УДК 621.3.062.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ РЕЗОНАНСНОГО КОММУТАТОРА В ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

С.В. Пустынников, Т.Е. Хохлова

Томский политехнический университет
E-mail: pustynnikov@list.ru; xoxlova@tpu.ru

Исследована работа резонансного коммутатора в сильноточной цепи постоянного тока, позволяющего при помощи резонанса напряжений осуществлять бесконтактное отключение индуктивной нагрузки. Получено расчетное выражение для резонансной емкости. Разработана математическая модель расчета переходного процесса методом переменных состояния, позволяющая определить ток в цепи нагрузки по параметрам резонансного коммутатора. Результаты расчета подтверждены виртуальным моделированием.

Ключевые слова:
Сильноточные и слаботочные цепи, ток нагрузки, резонанс напряжений, резонансный коммутатор, переходный процесс, метод переменных состояния.

Key words:
Low-current and high-current circuits, the load current, the resonance in the series circuit, resonant switch, the transient process, the method of state variables.

Индуктивная нагрузка является инерционным элементом, а ток через индуктивность не может меняться скачком, что приводит к плавному включению индуктивных нагрузок. Коммутация сильноточных цепей постоянного тока, содержащих индуктивную нагрузку или имеющих внутреннюю индуктивность – линий электропередач, линий связи, цепей с генераторами и двигателями постоянного тока и т. д., осуществляется при помощи электромеханических устройств – пускателей, контакторов [1].

Для контактов реле включение индуктивной нагрузки – простая задача, потому что ток через контакты растет медленно. При скачкообразном выключении напряжения на нагрузке запасенная в индуктивности энергия ищет выход, порождая напряжение самоиндукции, по полярности обратное напряжению источника питания. В [2, 3] показано, что размыкание цепей постоянного тока с индуктивностью за время $\Delta t \to 0$ приводит к изменению потокосцепления индуктивности от начального значения $\Psi = Li_0$ до нуля. При этом теоретически в индуктивности возникает импульс перенапряжения $u_L = d\Psi/dt$ бесконечной величины.

На практике $\Delta t \geq 0$, что сопровождается возникновением дуги на размыкающих контактах, а также скачком напряжения на индуктивности в 5...7 раз превышающем напряжение источника питания, что приводит к быстрому износу коммутирующего оборудования. При отключении индуктивностей выделяется запасенная в катушке энергия, создавая напряжение самоиндукции, равное рабочему напряжению, умноженному на добротность катушки. Добротность индуктивной нагрузки бывает на практике от 0,5 (катушки с большим внутренним сопротивлением) до 50 (типичные соленоиды электромеханических замков, катушки контакторов и мощных реле, электромоторы и т. д.). Напряжение самоиндукции катушки обычного промышленного реле с рабочим напряжением 24 В может превышать 1 кВ.

Авторами была разработана и исследована модель резонансного коммутатора сильноточной цепи постоянного тока с индуктивной нагрузкой, позволяющая при помощи резонанса напряжений осуществлять бесконтактное отключение индуктивной нагрузки от источника постоянного напряжения. Схема предложенной модели показана на рис. 1.

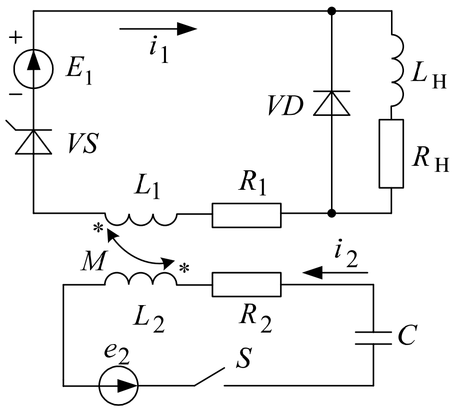


Рис. 1. *Схема резонансного коммутатора*

Модель состоит из:

- сильноточной цепи, в которой последовательно включены постоянный источник ЭДС E_1, активно-индуктивное сопротивление нагрузки $R_\text{Н}$, $L_\text{Н}$, тиристор VS;
- резонансного коммутатора, содержащего две индуктивно-связанных катушки индуктивности – R_1, L_1 и R_2, L_2, включенных встречно ($L_1 \leq L_2$ и $R_1 \leq R_2$), подключенную последовательно с катушкой индуктивности L_2 емкость C, ключ S и источник синусоидальной ЭДС e_2.

Предложенная модель позволяет осуществлять бесконтактное размыкание сильноточной цепи путем замыкания цепи резонансного коммутатора.

Подключение нагрузки $R_\text{Н}$, $L_\text{Н}$ к источнику ЭДС E_1 осуществляется путем подачи управляющего сигнала на тиристор VS; по силовой цепи протекает ток i_1.

Для отключения нагрузки $R_н$, $L_н$ от ЭДС E_1 замыкают ключ S, и резонансный коммутатор подключается к источнику синусоидальной ЭДС e_2, под действием которой в цепи протекает ток i_2, по величине в 3...5 раз меньше тока i_1. Контур с катушкой индуктивности R_2, L_2 и емкостью C настроен на резонанс напряжений, при заданной частоте. Тогда на индуктивности L_2 возникает напряжение, превышающее величину ЭДС e_2 в число раз равное величине добротности резонансного контура.

За счет взаимной индуктивности M, при встречном включении катушек, в первой катушке индуктивности R_1, L_1 формируется отрицательный импульс тока, проходящий через диод VD, ЭДС E_1 и тиристор VS, минуя нагрузку $R_н$, $L_н$. Ток i_1 переходит через нулевое значение, что приводит к запиранию тиристора VS и отключению силовой цепи от источника ЭДС E_1. Энергия, запасенная в индуктивности нагрузки $L_н$, шунтируется диодом VD, поэтому перенапряжение на тиристоре VS не возникает.

Расчет резонансной емкости C можно произвести при помощи схемы на рис 2, учитывающей индуктивную развязку трансформатора и шунтирование нагрузки $R_н$, $L_н$.

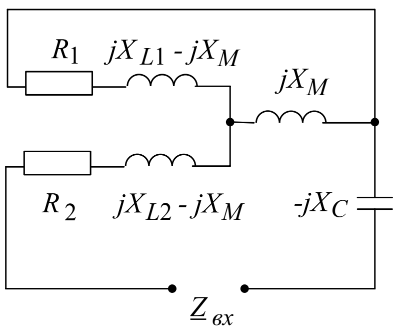


Рис. 2. *Схема для расчета резонансной емкости*

Комплексное входное сопротивление схемы на рис. 2 равно:

$$\underline{Z}_{вх} = R_2 + j(X_{L2} - X_M) - jX_C + \\ + \frac{jX_M(R_1 + j(X_{L1} - X_M))}{R_1 + jX_{L1}} = R_{вх} + jX_{вх}.$$

По условию резонанса $\underline{Z}_{вх}=R_{вх}$, $X_{вх}=0$, отсюда получаем:

$$X_C = X_{L2} - X_M + \frac{X_M R_1^2 + X_{L1}^2 X_M - X_{L1} X_M^2}{R_1^2 + X_{L1}^2}.$$

Выражение для резонансной ёмкости:

$$C_{рез} = \frac{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}{\omega^2 L_2 R_1^2 + \omega^4 (L_2 L_1^2 - L_1 M^2)},$$

где ω (рад/с) – угловая частота ЭДС e_2.

При расчете и проектировании резонансного коммутатора необходимо знать условия, при которых обеспечивается переход тока нагрузки i_1 через нулевое значение, что является обязательным для запирания тиристора VS. Поскольку в первый момент времени $t=0_+$ после замыкания ключа S нагрузка шунтируется диодом VD, то параметры нагрузки $R_н$, $L_н$ не оказывают влияния на переходный процесс в остальной цепи. С момента времени $t=0_+$ переходный процесс описывается системой уравнений, составленной по законам Кирхгофа для мгновенных значений:

$$\begin{cases} i_1 R_1 + L_1 \dfrac{di_1}{dt} - M\dfrac{di_2}{dt} = E_1 \\ i_2 R_2 + L_2 \dfrac{di_2}{dt} - M\dfrac{di_1}{dt} + U_C = e_2 \\ C\dfrac{dU_C}{dt} = i_2 \end{cases}.$$

Полученную систему дифференциальных уравнений первого порядка можно решить непосредственно, не преобразуя ее в дифференциальную систему порядка n. Для этого используем метод переменных состояния, согласно которому в матричной форме дифференциальные уравнения переменных состояния записываются в виде [4]:

$$(dx/dt) = (A)(x) + (B)(V),$$

где матрица-столбец:

- переменных состояния (величины, подчиняющиеся законам коммутации) – (x);
- источников энергии – (V);
- первых производных по времени от переменных состояния – (dx/dt);

матрица:

- состояния (коэффициенты при переменных состояния) – (A);
- коэффициентов при источниках – (B).

Таким образом, получим:

$$\begin{pmatrix} di_1/dt \\ di_2/dt \\ dU_C/dt \end{pmatrix} = (A)\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ U_C \end{pmatrix} + (B)\begin{pmatrix} E_1 \\ e_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где

$$(A) = \begin{pmatrix} \dfrac{L_2 R_1}{-L_2 L_1 + M^2} & \dfrac{MR_2}{-L_2 L_1 + M^2} & \dfrac{M}{-L_2 L_1 + M^2} \\ \dfrac{MR_1}{-L_2 L_1 + M^2} & \dfrac{L_1 \cdot R_1}{-L_2 L_1 + M^2} & \dfrac{L_1}{-L_2 L_1 + M^2} \\ 0 & \dfrac{1}{C} & 0 \end{pmatrix},$$

$$(B) = \begin{pmatrix} \dfrac{-L_2}{-L_2 L_1 + M^2} & \dfrac{-M}{-L_2 L_1 + M^2} & 0 \\ \dfrac{-M}{-L_2 L_1 + M^2} & \dfrac{-L_1}{-L_2 L_1 + M^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Кроме того, для решения необходимо задать матрицу-столбец начальных условий, значения которой равны установившимся значениям токов i_1, i_2 и U_C:

$$(x_0) = \begin{pmatrix} E_1 / R_H + R_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аналитическое решение уравнений состояния записывается в общем виде:

$$(x) = (x_{\text{св}}) + (x_{\text{пр}}),$$

где $(x_{\text{св}})=(x_0)e^{(A)t}$ – определяет реакцию цепи, обусловленную ненулевыми начальными условиями (при отсутствии внешнего воздействия), $(x_{\text{пр}}) = \int_0^t e^{(A)(t-\tau)}(B)(V)d\tau$ – реакция цепи от внешних воздействий при нулевых начальных условиях, $e^{(A)t}$ – матричная экспоненциальная функция, представляющая собой медленно сходящийся ряд.

Определение коэффициентов этого ряда – трудоемкий и громоздкий процесс, поэтому наиболее часто решение уравнений состояния выполняют численно, используя известные алгоритмы численного интегрирования.

Исследуем работу модели резонансного коммутатора с параметрами: E_1=100 В, L_1=0,001 Гн, R_1=0,1 Ом, M=0,01 Гн, L_2=0,1 Гн, R_2=0,1 Ом, $C_{рез}$=101,5 мкФ, $L_{\text{Н}}$=1 Гн, $R_{\text{Н}}$=1 Ом, $e_2(t)=100\sqrt{2}\sin(314t+180°)$ В.

Получили дифференциальные уравнения переменных состояния (1), матрицы состояния и коэффициентов при источниках:

$$(A) = \begin{pmatrix} 227,273 & 27,273 & 272,727 \\ 27,273 & 2,273 & 22,727 \\ 0 & 908,265 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(B) = \begin{pmatrix} -2273 & -272,727 & 0 \\ -272,727 & 22,727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и матрицу начальных условий

$$(x_0) = \begin{pmatrix} 90,909 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения системы используем численный метод Рунге–Кутта, основанный на разложении переменных состояния в ряд Тейлора и учете его первых двух членов:

$$(x_{k+1}) = (x_k) + h(dx/dt),$$

где (x_k) – матрица-столбец переменных состояния для k-го шага; h – шаг интегрирования по времени.

Методическая погрешность данного алгоритма пропорциональна h^5 и, естественно, уменьшение шага приводит к увеличению точности. Однако с ростом числа шагов погрешность может увеличиваться за счет погрешности округления [4].

На рис. 3 показаны результаты математического моделирования, проведенные в пакете программ MathCad 13.0.

По результатам моделирования получили минимальное значение тока нагрузки $i_{\min}\approx-22,574$ А.

На рис. 4 представлены результаты виртуального исследования работы резонансного коммутатора с помощью программы Electronic Workbench 5.12. Для моделирования индуктивно-связанных катушек использовался воздушный трансформатор.

Анализ осциллограммы показывает, что минимальное значение тока нагрузки составляет $i_{\min}\approx-22,942$ А, что практически совпадает с результатами математического моделирования.

Выводы

1. Разработан резонансный коммутатор, который состоит из емкости и индуктивно-связанных катушек, имеющих встречное включение. При этом катушка с меньшей индуктивностью включена в цепь с током нагрузки, а емкость и катушка с большей индуктивностью – к до-

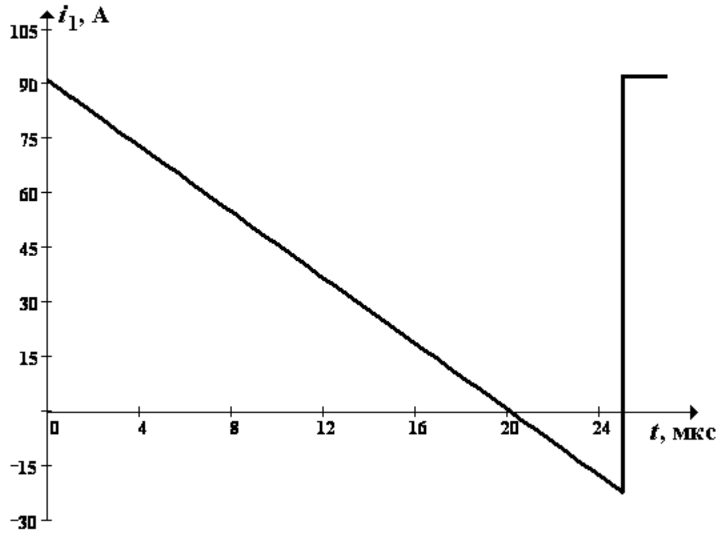
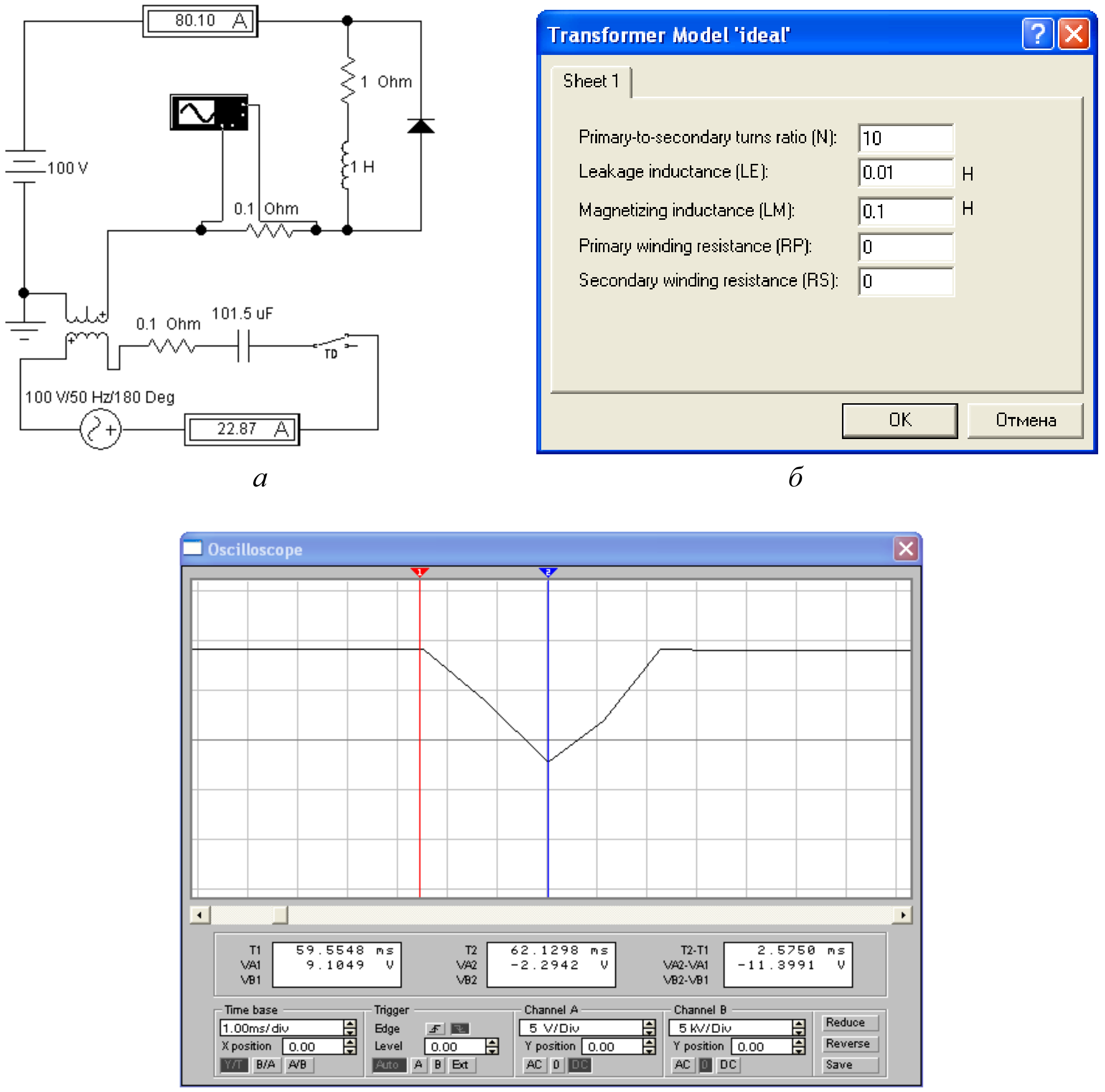


Рис. 3. *График тока нагрузки*



а *б*

в

Рис. 4. *Виртуальное моделирование работы резонансного коммутатора: а) схема; б) окно настройки воздушного трансформатора; в) осциллограмма тока в нагрузке*

полнительному источнику синусоидальной ЭДС, образующие последовательный резонансный контур. Это позволяет путем замыкания цепи резонансного коммутатора формировать отрицательный импульс тока в нагрузке, приводящий к запиранию тиристора и отключению силовой цепи от источника ЭДС.

2. Разработана математическая модель расчета переходного процесса методом переменных состояния, позволяющая определить ток в цепи нагрузки по параметрам резонансного коммутатора.
3. Проведено исследование работы модели резонансного коммутатора с заданными параметрами. Установлено, что подключение резонансного коммутатора приводит к переходу тока нагрузки через нулевое значение. Проведено виртуальное исследование работы резонансного коммутатора, которое подтвердило результаты математического моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галинский П.П., Кононов А.П. и др. Теоретические основы электротехники в задачах. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1975. – 294 с.
2. Резонансный коммутатор цепей постоянного тока: пат. на ПМ 67799 Рос. Федерация. 2007119003/22; заявл. 21.05.07; опубл. 27.10.07, Бюл. № 30. – 3 с.
3. Пустынников С.В., Хохлова Т.Е., Макенова Н.А. Использование индуктивного размыкателя для коммутации сильноточных цепей постоянного тока // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 4. – С. 88–91.
4. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

Поступила 28.10.2010 г.