277,3	2,59	–	–
293,66	55/49	Большая секста	9	32,03	32,62	29,36	293,6	5,34	–	–
311,13	44/37	Малая терция	6	49,5	51,86	44,45	311,1	16,38	8,19	–
329,63	63/50	Большая терция	4	68,0	82,4	65,92	329,5	11,36	5,23	–
349,23	295/221	Кварта	3	87,6	116,4	87,32	349,3	1,0	–	–
369,99	41/29	Увеличенная кварта	3	108,36	123,4	92,56	370,2	52,89	21,78	9,03
392,0	442/295	Квинта	3	130,37	130,7	98,2	392,0	0,89	–	–
415,3	27/17	Малая секста	2	153,67	207,5	138,33	414,91	51,87	15,37	–
440,0	37/22	Большая секста	2	178,37	220,0	146,66	440,0	88,0	11,89	–
466,16	25/14	Малая септима	2	204,53	232,6	155,04	465,12	66,44	51,68	18,6
493,88	168/89	Большая септима	2	232,25	246,9	164,62	493,9	29,25	26,15	2,4
523,26	2/1	Октава	–	261,63	261,6	261,63	523,3	–	–	–

Таблица 3. Амплитуда биений и модуляция биений парных созвучий равномерно-темперированного строя

f_2 , Гц	k_2/k_1	A_q	A_{q+1}	A_1^m	A_2^m	A_3^m	Структура k_2
1	2	3	4	5	6	7	
261,63	1/1	2,0	–	–	–	–	–
277,18	89/84=1,059	1,995	1,9999	0,0071	–	–	(4/18/+17/)
293,66	55/49=1,122	1,994	1,983	0,295	–	–	(5/9/+10/)
311,13	44/37=1,189	1,997	1,976	0,0543	0,0056	–	[2(2/6/+7/)+/6/]
329,63	63/50=1,26	1,924	1,985	0,106	0,0018	–	[2(5/5/+4/)+/5/]
349,23	295/221=1,335	1,810	1,995	0,191	–	–	(73/4/+3/)
369,99	41/29=1,414	1,987	1,956	0,167	0,0287	0,0045	{2[2(3/+4/)+/3/]+(/3/+4/)}
392,0	442/295=1,498	1,998	1,640	0,362	–	–	(146/3/+4/)
415,3	27/17=1,588	1,843	1,975	0,320	0,0207	–	{[2(2/3/+2/)+/3/]+(2/3/+2/)}
440,0	37/22=1,682	1,952	1,924	0,319	0,0992	–	[7(/2/+3/)+/2/]
466,16	25/14=1,786	1,981	1,756	0,472	0,0326	0,0062	{2[(2/2/+3/)+/2/]+(2/2/+3/)}
493,88	168/89=1,888	1,876	1,465	0,667	0,0104	0,0006	{9[(6/2/+3/)+/2/]+(6/2/+3/)}
523,26	2/1	1,999	–	–	–	–	/ 2 /

лам биений, образующим локальные периодичности, за интервал времени, равный периоду третьего уровня модуляции огибающей парных созвучий монофонических сигналов.

Цифры, стоящие перед слешем, соответствуют количеству следующих друг за другом интервалов биений, с одинаковым в них числом (в таблице оно окаймлено слешами с двух сторон) колебаний парного монофонического созвучия.

Круглыми скобками обозначается первый уровень модуляции интервалов биений. Квадратные скобки соответствуют второму уровню модуляции. Фигурными скобками обозначается компонентная структура, соответствующая третьему уровню модуляции огибающей сигнала.

Анализ результатов исследований показывает, что переход от гармонического к равномерно-темперированному строю музыкального звукоряда сопровождается, как правило, возникновением многоуровневой амплитудно-частотной модуляции, определяющей последовательность чередования биений с различной длительностью. Увеличение уровня модуляции биений сопровождается уменьшением ее частоты и амплитуды колебаний. Число уровней модуляции биений, рассмотренных в нашем случае, не превышает трех, т. к. влиянием остальных уровней по частоте и амплитуде на восприятие их человеком можно пренебречь.

Более того, как видно из табл. 3, из-за малости амплитуд модулированных колебаний можно пренебречь не только третьим уровнем, но и частично вторым уровнем модуляции биений для некоторых отношений частот суммируемых колебаний (табл. 3, колонки № 6 и 7).

Если оценить качество звучания равномерно-темперированного строя по сравнению с чистым строем, то следует отметить следующее. Прима и октава представляют собой совершенный консонанс.

Кварта и квинта, несмотря на наличие одноуровневой модуляции биений, несомненно, отно-

сятся также к консонансам. Максимальная последовательность биений с равным числом колебаний музыкального созвучия составляет для кварты 73, а для квинты 146 биений, что соответствует частоте колебаний совокупности биений, соответственно, 1 и 0,89 Гц, которые находятся вне зоны слышимости звучания (колонка № 9). В конечном итоге это приводит к тому, что средняя частота биений, как видно из табл. 3, для кварты совпала с максимальным, а для квинты с минимальным значением частоты биений, т. е. модуляцией биений в этом случае можно пренебречь. Поэтому данные сигналы, можно считать, имеют простой структурный состав биений, аналогичный структурному составу, соответствующему кварте и квинте чистого строя.

Не уступают чистому строю по качеству консонансного звучания в равномерно-темперированном строе большая терция и большая секста, так как частота модуляции биений и сами биения находятся вне области, неблагозвучной их слышимости, 30...60 Гц.

Хуже по качеству звучание малой сексты в равномерно-темперированном строе по сравнению с нею же, но в гармоническом строе. Хотя частоты модулированных колебаний биений у них практически равны и располагаются ниже 60 Гц, но уровень амплитудной модуляции биений малой сексты в темперированном строе в 2 раза превосходит аналогичные колебания в чистом строе (колонка № 5, табл. 3 и колонка № 11, табл. 1).

Такая же ситуация наблюдается и с малой терцией. Она обусловлена появлением в равномерно-темперированном строе дополнительных биений, частота которых составляет 44 Гц.

Выводы

Парное сочетание монофонических сигналов приводит при определенных соотношениях интервальных коэффициентов в чистом строе и практически всегда (за исключением примы и октавы) в равномерно-темперированном строе к возникнове-

нию не только биений музыкальных созвучий, но и низкочастотной амплитудной модуляции огибающей акустического сигнала. Частота амплитудной модуляции огибающей сигнала определяется периодичностью появления совокупности следующих в определенной последовательности интервалов биений с различными длительностями.

В отличие от чистого строя, в равномерно-темперированном строе при определенных соотношениях интервальных коэффициентов звукоряда воз-

никает многоуровневая амплитудная модуляция биений парного созвучия монофонических колебаний.

Полученные результаты исследований позволяют объяснить с физической точки зрения причину возникновения консонансности или диссонансности в отношениях интервальных коэффициентов чистого и равномерно-темперированного строя, ранее уже оцененных с позиции их психоакустического восприятия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельмгольц Г. Учение о слуховых ощущениях как физиологическая основа для теории музыки. — М.: Типография товарищества «Общественная польза», 1875. — 591 с.
2. Большая советская энциклопедия / под ред. А.М. Прохорова. — М.: Советская энциклопедия, 1973. — Т. 13. — 608 с.
3. Алдошина И.А., Приттс Р. Музыкальная акустика. — СПб.: Композитор, 2007. — 740 с.
4. Музыкальная энциклопедия / под ред. Ю.В. Келдыша. — М.: Советская энциклопедия, 1974. — Т. 2. — 958 с.
5. Беляков А.Г. Теория звука в приложении к музыке. — М.: Государственное изд-во, 1925. — 238 с.
6. Клименко С.Ю., Савинов А.П. Математическое моделирование модуляции биений, возникающих при суперпозиции акустических сигналов // Известия Томского политехнического университета. — 2010. — Т. 316. — № 2. — С. 135–142.
7. Лукичев О. Консонирующие и диссонирующие интервалы // Официальный сайт группы TALISMAN. 2009. URL: <http://www.lukichev.ru/konsoniruyushhie-i-dissoniruyushhie-intervaly.html> (дата обращения: 10.10.2009).
8. Михайлов В.Г., Златоустова Л.В. Измерение параметров речи. — М.: Радио и связь, 1987. — 168 с.
9. Гнусов К.С., Савинов А.П. Математическое моделирование биения акустических сигналов // Современная техника и технологии: Труды XIII Междун. научно-практ. конф. молодых ученых. — Томск: Изд-во ТПУ, 2007. — Т. 2. — С. 314–317.

Поступила 26.10.2009 г.