

11. Переверзев В.А., Шумов В.В. Справочник мастера тепловых сетей. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 272 с.
12. Соколов Е.Я. Теплофикация и тепловые сети. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с.
13. Гува А.Я. Краткий теплофизический справочник. – Новосибирск: Сибвуиздат, 2002. – 300 с.
14. Витальев В.П. Исследование режимов высыхания изоляции подземных теплопроводов / Наладочные и экспериментальные работы ОРГРЭС. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1955. – Вып. 11. – С. 36–49.

Поступила 31.08.2010 г.

УДК 531.7,53.082.2;550.34.038.8

## ПРИНЦИПЫ РЕГИСТРАЦИИ ИНЕРЦИОННЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ КОНВЕКТИВНЫХ ДАТЧИКОВ

И.А. Бабушкин, В.А. Демин, Д.В. Пепеляев

Пермский государственный университет  
E-mail: demin@psu.ru

*Теоретически изучено влияние внешних инерционных воздействий на конвективные течения в подогреваемой снизу ячейке Хеле–Шоу. Проведен расчет температурных полей и формы течений при действии инерционных сигналов, ориентированных произвольно в плоскости широких граней. Результаты расчетов планируется использовать при проектировании прибора, способного регистрировать и распознавать инерционные воздействия по амплитуде и частоте. На основе численного моделирования выполнен подбор рабочей жидкости и найдены оптимальные значения геометрических параметров конвективной камеры разрабатываемого датчика.*

### **Ключевые слова:**

*Конвективные датчики, инерционные воздействия, термопарные измерения, численное моделирование, принципы регистрации инерционных сигналов.*

### **Key words:**

*Convective sensors, inertial influence, thermocouple measurements, numerical modeling, registration principles of inertial signals.*

Влиянию инерционных ускорений на неоднородно нагретые гидродинамические системы посвящено множество теоретических и экспериментальных работ [1–4]. Интерес к данной тематике обусловлен тем, что по отклику гидродинамической системы на внешнее силовое воздействие можно судить об интенсивности и форме инерционного сигнала. Однако утверждать, что данная проблематика хорошо разработана и результаты исследований в этом направлении широко применяются на практике, было бы неверно. Спектр разнообразных инерционных воздействий чрезвычайно широк: это высокочастотные вибрации и вибрации конечной частоты, короткие по времени сигналы ударного типа, имеющие как техногенный, так и природный характер, различные сейсмические воздействия и т. п. К обсуждаемому кругу вопросов можно даже отнести проблему мониторинга микрогравитационного шума на борту орбитальной станции [4]. В настоящее время существует множество способов регистрации тех или иных инерционных воздействий. Технически каждый метод основывается на определенных физических принципах и обладает своими плюсами и минусами.

Особую нишу среди приборов, предназначенных для регистрации инерционных воздействий, занимают конвективные датчики. Принцип работы конвективных датчиков основывается на реги-

страции изменений температурного поля неоднородно нагретой жидкости на фоне конвективного движения. Наличие дополнительного вклада в течение, обусловленного переменными массовыми силами, отражается на показаниях термопар. В настоящее время методики термопарных измерений позволяют разрешать инерционные ускорения порядка  $10^{-3} \dots 10^{-4} g$ . Свойство восприимчивости конвективных движений к внешним воздействиям дает возможность конструировать приборы и использовать их в качестве акселерометров при мониторинге природно-техногенной сферы, в авиационной и космической технике.

Устройство имеющихся конвективных датчиков (в том числе промышленных [5]), как правило, таково, что в них реализуются трехмерные конвективные течения. Многолетний опыт исследований показывает, что в случае сложного нестационарного воздействия в таких полостях могут возникать вторичные осредненные течения, форма которых сильно зависит от начальных условий. Неконтролируемость течений часто приводит к неправильной интерпретации сигналов с термопар. Авторами защищается идея разработки и конструирования лабораторного образца низкочастотного датчика инерционных ускорений на основе конвективной ячейки Хеле–Шоу [6]. В частности, имеются все основания для использования данного датчика в геофизике [7].

Наиболее распространенными типами сейсмических датчиков на сегодняшний день являются электродинамические сейсмоприемники (маятниковые сейсмометры) и пьезоэлектрические акселерометры. В геофизике сейсмические датчики используются для полевых и стационарных наблюдений за местными и удаленными землетрясениями, а также для мониторинга в ближней зоне землетрясений (датчики сильных движений). Пьезоэлектрические акселерометры по сравнению с электродинамическими датчиками имеют в низкочастотном диапазоне более высокий уровень внутренних шумов и, в то же время, более высокий предельный уровень регистрации. Нижняя граница частотного диапазона для широко используемых сейсмических датчиков составляет порядка 0,1 Гц. Для мониторинга сейсмической и техногенной обстановки (наблюдение за местными и удаленными землетрясениями, взрывами), для шахтной сейсмологии представляют интерес датчики, работающие при частотах ниже 0,1 Гц.

На сегодняшний день промышленным датчиком, в основе работы которого лежат конвективные течения, является акселерометр, выпускаемый китайской компанией MEMSIC [5]. Данный датчик является двусносным, с полосой пропускания по частоте от 15 до 19 Гц, которая может быть расширена до 160 Гц и более, с заявленной точностью до  $10^{-3}g$ . Конвективная ячейка представляет собой полость в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами  $5 \times 5 \times 1,55$  мм с центральным нагревателем и батареями термопар на взаимно перпендикулярных осях. Рабочим телом является газ. Принцип работы акселерометра основан на регистрации термопарами изменения поля температуры в случае внешнего инерционного воздействия. Очевидно, что в полости такой конфигурации при указанных рабочих частотах имеет место сложное осреднённое трёхмерное течение, интерпретация которого представляет собой значительные трудности. По данному течению датчик технически не позволяет восстанавливать характеристики внешнего воздействия.

В настоящей статье представлены результаты теоретического исследования, позволяющие сконструировать лабораторный образец низкочастотного сейсмологического датчика на основе конвективной ячейки Хеле–Шоу (эксперименты [8]), который будет способен функционировать в автономном режиме в заданной области рабочих частот. Предполагается, что работа датчика будет основана на регистрации и анализе термопарных измерений при наличии вибрационных и инерционных ускорений (линейные вибрации, удар), которые влияют на распределение температуры в полости. В отличие от акселерометров электродинамического типа у конвективных датчиков отсутствует так называемый эффект залипания. В дополнение можно добиться, чтобы конвективный датчик по размерам и занимаемому сопутствующим оборудованием пространству не уступал акселерометрам, работающим на других физических принципах.

Кроме того, регистрация статических ускорений в зависимости от угла наклона по отношению к вертикали даёт возможность использования его в качестве автоматизированного уровня, аналога гировертикали или гирогоризонта.

Пусть в рассматриваемой полости в форме прямоугольного параллелепипеда (рис. 1, ячейка Хеле–Шоу) реализуются конвективные течения только в плоскости широких граней ( $x, y$ ). Выбирая в качестве единицы длины полутолщину полости  $d$ , получим следующие геометрические параметры ячейки: толщина – 2, безразмерные высота и длина, соответственно –  $H$  и  $L$ . Полость находится в однородном статическом поле тяжести и на некотором промежутке времени подвергается действию инерционного сигнала вдоль единичного вектора  $\vec{n}$ . Верхняя и нижняя горизонтальные грани идеально теплопроводны. Широкие вертикальные грани идеально теплопроводны, а узкие – теплоизолированы.

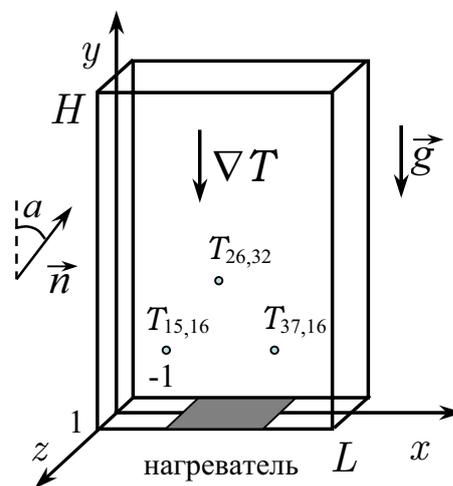


Рис. 1. Модель конвективной камеры датчика инерционных сигналов

Для теоретического описания течений в полости будем использовать уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска [9]. При обезразмеривании уравнений в качестве единиц длины, времени, скорости, давления и температуры выберем  $[d]$ ,  $[d^2/\nu]$ ,  $[\chi/d]$ ,  $[\rho\nu\chi/d^2]$ ,  $[\Theta]$ . Здесь  $\nu$ ,  $\chi$ ,  $\rho$ ,  $\Theta$  – соответственно, коэффициент кинематической вязкости, температуропроводность, плотность рабочей жидкости и средняя по времени разность температур на теплообменниках. При таком обезразмеривании критерии подобия (числа Рэлея и Прандтля) входят в уравнения тепловой конвекции стандартным образом:

$$Ra = g\beta\Theta d^3/\nu\chi, Pr = \nu/\chi.$$

На твердых границах полости на скорость накладывается условие прилипания  $\vec{v}|_F=0$ . На нижней границе полости поддерживается распределение температуры, меняющееся с течением времени по закону

$$T|_{y=0} = 2e^{-(x-L/2)^2} \sin^2(\Omega t). \quad (1)$$

Эта зависимость моделирует пульсирующий с течением времени локальный подогрев, который создается точечным нагревателем в середине нижнего теплообменника. Такой нагрев должен позволить с большей степенью точности делать анализ термомарных измерений [10]. Считается, что частота пульсаций температуры на нижней границе полости достаточно велика по сравнению с характерным временем рассасывания тепловых возмущений на широких боковых гранях. Таким образом, далее будем предполагать, что на боковых сторонах полости устанавливается некоторый осредненный линейный профиль температуры, соответствующий подогреву снизу  $T_{0|x=0,L} = 1 - y/H$ . Это предположение, скорее всего, оправдывается в реальных условиях. Неоднородность профиля температуры на широких гранях не будет сильно отражаться на форме конвективного факела.

Ограничения на толщину ячейки позволяют использовать приближение плоских траекторий, поэтому дальнейшее рассмотрение будет проводиться на основе уравнений, записанных в терминах функции тока и температуры. Зависимость этих полей от координаты  $z$  моделировалась тригонометрической функцией (здесь  $T$  – отклонение температуры от осредненного линейного профиля):

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, t) \cos(\pi z/2),$$

$$T(x, y, z, t) = \theta(x, y, t) \cos(\pi z/2),$$

где  $\psi, \theta$  – это зависящие от времени амплитуды, характеризующие распределение полей функции тока и температуры в плоскости широких граней полости. Разложения полей подставлялись в исходную систему, после чего уравнения усреднялись по координате  $z$  в соответствии процедурой Галеркина. В терминах амплитуд вихря скорости  $\varphi$ , функции тока  $\psi$  и температуры  $\theta$  эти уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{8}{3\pi \text{Pr}} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = \\ = \Delta_1 \varphi - \frac{\pi^2}{4} \varphi - Ra \frac{\partial \theta}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{8}{3\pi} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \\ = \Delta_1 \theta - \frac{\pi^2}{4} \theta - \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \end{aligned} \quad (3)$$

Система уравнений для полей  $\psi$  и  $\theta$  решалась численно методом конечных разностей. Компьютерный модуль был написан на языке программирования FORTRAN-90. Алгоритм был разработан в соответствии с двухполевой явной схемой решения уравнений в частных производных [11]. При аппроксимации производных по времени и производных по координатам использовались, соответственно, односторонние и центральные разности.

Уравнение Пуассона для вихря скорости решалось методом простых итераций. Количество узлов в плоскости широких граней варьировалось в зависимости от геометрических параметров полости: 41...51 по оси  $x$  и 31...41 по оси  $y$ . В ходе расчетов применялся метод установления.

### Результаты расчетов

Сначала на основе уравнений (2), (3) была проведена калибровка датчика в отсутствие сейсмического сигнала. Численное моделирование было проведено для двух жидкостей: гептана и керосина. При подогреве полости снизу в соответствии с законом (1) в жидкости возникает течение, имеющее форму пульсирующего конвективного факела. Расчеты показали, что при размерах полости  $10 \times 15$  и частоте  $\Omega = 0,1$  характерная величина среднего перепада температуры на верхнем и нижнем теплообменниках, когда гидродинамическая система после прекращения действия внешнего сигнала возвращается в первоначальное состояние, составляет для гептана  $\Theta = 1,5$  °C. Интенсивность основного течения сильно зависит от соотношения сторон широких граней конвективной ячейки, частоты и амплитуды пульсаций нагревателя. В случае относительно малых частот максимальные значения функции тока и температуры в массиве меняются с течением времени по гармоническому закону вблизи некоторых средних значений. По мере возрастания частоты пульсаций поле температуры в жидкости уже не успевает подстраиваться под быстро меняющиеся тепловые условия на нижней границе. В жидкости устанавливается течение в виде практически стационарного конвективного факела. В таком режиме при высоких частотах максимумы функции тока и температуры практически перестают меняться с течением времени. Однако следует отметить, что на практике создать датчик, который работал бы на достаточно высокой частоте, невозможно. При пульсациях температуры нагревателя необходимо отводить тепло от нижнего теплообменника, а это конструктивно сделать непросто. Время, затрачиваемое на приведение теплообменника в состояние с первоначальной температурой, является естественным ограничением на период колебаний нагревателя.

Перейдем теперь к обсуждению вопроса регистрации инерционных сигналов. Будем моделировать внешнее воздействие гармонической функцией с отличной от нуля амплитудой в течение некоторого промежутка времени. Тогда в неинерциальной системе отсчета, связанной с полостью, имеем  $\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{g} + n b \omega^2 \sin \omega t$ , где  $\omega$  – циклическая частота сигнала,  $b$  – амплитуда колебаний;  $\mathbf{n}$  – вектор, вдоль которого совершаются колебания полости. Форма такого сигнала приблизительно соответствует реальному сейсмическому воздействию, когда имеется несколько сильных толчков с достаточно большой амплитудой, а затем некоторое время идут малые колебания, превышающие по амплитуде шум.

Наличие инерционного воздействия приводит к появлению в правой части ур. (2) дополнительно, «вибрационного» слагаемого, величина которого определяется еще одним безразмерным параметром

$$Ra_v = b\omega^2 \beta \Theta d^3 / \nu \chi.$$

Рассмотрим сначала в качестве приложения два предельных случая. Чаще всего в случае глубинных землетрясений сейсмический сигнал движется снизу вверх в направлении близком к вертикальному, однако наблюдаются и поверхностные сейсмические волны, движущиеся в горизонтальной плоскости. В случае вертикальных колебаний имеем в течение некоторого промежутка времени модуляцию силы тяжести. Сейсмический сигнал, распространяющийся вдоль поверхности земли, приводит к продольным колебаниям полости. Характерное значение вибрационного числа Рэлея для частоты 0,5 Гц, амплитуды 1,5 см и разности температур в полости 1,5 °С составляет для гептана  $Ra_v \approx 3,75$ , а для керосина  $Ra_v \approx 1,66$ , т. е. гептан оказывается более чувствительным к внешним вибрационным воздействиям. Помимо этого вязкость у гептана значительно ниже, чем у керосина, в то время как коэффициенты температуропроводности практически одинаковы. Как следствие, характерное время вязкой релаксации у гептана меньше, чем у керосина, поэтому у датчика, заполненного гептаном, разрешимость сейсмических сигналов должна быть выше. В ходе численного эксперимента в определенный момент времени  $t_1$  сигнал включался, при  $t_2$  действие сигнала прекращалось. Влияние сейсмического сигнала, несмотря на некоторое запаздывание, отчетливо отражалось на конвективном течении. Расчеты, выполненные для керосина, показали, что релаксационный «хвост» сейсмического сигнала сравним с длиной самого сигнала. Таким образом, гептан более предпочтителен, нежели керосин, и поэтому именно для него дальше будут приведены основные результаты.

В случае произвольно ориентированной в плоскости широких граней оси вибраций угол наклона  $\alpha$  вектора  $\mathbf{n}$  отсчитывался от вертикали:  $\mathbf{n} (\sin\alpha, \cos\alpha, 0)$ . Изолинии поля температуры в три разных момента времени показаны на рис. 2 для  $\alpha=80^\circ$ , соотношения сторон  $12 \times 16$ , средней по времени разности температур на теплообменниках  $\Theta=1,2^\circ\text{C}$ , частотах нагревателя и сигнала  $\Omega=0,2$ ,  $\omega=0,02$ . Численное моделирование показало, что инерционное воздействие в вертикальном направлении изменяет скорость всплытия теплового пятна, но при этом вертикальная симметрия течения не нарушается. В случае горизонтального сейсмического сигнала, ориентированного продольно широким граням полости конвективный факел колеблется вдоль широких граней. Симметрия течения относительно вертикальной оси нарушается тем сильнее, чем больше горизонтальная составляющая вектора  $\mathbf{n}$ .

Область вблизи нагревателя характеризуется большими значениями градиента температуры, поэтому отклонения конвективного факела от вертикали могут легко фиксироваться термопарами. За время необходимое для формирования и всплытия теплового пятна, конвективный факел в случае горизонтальных колебаний совершает качания в плоскости широких граней, частота которых определяется внешним сигналом. На колебательные воздействия, ориентированные вдоль горизонтальной оси, гидродинамическая система реагирует не так, как на вертикальные вибрации, поэтому термопары в датчике необходимо установить таким образом, чтобы эти различия фиксировались. Полученные результаты позволяют в принципе спроектировать и создать датчик инерционных ускорений на основе конвективной ячейки Хеле–Шоу. Очевидно, что геометрические параметры конвективной камеры должны быть соотнесены с рабочей жидкостью и теми воздействиями, для регистрации которых будет предназначен датчик. На следующем этапе, основываясь на анализе отклика

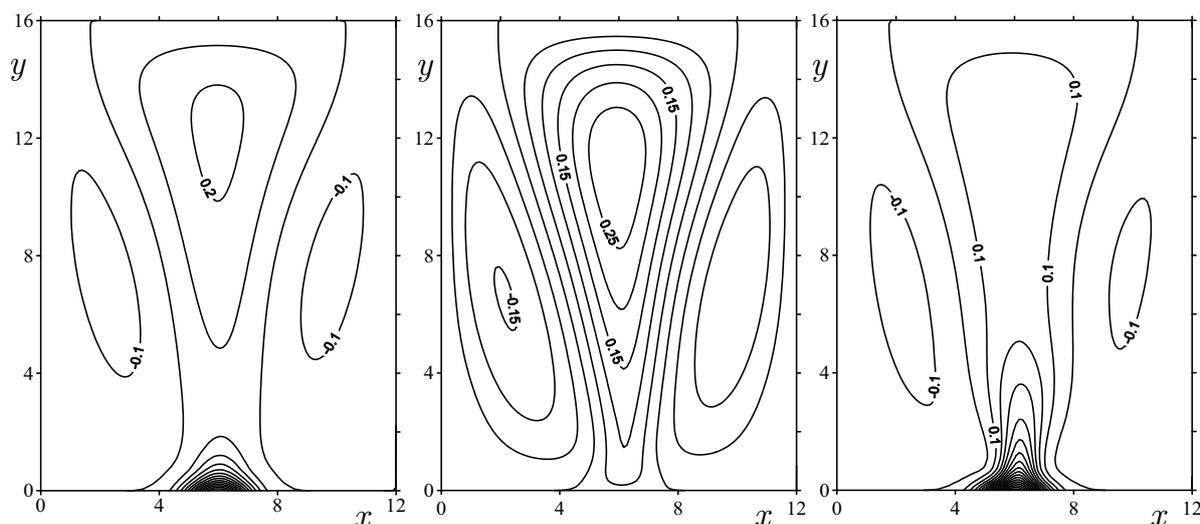


Рис. 2. Поля температуры в три разных момента времени

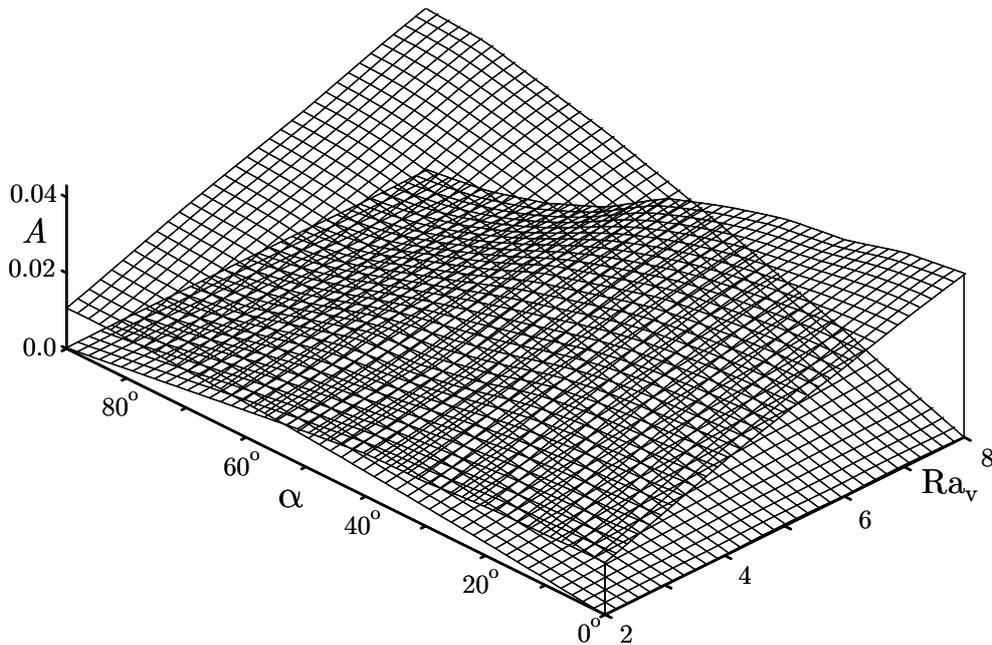


Рис. 3. Калибровка датчика на основе анализа амплитудно-частотных характеристик

гидродинамической системы, была подтверждена возможность одновременного определения амплитуды и направления внешнего инерционного воздействия по минимальному набору данных о температуре в трех точках (рис. 1).

В трех узлах с координатами (26,32), (15,16) и (37,16) определялась температура, и снимались амплитудно-частотные характеристики с временных зависимостей  $\vartheta = T(26,32)$  и  $\Delta = |T(37,16) - T(15,16)|$ . Зависимость  $\vartheta$  от времени в точке, лежащей на оси симметрии полости, характеризует частоту всплытия теплового пятна, которая позволяет определить вертикальную составляющую «вибрационной силы». Напротив, величина  $\Delta$  описывает колебание конвективного факела в плоскости широких граней, т. е. отвечает за горизонтальную составляющую «вибрационной силы». Отметим, что в случае действия вертикального вибрационного сигнала симметричность теплового пятна не нарушается, и  $\Delta = 0$  в каждый момент времени. При наличии горизонтальной составляющей у вектора  $\mathbf{n}$  конвективный факел во время действия внешнего инерционного сигнала начинает колебаться в плоскости широких граней, и на этом промежутке времени  $\Delta \neq 0$ . По оси абсцисс будем откладывать вибрационное число Рэлея  $Ra_v$  (фактически  $b$ ), по оси ординат – угол наклона оси вибрационного воздействия  $\alpha$ , а по оси аппликат – две амплитуды отклика  $\vartheta$  и  $\Delta$  (рис. 3). Эти поверхности дают возможность откалибровать датчик, который способен одновременно регистрировать угол наклона оси вибраций и амплитуду внешнего воздействия.

Измерение в эксперименте амплитуды сигнала  $\vartheta$  дает плоскость, пересечение которой с соответствующей поверхностью порождает линию в 3D-пространстве, а именно, множество точек, представляющих собой значение амплитуды от-

клика для различных переменных  $\vartheta$  и  $b$  (рис. 4). Второе показание в эксперименте в виде разности температур симметричных термопар  $\Delta$  дает другую линию – тоже функцию  $\vartheta$  и  $b$ . Проекция этих линий имеют пересечение на плоскости  $(\alpha, Ra_v)$ . Точка пересечения однозначно позволяет определять характеристики сигнала: угол наклона  $\alpha$  и амплитуду  $b$ . Иными словами, зная две амплитуды отклика  $\vartheta$  и  $\Delta$  на внешнее вибрационное воздействие, можно определять направление распространения сигнала и его амплитуду.

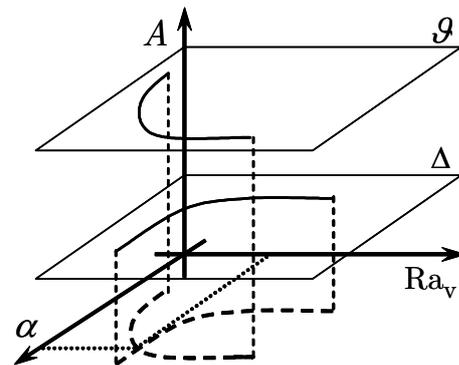


Рис. 4. Схематическое представление процедуры одновременного определения  $\alpha$  и  $b$

#### Выводы

С помощью прямого численного моделирования проанализировано влияние коротких инерционных внешних сигналов на конвективные течения в ячейке Хеле–Шоу, подогреваемой снизу пульсирующим точечным источником тепла. Произведен расчет температурных полей и формы течений для произвольно ориентированных относительно вертикали коротких периодических сигнала-

лов. Разработана методика, позволяющая определять частоту, амплитуду и направление внешнего инерционного сигнала. Результаты исследования

предложено использовать при проектировании прибора, способного регистрировать сильные инерционные воздействия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Demin V.A., Gershuni G.Z., Verkholtantsev I.V. Mechanical Quasi-equilibrium and Thermovibrational Convective Instability in an Inclined Fluid Layer // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1996. – V. 39. – № 19. – P. 1979–1991.
2. Бабушкин И.А., Демин В.А. Вибрационная конвекция в ячейке Хеле–Шоу. Теория и эксперимент // Прикладная математика и механика. – 2006. – Т. 47. – № 2. – С. 40–48.
3. Mialdun A., Ryzhkov I.I., Melnikov D.E., Shevtsova V. Experimental Evidence of Thermal Vibrational Convection in a Nonuniformly Heated Fluid in a Reduced Gravity Environment // Phys. Rev. Letters. – 2008. – V. 101. – 084501.
4. Бабушкин И.А., Богатырев Г.П., Глухов А.Ф., Путин Г.Ф., Авдеев С.В., Бударин Н.М., Иванов А.И., Максимова М.М. Изучение тепловой конвекции и низкочастотных микроускорений на Орбитальном комплексе «Мир» с помощью датчика «Дакон» // Космические исследования. – 2001. – Т. 32. – № 2. – С. 150–158.
5. MEMSIC // 2010. URL: <http://www.memsic.com> (дата обращения: 01.08.2010).
6. Бабушкин И.А., Глухов А.Ф., Демин В.А., Зильберман Е.А., Путин Г.Ф. Измерение инерционных микроускорений с помощью конвективных датчиков // Поверхность. – 2009. – № 2. – С. 72–77.
7. Бабушкин И.А., Глухов А.Ф., Демин В.А., Дягилев Р.А., Маловичко Д.А. Сейсмоприемник на основе ячейки Хеле–Шоу // Прикладная физика. – 2008. – № 3. – С. 134–140.
8. Бабушкин И.А., Демин В.А., Дягилев Р.А., Кондрашов А.Н., Маловичко Д.А. Сейсмологический датчик на основе ячейки Хеле–Шоу // Тез. докл. XVI Зимней школы по механике сплошных сред. – Пермь, 2009. – С. 38.
9. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
10. Харкевич А.А. Борьба с помехами. – М.: Наука, 1965. – 276 с.
11. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 228 с.

Поступила 01.08.2010 г.

УДК 536.21

## АНАЛИЗ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНЫХ РЕЖИМОВ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

М.А. Шеремет, С.В. Сыродой

Томский политехнический университет  
E-mail: sheremet@tpu.ru

*Проведено численное исследование режимов термогравитационной конвекции в замкнутом вертикальном цилиндре с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника тепла в основании области в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных «функция тока – вектор завихренности скорости – температура» в цилиндрической системе координат. Проанализировано влияние числа Рэлея, фактора нестационарности, относительного коэффициента теплопроводности и толщины боковой поверхности цилиндра на режимы конвективного теплопереноса.*

#### Ключевые слова:

*Естественная конвекция, теплопроводность, цилиндрическая область, источник тепловыделения.*

#### Key words:

*Natural convection, conduction, cylinder, heat source.*

#### Введение

Естественная конвекция, вызванная наличием градиента температуры в поле действия массовых сил, во многих технологических системах является определяющим механизмом переноса тепла [1–3]. Степень воздействия естественно-конвективного теплопереноса на режимы течения и транспорта энергии повышается при наличии теплопроводных стенок конечной толщины [4, 5]. Учет последнего фактора имеет существенное значение при создании современной электронной компонентной базы, в условиях оптимизации технологического

процесса выращивания объемных монокристаллов, при проектировании эффективных систем охлаждения на тепловых и атомных электростанциях [6–8]. Наиболее полный анализ режимов конвективного теплопереноса в таких технологических системах требует применения подходов математического моделирования на основе уравнений математической физики, описывающих исследуемые механизмы переноса в областях различной формы.

Целью настоящей работы является обобщение двухполюсного метода решения плоских сопряженных задач конвективного теплопереноса в декартовых