

УДК 621.833.2(31)

РАСЧЕТ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ПОЛУОБКАТНОЙ ПЛОСКОКОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ ПРИВодОВ ЗАПОРНОЙ АРМАТУРЫ

Сызранцев Владимир Николаевич¹,

v_syzrantsev@mail.ru

Пазяк Андрей Александрович²,

a.a.pazyak@gmail.com

¹ Тюменский индустриальный университет,
Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38.

Актуальность работы. Современные приводы запорной арматуры, основанные на использовании червячных и спироидных передач, имеют крайне низкий к.п.д. (порядка 0,3), при кратковременном режиме работы имеют высокий страгивающий момент, что приводит к необходимости использования электроприводов повышенной мощности, а при внедрении передач в условиях Крайнего Севера систем дистанционного управления запорной арматуры к выходу из строя электродвигателей в связи с их отказами вследствие «прихватов» как шаровых кранов, так и червячных или спироидных передач. Обеспечить требуемую работоспособность и надежность работы запорной арматуры в отечественных условиях эксплуатации позволяют приводы, разработанные на основе плоскоконических прецессирующих передач. К настоящему времени для этих передач построены математические модели процессов формообразования зубьев колес, исследована геометрия их контактирования в зацеплении. Показано, что с позиций технологического обеспечения процессов изготовления зубьев колес передач, обеспечения требуемых геометро-кинematicких характеристик контакта, наиболее эффективными являются полуобкатные плоскоконические передачи с продольной модификацией поверхности зубьев колеса. В то же время для реализации процесса проектирования плоскоконических передач необходимо уметь определять их нагрузочную способность по критерию обеспечения контактной прочности. Принципиальной сложностью решения данной задачи является наличие в зацеплении плоскоконической передачи нескольких пар зубьев, число которых зависит от геометрии поверхностей зубьев, величины передаваемого крутящего момента, изгибной и контактной податливости зубьев в зацеплении.

Цель исследования: разработка методики расчета несущей способности передачи по величине передаваемого крутящего момента из условия обеспечения контактной прочности при известной геометрии зубьев колеса и шестерни полуобкатной плоскоконической передачи, заданных механических характеристиках материала колес.

Методы исследования: теория пространственных передач зацеплением, методы строительной механики раскрытия статической неопределимости систем с односторонними связями, численные методы решения систем трансцендентных уравнений.

Результаты. Для проектирования приводов запорной арматуры нефтегазопроводов на основе полуобкатных плоскоконических передач разработана методика их проверочного расчета на контактную прочность при заданной величине крутящего момента. Методика проиллюстрирована на примере расчета нагрузочной способности соосного редуктора с передаточным отношением 65 привода шарового крана ДУ-300.

Ключевые слова:

Полуобкатная плоскоконическая передача, локализованный контакт, многопарный контакт, контактные напряжения, нагрузочная способность.

Введение

В настоящее время как в отечественном, так и зарубежном арматуростроении практически все ручные приводы запорной арматуры изготавливаются на основе червячных передач [1, 2], определение оптимальных геометрических параметров которых, методики проектного и проверочного расчета, технологические процессы изготовления червяка и колеса за десятки лет отработаны с исчерпывающей полнотой. Несмотря на высокое передаточное отношение, в целом неплохие конструктивные компоновки, приводы на основе червячных передач имеют ряд недостатков: высокая стоимость вследствие использования при изготовлении червячного колеса цветных металлов (бронз), низкий к.п.д. (для однозаходных передач порядка 30 %), высокие массогабаритные характеристики. При эксплуатации таких приводов в условиях низких температур при крайне редких включениях передачи имеют высокий страгивающий момент, что не позволяет осуществить эк-

стренное перекрытие трубопровода, то есть обеспечить надежную его работу в целом.

Известны различные подходы к совершенствованию приводов запорной арматуры путем замены червячной передачи на глобоидную [3] или на спироидную [4]. Технология изготовления глобоидных передач существенно более сложная, нежели червячных. В связи с чем, несмотря на более высокую нагрузочную способность глобоидных передач при одинаковых с червячной передачей межосевых расстояниях, приводы запорной арматуры на базе передач глобоидных изготавливаются редко. В суровых условиях эксплуатации им присущи те же недостатки, что и приводам, содержащим червячную передачу.

Значительный прорыв в создании эффективных приводов запорной арматуры достигнут вследствие использования в них спироидных передач [4–9]. Эти приводы по сравнению с приводами на основе червячной передачи имеют более высокие массогабаритные характеристики, их удачная

пространственная компоновка позволяет реализовать процесс конструирования привода на основе сборки из отдельных модулей в зависимости от требуемого передаточного отношения. Помимо широких возможностей управления геометрическими характеристиками контакта в зацеплении зубьев спироидной передачи, благодаря проведенным исследованиям [4], оба элемента передачи – червяк и колесо – могут быть выполнены стальными, что существенно снижает стоимость приводов. Тем не менее, поскольку в спироидных передачах скорость относительного скольжения поверхностей червяка и зубьев колеса весьма высока, общий к.п.д. передачи сопоставим с передачей червячной, как и страгивающий момент при эксплуатации приводов в условиях Крайнего Севера.

Принципиально иное направление совершенствования ручных приводов запорной арматуры рассмотрено в работах [10–12]. С целью значительного повышения к.п.д. привода в целом (до 90 %) и перехода от скольжения поверхностей зубьев к их обкатыванию друг по другу предложено приводы создавать на базе использования плоскоконической прецессирующей передачи (ПКП) [10]. Основой таких приводов является соосный редуктор [13], кинематическая схема которого представлена на рис. 1.

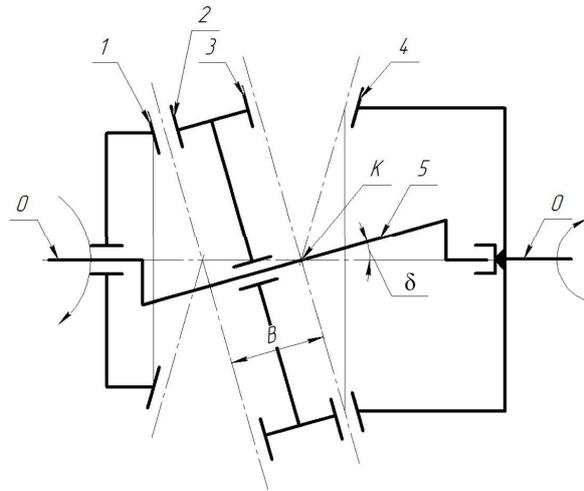


Рис. 1. Схема соосного редуктора на основе плоскоконической прецессирующей передачи

Fig. 1. Designed scheme of coaxial gearbox based on precessional bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion

Основными элементами редуктора являются: шестерня – 1 с конической начальной поверхностью; колесо – 2, имеющее два разнесенных на величину B зубчатых венца – 2 и 3, начальные поверхности которых представляют собой плоскость; подвижная шестерня – 4 с конической начальной поверхностью; водило – 5, имеющее эксцентричный участок вала, расположенный под углом δ ($\delta=2^\circ \dots 5^\circ$) к общей оси соосного редуктора $O-O$. Во время работы редуктора шестерня – 1 неподвижна, колесо – 2 совершает сложное движение – вра-

щение вокруг своей оси и вместе с водилом – 5 вокруг оси $O-O$. Вершины начального конуса шестерни – 1 и начального конуса зубчатого венца – 2 (угол конуса 90°) не совпадают. Для исключения планетарного движения звеньев в наиболее нагруженной (тихоходной) плоскоконической передаче (зубчатой муфте), составленной из колес с зубчатыми венцами – 3 и 4, необходимо, чтобы вершина начального конуса зубчатого венца – 4, вершина начального конуса зубчатого венца – 3 (угол конуса 90°) не только совпадали, но и находились в точке пересечения оси эксцентричного участка вала и оси редуктора $O-O$. Выполнение этого условия соответствует только одному значению величины B , рассчитываемому по зависимости:

$$B = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_2^*}{\operatorname{tg} \delta} - \frac{z_1^*}{\sin \delta} \right), \quad (1)$$

где m_n – нормальный модуль плоскоконической передачи; z_1^* – число зубьев шестерни – 1; z_2^* – число зубьев колеса – 2 (зубчатого венца 2); δ – угол прецессии.

Зубчатая муфта, плоскоконическая передача соосного редуктора, составленная из колес с зубчатыми венцами – 3 и 4, выполняется с числом зубьев $z_3^*=z_4^*$ и имеет передаточное отношение, равное единице.

На базе соосного редуктора (рис. 1) разработаны различные конструкции ручных приводов шаровых кранов (рис. 2).

Плоскоконическая передача может изготавливаться в различных вариантах исполнения [10–12, 14]: обкатном с прямыми зубьями, полуобкатном с двояковыпукловогнутыми зубьями, продольной модификацией зубьев. Последний вариант ПКП по применяемым инструментам и оборудованию (используются универсальные фрезерные станки с ЧПУ), отсутствию ограничений на геометрические параметры колес, вызываемые процессом формообразования их зубьев, требованиям к квалификации зуборезчика, трудоемкости и себестоимости процесса изготовления элементов ПКП имеет неоспоримые преимущества. Геометрия полуобкатной ПКП с продольной (бочкообразной) модификацией зубьев рассмотрена в работе [14]. Для получения этой модификации, в отличие от процесса нарезания прямого зуба колеса, инструмент с прямолинейной режущей кромкой помимо движения, задаваемого параметром u , параллельно проекции конуса впадин зуба одновременно в направлении оси вращения колеса, перемещается на некоторую величину, определяемую функцией $\Delta_u(u)$. В расчетной точке P зуба колеса эта функция (при $u=0$) равна нулю, а при изменении параметра u как в сторону положительных, так и отрицательных значений функция $\Delta_u(u)$ плавно возрастает. Функция $\Delta_u(u)$ представляет собой отклонения эллипса, касающегося в расчетной точке P , от прямой, проходящей через эту точку, и зависит от параметров: a_u , b_u – малая и большая по-



Рис. 2. Приводы к шаровым кранам: а) шаровый кран и привод над землей, б) шаровый кран на глубине, привод надземный; в) шаровый кран и привод на глубине (входной вал расположен вертикально)

Fig. 2. Ball valve drives: a) ball valve and drive above the ground; b) ball valve at depth, drive above ground; c) ball valve and drive at depth (input shaft is located vertically)

луоиси эллипса; ϑ_{up} – угол, нулевое значение которого обеспечивает симметричный вид зависимости $\Delta_u(|u|)$, а при $\vartheta_{up} \neq 0$ зависимость $\Delta_u(u)$ становится несимметричной относительно $u=0$.

В результате исследования процессов формообразования поверхностей зубьев колеса и шестерни ПКП и геометрических характеристик ее зацепления в работе [14] получены конечные зависимости проекций координат x_1, y_1, z_1 радиуса-вектора \vec{r}_1 поверхности зуба шестерни и проекций координат m_{1x}, m_{1y}, m_{1z} ее орта нормали \vec{m}_1 в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, жестко с ней связанной с шестерней:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1); & m_{1x} &= m_{1x}(u_1, h_1, \varphi_1, V_1); \\ y_1 &= y_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1); & m_{1y} &= m_{1y}(u_1, h_1, \varphi_1, V_1); \\ z_1 &= z_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1); & m_{1z} &= m_{1z}(u_1, h_1, \varphi_1, V_1); \\ & & f_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

и проекции координат x_2, y_2, z_2 радиуса-вектора \vec{r}_2 поверхности бочкообразного зуба колеса и проекции m_{2x}, m_{2y}, m_{2z} ее орта нормали \vec{m}_2 в системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$ жестко связанной с колесом:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_2(u_2, h_2, V_2); & m_{2x} &= m_{2x}(u_2, h_2, V_2); \\ y_2 &= y_2(u_2, h_2, V_2); & m_{2y} &= m_{2y}(u_2, h_2, V_2); \\ z_2 &= z_2(u_2, h_2, V_2); & m_{2z} &= m_{2z}(u_2, h_2, V_2). \end{aligned} \quad (3)$$

В выражениях (2), (3) обозначено: $V_1\{\Sigma, \alpha_n, \theta_{f2}, r_1, r_2, i\}$ – вектор параметров шестерни; $V_2\{\alpha_n, \theta_{f2}, r_2, a_u, b_u, \vartheta_{up}\}$ – вектор параметров колеса; u_1, h_1 – линейные координаты поверхности зуба шестерни по длине и по профилю зуба; r_1 – средний делительный радиус шестерни; Σ – межосевой угол в передаче ($\delta=2^\circ \dots 5^\circ$); $\varphi_1=i\varphi_2$ – угол поворота шестерни в станочном зацеплении; $i=z_2^*/z_1^*$ – передаточное отношение ПКП; z_1^*, z_2^* – числа зубьев шестерни и колеса; φ_2 – угол поворота колеса в станочном зацеплении; u_2, h_2 – линейные координаты поверхности зуба колеса по длине и по профилю зуба; θ_{f2} – угол ножки зуба колеса; r_2 – средний де-

лительный радиус колеса; α_n – угол профиля исходного производящего контура; последним в выражениях (2) записано уравнение связи параметров – уравнение зацепления [14–16].

Знание геометрии поверхностей зубьев шестерни и колеса, с учетом выполнения условия (1), необходимо для получения требуемой информации для расчета нагруженности многопарного контакта исследуемой ПКП.

Разработка методики расчета нагрузочной способности полуобкатной плоскоконической передачи с локализованным контактом

Рассматриваемая полуобкатная ПКП с локализованным контактом зубьев в зацеплении относится к передачам с приближенным зацеплением [5, 15–18]. Ее отличительная особенность заключается в том, что поверхности зубьев пар, соседних с контактирующей парой, в любой фазе зацепления расположены достаточно близко, и с приложением к передаче внешнего крутящего момента реализуется многопарное зацепление. С позиций механики, данная передача является упругой системой с односторонними упругими связями (зубьями), поскольку эти связи воспринимают нагрузку лишь одного знака (контактирующие поверхности зубьев только сжимаются). Более того, ПКП представляет собой систему с изменяемой структурой, поскольку с изменением величины передаваемого крутящего момента изменяется число связей, воспринимающих этот крутящий момент в секторе нагруженных пар зубьев.

Определение нагруженности многопарного зацепления представляет собой задачу раскрытия статической неопределенности системы с односторонними связями [19–21], в процессе решения которой устанавливается число контактирующих пар, воспринимающих заданную нагрузку (крутящий момент) и характер распределения ее по этим парам.

Задача расчета распределенной нагрузки между контактирующими парами зубьев плоскоконической передачи формулируется следующим образом. В ненагруженном состоянии между зубьями колеса и шестерни имеются зазоры δS_i , причем для $i=1$ зазор δS_1 минимален. После приложения крутящего момента T_1 к шестерне, имеющей число зубьев z_1^* , в контакт вступит n -я пара зубьев из z_1^* . Требуется найти число пар зубьев n , воспринимающих заданный крутящий момент T_1 , и определить характер распределения T_1 между парами зубьев плоскоконической передачи, для чего необходимо решить систему двух уравнений, одно из которых является уравнением равновесия, а второе – уравнение совместности деформаций и перемещений [3, 21]:

$$\sum_{i=1}^n P_i R_i \cos \alpha_n = T_1; W_i = \Delta - S_i; i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Здесь: P_i , R_i – нормальная сила и радиус ее действия на i -й паре зубьев шестерни; S_i – зазор между поверхностями в i -й паре зубьев, рассчитываемый по выражению: $S_i = \delta S_i - \delta S_1$ (отметим, что зазор на первой паре δS_1 «выбирается» без какого-либо деформирования зубьев, путем поворота шестерни вокруг оси вращения); Δ – сближение зубчатых колес, являющееся мерой упругого деформирования зубчатой передачи; W_i – деформация i -й пары зубьев.

Следуя работам [3, 19–21], для передач с пространственным зацеплением зубьев деформацию W_i , в зависимости от нагрузки P_i , действующей по нормали к контактирующим поверхностям, представим в виде двухчленной зависимости:

$$W_i = a_i P_i + b_i P_i^m, \quad (5)$$

где a_i – податливость i -й пары зубьев, вызываемая их изгибом; b_i – коэффициент, характеризующий контактную податливость i -й пары зубьев; $m=2/3$ – показатель степени зависимости, полученной Герцем для расчета сближения упругих тел в случае их точечного начального касания.

При касании первой пары зубьев $S_1=0$, поэтому из (4) следует, что $\Delta=W_1$. Запишем далее уравнение совместности деформаций и перемещений для i -й и n -й пары зубьев:

$$W_i - W_n = S_n - S_i, i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Пусть при крутящем моменте T_1 в контакт вступила n -я пара зубьев, но нагрузку эта пара еще не воспринимает, в этом случае $W_n=0$. Определим зазор S_i в i -й паре в виде $S_i=S_0 \cdot F_i$, где S_0 , F_i – соответственно, амплитуда и функция зазоров между зубьями, зависящие от геометрических особенностей исследуемой передачи. С учетом изложенного преобразования выражения (6), второе уравнение системы (4) принимает вид:

$$P_i = \left(\frac{S_0}{b_i} \right)^{3/2} \left[(F_n - F_i) - \frac{a_i}{S_0} P_i \right]^{3/2}. \quad (7)$$

Решение данного трансцендентного уравнения при фиксированных значениях n относительно P_i

позволяет определить величину нагрузки, воспринимаемой каждой контактирующей парой зубьев, и по первому из уравнений системы (4) рассчитать величину передаваемого крутящего момента T_1 .

После определения усилий P_i величина напряжений (σ_{Hi}), возникающих в контакте каждой i -й пары зубьев, рассчитывается на основе зависимостей, полученных в работе [20]:

$$\sigma_{Hi} = n_\sigma [(E / \rho_{np i}^{(1)})^2 P_i]^{1/3}; \\ n_\sigma = 0,388 (\rho_{np i}^{(1)} / \rho_{np i}^{(2)})^{\alpha_\sigma}. \quad (8)$$

Здесь $\alpha_\sigma=0,333-0,097(1-\rho_{np i}^{(1)}/\rho_{np i}^{(2)})^4$; E – модуль упругости материала колес; $\rho_{np i}^{(1)}$ и $\rho_{np i}^{(2)}$ – главные приведенные радиусы кривизны, соответственно, в профильном и продольном направлении линии зуба, в точке контакта поверхностей i -й пары зубьев шестерни и колеса.

Если на основании исследования геометрии контакта зубьев в ПКП определена приведенная кривизна по длине зуба (K_2) и приведенная кривизна по профилю зуба (K_1), то для i -й контактирующей пары зубьев имеем $\rho_{np i}^{(1)}=1/K_1$ и $\rho_{np i}^{(2)}=1/K_2$. В результате преобразуем формулы (8) к виду:

$$\sigma_{Hi} = n_\sigma [(EK_{ii})^2 P_i]^{1/3}; n_\sigma = 0,388 (K_2 / K_1)^{\alpha_\sigma}; \\ \alpha_\sigma = 0,333 - 0,097(1 - K_{2i} / K_{1i})^4. \quad (9)$$

Помимо зависимости (9) для построения методики определения нагрузочной способности полуобкатной ПКП с локализованным по длине контактом далее потребуются выражения для расчета коэффициента контактной податливости (b_i), полудлины (l_b) и полуширины (l_a) площадки контакта, полученные на основе решения задачи о контакте двух упругих тел с конечным радиусом кривизны в двух направлениях. На основании результатов работы [20] представим выражения для расчета величин b_i , l_b и l_a в виде:

$$b_i = n_\delta [(1/E)^2 K_{ii}]^{1/3}, n_\delta = 1,231 (K_2 / K_1)^{\alpha_\delta}; \\ \alpha_\delta = 0,167 + 0,080(1 - K_{2i} / K_{1i})^4; \quad (10)$$

$$l_{bi} = n_b [P_i / (EK_{ii})]^{1/3}, n_b = 1,109 (K_2 / K_1)^{\alpha_b}; \\ \alpha_b = 0,167 - 0,061(1 - K_{2i} / K_{1i})^4; \quad (11)$$

$$l_{ai} = n_a [P_i / (EK_{ii})]^{1/3}, n_a^{-1} = 0,901 (K_2 / K_1)^{\alpha_a}; \\ \alpha_a^{-1} = 0,500 - 0,031(1 - K_{2i} / K_{1i})^4. \quad (12)$$

Отметим два обстоятельства, имеющих принципиальное значение при решении задачи раскрытия статической неопределенности системы (4) для исследуемой передачи. Первое связано с определением числа пар зубьев в передаче, участвующих в передаче крутящего момента T_1 . Для этого необходимо иметь функцию изменения величины минимальных зазоров в зубчатых парах, соседних с контактирующей. Несмотря на то, что число таких пар можно задавать любым (в предельном случае равным числу зубьев шестерни), участвовать в работе передачи будут только те пары зубьев шестер-

ни и колеса, точки касания которых будут в пределах фактических поверхностей зубьев, независимо от того, при каком крутящем моменте работает передача. Для определения предельного числа этих пар перед решением задачи о нагруженности зацепления полуобкатной ПКП необходимо провести исследование ее рабочего зацепления [10, 14].

Второе обстоятельство касается величины максимального усилия $P_{\max}=P_i$, передаваемого наиболее нагруженной парой зубьев. Под действием этого усилия в зацеплении зубьев шестерни и колеса возникает эллиптическая площадка контакта, размеры которой в продольном направлении зуба не могут превышать его ширины b_w . В результате, учитывая (11), имеем условие:

$$b_w = 2l_{bi} = 2n_b [P_{\max} / (EK_{ii})]^{1/3}, \quad (13)$$

где

$$n_b = 1,109(K_{2i} / K_{1i})^{\alpha_b};$$

$$\alpha_b = 0,167 - 0,061(1 - K_{2i} / K_{1i})^4.$$

С другой стороны, если материал и его термообработка элементов зубчатой передачи (зубьев шестерни и колеса) заданы, то легко рассчитать [22] величину допускаемых контактных напряжений $[\sigma_H]$. В этом случае, воспользовавшись выражениями (9), запишем:

$$[\sigma_H] = n_{\sigma} [(EK_{ii})^2 P_{\max}]^{1/3}, \quad (14)$$

где

$$n_{\sigma} = 0,388(K_{2i} / K_{1i})^{\alpha_{\sigma}};$$

$$\alpha_{\sigma} = 0,333 - 0,097(1 - K_{2i} / K_{1i})^4.$$

Объединяя (13) и (14), получим следующую систему уравнений:

$$b_w = 2l_{bi} = 2n_b [P_{\max} / (EK_{ii})]^{1/3},$$

$$[\sigma_H] = n_{\sigma} [(EK_{ii})^2 P_{\max}]^{1/3}, \quad (15)$$

где

$$n_b = 1,109(K_{2i} / K_{1i})^{\alpha_b};$$

$$\alpha_b = 0,167 - 0,061(1 - K_{2i} / K_{1i})^4;$$

$$n_{\sigma} = 0,388(K_{2i} / K_{1i})^{\alpha_{\sigma}};$$

$$\alpha_{\sigma} = 0,333 - 0,097(1 - K_{2i} / K_{1i})^4.$$

Если геометрия передачи известна (значения K_1 и K_2 определены, например, для расчетной точки), то P_{\max} может быть рассчитана как на основе условия (13), так и на базе (14). Естественно, в дальнейшем, при оценке нагрузочной способности передачи, необходимо использовать величину P_{\max} меньшую из двух рассчитанных. В то же время в общем случае система (15) имеет два неизвестных параметра: P_{\max} и K_2 , который, в свою очередь, зависит от параметров продольной модификации зуба колеса (3): \mathcal{Q}_{up} , a_u и b_u . Несложными преобразованиями система (15) сводится к одному уравнению:

$$b_w / 2 - f(K_1, K_2) [\sigma_H] / (EK_1) = 0, \quad (16)$$

где функция имеет вид:

$$f(K_1, K_2) = 2,918(K_2 / K_1)^{\alpha_f}. \quad (17)$$

Здесь обозначено: $\alpha_f = -0,166 + 0,036(1 - K_2 / K_1)^4$.

При известной из геометрического исследования полуобкатной ПКП величине приведенной кривизны в профильном направлении зуба (K_1) уравнение (16), учитывая (17), содержит лишь одно неизвестное – K_2 . Поскольку уравнение (16) является относительно K_2 трансцендентным, для его решения необходимо использовать численные методы.

Определенная в результате решения уравнения (16) величина K_2 на основе имеющегося выражения по его расчету (будет приведено далее) позволяет подобрать соответствующие значения \mathcal{Q}_{up} , a_u и b_u , то есть осуществить синтез продольной модификации поверхности зуба исходя из обеспечения предельной величины контактного напряжения и использования для передачи нагрузки всей активной поверхности зуба.

Зная K_1 и K_2 , максимальное усилие (P_{\max}), воспринимаемое наиболее нагруженной парой зубьев передачи, на основе (15) рассчитывается по формуле:

$$P_{\max} = \frac{1}{(EK_1)^2} \left(\frac{[\sigma_H]}{0,388(K_2 / K_1)^{\alpha_{\sigma}}} \right)^3, \quad (18)$$

где $\alpha_{\sigma} = 0,333 - 0,097(1 - K_2 / K_1)$.

Зависимость (18) необходима при разработке методики оценки изгибной прочности зубьев ПКП.

В выражения (5), (7) входит ранее нерассмотренный параметр a_i – податливость i -й пары зубьев, вызываемая их изгибом. Для его определения воспользуемся результатами работы [23], в которой исследована деформация прямого зуба при его замене клином с более мягкими, чем жесткая заделка, условиями закрепления, при этом учтена деформация прилегающей к зубу части обода зубчатого колеса. В результате получена следующая зависимость для расчета деформации прямого зуба в точке приложения силы (P) вследствие его изгиба:

$$W = (2,04 + \bar{y}_p^3) P / (b_w E). \quad (19)$$

Здесь b_w – ширина зуба; E – модуль упругости материала зуба; \bar{y}_p^3 – координата точки приложения силы, выраженная в долях модуля передачи, то есть если точка приложения находится на делительной окружности, то $\bar{y}_p^3=1$, если же в вершине зуба, то $\bar{y}_p^3=2,25$.

В исследуемой ПКП число зубьев шестерни и колеса отличаются на единицу, то есть зубья шестерни и зубья колеса практически идентичны, при этом точки рабочей линии в зацеплении располагаются в среднем сечении зуба. Для расчета значения параметра a_i формулы (5), на основе (19), учтем, что в процессе работы передачи деформируются (изгибаются) как зубья шестерни, так и зубья колеса, в результате для a_i используем следующее выражение:

$$a_i = 2(2,04 + \bar{y}_p^3) / (b_w E). \quad (20)$$

Определение нагрузочной способности полуобкатной плоскоконической передачи с бочкообразными зубьями привода шарового крана

Рассмотрим получение расчетных зависимостей для определения нагрузочной способности полуобкатной ПКП с локализованным по длине контактом путем раскрытия выражений (7), (8). Решение задачи проиллюстрируем на примере определения нагруженности и несущей способности ПКП, имеющей параметры: $z_1^*=64$, $z_2^*=65$, $\delta=2^\circ$, $m_n=5,0$ мм; $b_w=25$ мм, исследование геометрии которой представлено в работе [14]. Зададим величину продольной (бочкообразной) модификации поверхности зуба колеса (функции $\Delta_u(u)$) следующими параметрами эллипса: $a_u=10$ мм, $b_u=80$ мм, $\vartheta_{up}=0$. Учитывая, что зубья шестерни являются прямыми, главная приведенная кривизна (K_2) в точке контакта зубьев шестерни и колеса (в расчетной точке P) в продольном направлении зуба соответствует главной кривизне поверхности зуба колеса в этом направлении. Для расчета K_2 в расчетной точке P определяемой параметрами $u_2=0$; $\vartheta_{up}=0$ получена следующая зависимость:

$$K_2 = -\frac{a_u}{b_u^2} \frac{\sin \alpha_n \cos^2 \theta_{f_2}}{[1 + \sin^2 \theta_{f_2} \sin^2 \alpha_n]^{3/2}}. \quad (21)$$

Используя формулу (21), для рассматриваемой ПКП установим $K_2=0,0005331$.

Для определения главной приведенной кривизны (K_1) в точке контакта зубьев шестерни и колеса (в расчетной точке P) в профильном направлении зуба учтем, что, поскольку в этом направлении зубья колеса являются прямолинейными, величина K_1 соответствует главной кривизне поверхности зуба шестерни по профилю. Для расчета K_1 в точке P на основании результатов исследования процесса формообразования поверхности зуба шестерни полуобкатной ПКП получено выражение:

$$K_1 = \frac{f_u \begin{pmatrix} \sin \alpha_n w_{\varphi x} - \\ -\cos \alpha_n \sin \theta_{f_2} w_{\varphi y} \end{pmatrix} - f_h \cos \theta_{f_2} w_{\varphi z}}{f_\varphi \cos \theta_{f_2} \sin \alpha_n}, \quad (22)$$

в котором обозначено:

$$\begin{aligned} w_{\varphi x} &= (i \cos \delta - 1) \cos \alpha_n / i; \\ w_{\varphi y} &= \sin \alpha_n [i \sin(\theta_{f_2} - \delta) - \sin \theta_{f_2}] / i; \\ f_u &= -\cos \alpha_n [i \sin(\theta_{f_2} - \delta) - \sin \theta_{f_2}] / i; \\ f_h &= -[i \sin(\theta_{f_2} - \delta) - \sin \theta_{f_2}] / i. \end{aligned}$$

Формула (22) позволяет вычислить величину $K_1=0,00075$.

Рассмотрим процедуру определения функции минимальных зазоров в многопарном зацеплении ПКП, входящую в уравнение (7). Для решения задачи обратимся к рис. 3, на котором представлена схема ПКП и системы координат $S_1=(x_1, y_1, z_1)$, $S_2=(x_2, y_2, z_2)$, в которых описаны поверхности зубьев шестерни (2) и колеса (3).

Определим элементы b_{ij} , $i=\overline{1,4}$, $j=\overline{1,4}$ матрицы перехода $\tilde{A}_{12}(\psi_1, \psi_2)$ от системы координат $S_2=(x_2, y_2, z_2)$ к системе координат $S_1=(x_1, y_1, z_1)$:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \cos \psi_1 \cos \delta \cos \psi_2 + \sin \psi_1 \sin \psi_2; \\ b_{12} &= -\cos \psi_1 \cos \delta \sin \psi_2 + \sin \psi_1 \cos \psi_2; \\ b_{13} &= \cos \psi_1 \sin \delta; \quad b_{14} = d \cos \psi_1 \sin \delta, \\ b_{21} &= -\sin \psi_1 \cos \delta \cos \psi_2 + \cos \psi_1 \sin \psi_2; \\ b_{22} &= \sin \psi_1 \cos \delta \sin \psi_2 + \cos \psi_1 \cos \psi_2; \\ b_{23} &= -\sin \psi_1 \sin \delta; \quad b_{24} = -d \sin \psi_1 \sin \delta; \\ b_{31} &= -\sin \delta \cos \psi_2; \quad b_{32} = \sin \delta \sin \psi_2; \quad b_{33} = \cos \delta; \\ b_{34} &= d \cos \delta - c; \quad b_{41} = b_{42} = b_{43} = 0; \quad b_{44} = 1, \quad (23) \end{aligned}$$

где углы ψ_1 и ψ_2 определяют поворот, соответственно, шестерни и колеса вокруг своих осей вращения в передаче, а параметры d и c рассчитываются по зависимостям:

$$c = r_1(1 - i \cos \delta) / (i \sin \delta); \quad d = r_1(i \cos \delta - 1) / \sin \delta.$$

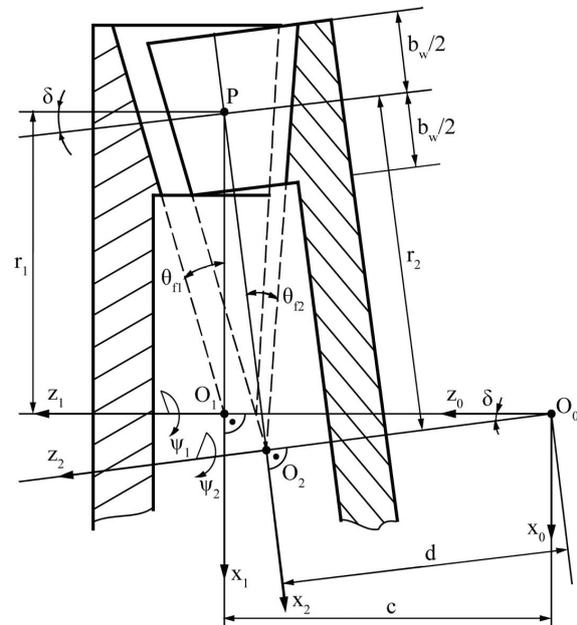


Рис. 3. Схема плоскоконической передачи и используемые системы координат

Fig. 3. Designed scheme of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion and used coordinate systems

Следуя теории пространственных зубчатых передач [15, 16, 18], условие касания поверхностей зубьев шестерни и колеса, учитывая матрицу $\tilde{A}_{12}(\psi_1, \psi_2)$ (23), имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{r}_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1) &= \tilde{A}_{12}(\psi_1, \psi_2) \tilde{r}_2(u_2, h_2, V_2); \\ \tilde{m}_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1) &= \tilde{A}_{12}(\psi_1, \psi_2) \tilde{m}_2(u_2, h_2, V_2); \\ f_1(u_1, h_1, \varphi_1, V_1) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где \tilde{r}_1 , \tilde{m}_1 – матрицы-столбцы, составленные из проекций (2) радиуса вектора \tilde{r}_1 и орта нормали \tilde{m}_1 поверхности зуба шестерни; \tilde{r}_2 , \tilde{m}_2 – матрицы-

столбцы, составленные из проекций (3) радиуса вектора \vec{r}_2 и орта нормали \vec{m}_2 поверхности зуба колеса; последним в (24) записано уравнение зацепления (2).

В развернутой форме условие (24) носит название обратной задачи теории зацепления [15, 16, 18] и представляет собой систему шести трансцендентных уравнений (совпадение проекций ортов нормалей определяется не тремя, а двумя независимыми уравнениями) с семью неизвестными: $u_1, h_1, \varphi_1, u_2, h_2, \psi_1$ и ψ_2 . Решение системы (24) выполняется численными методами при фиксированной фазе зацепления ($\psi_1 = \text{const}$).

Алгоритм расчета зазоров в соседних с контактирующими (геометрически) парами зубьев при $\psi_1 = \text{const}$ заключается в следующем. Зададимся фазой зацепления передачи $\psi_1 = \text{const}$. Решая обратную задачу зацепления (систему трансцендентных уравнений (24)), определим величину угла поворота колеса ψ_2 в зацеплении ПКП. Обозначим найденные величины углов верхним индексом 0 (ψ_1^0, ψ_2^0), показывающим, что пара зубьев с № 0 находится в контакте. Рассмотрим следующую пару зубьев с номером $n=1$. В этой же фазе зацепления значение угла ψ_1^1 , соответствующее паре зубьев с № 1, равно:

$$\psi_1^1 = \psi_1^0 + 2\pi n / z_1^*, \quad (25)$$

где z_1^* – число зубьев шестерни; n – номер пары (0; ±1; ±2; ±3 и т. д.).

Из выражения (25) следует, что к углу ψ_1^0 добавлен угловой шаг зубьев шестерни. При значении $\psi_1 = \psi_1^1$ решим систему уравнений (24) и установим величину угла поворота колеса в рабочем зацеплении $\psi_2^1 = \psi_2$, при котором будет обеспечен геометрический контакт в паре зубьев с № 1. Для сопряженных передач угол ψ_2^1 соответствует зависимости:

$$\psi_2^1 = \psi_2^0 + 2\pi n / z_2^*, \quad (26)$$

где z_2^* – число зубьев колеса.

Поскольку исследуемая ПКП вследствие модификации поверхности зуба колеса является приближенной, выражение (26) не выдерживается. Используя найденное значение ψ_2^1 , найдем величину $\delta\psi_2^1$ – компенсирующего поворота колеса, при котором пара зубьев с номером $n=1$ вступит в контакт:

$$\delta\psi_2^1 = \psi_2^1 - \psi_2^0 - 2\pi n / z_2^*. \quad (27)$$

В процессе решения системы уравнений (24) не только определяются параметры $h_1, h_2, u_1, u_2, \varphi_1, \psi_2$, но и проекции координат x_2, y_2, z_2 (3) радиуса вектора \vec{r}_2 точки контакта поверхностей зубьев шестерни и колеса. С учетом знания этих проекций и полученного значения $\delta\psi_2^1$ величина минимального зазора в паре зубьев с номером $n=1$ рассчитывается по формуле:

$$\Delta_r^1 = \delta\psi_2^1 \vec{r}_2 = \delta\psi_2^1 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}. \quad (28)$$

Поступая аналогичным образом для пар зубьев с $n = \pm 1; \pm 2, \dots$ на основе выражений (27), (28) устанавливается совокупность поворотов $\delta\psi_2^n$ и величин минимальных зазоров Δ_r^n .

В результате реализации рассмотренной процедуры с помощью разработанной в системе MathCad [24] программе полученные для исследуемой полуобкатной ПКП величины минимальных зазоров в зубчатых парах, соседних с контактирующей, представлены на рис. 4.

Воспользовавшись результатами расчета Δ_r^n , представим функцию $(F_n - F_i)$ выражения (7) для трех пар зубьев ($n=2$) в виде:

$$(F_n - F_i) = S_0(\theta_n - \theta_i) = (F_3 - F_i) = S_0(\theta_3 - \theta_i); \quad (29)$$

$$\theta_n = (n - 1)2\pi / z_1^* = 4\pi / z_1^*; \quad \theta_i = (|i| - 1)2\pi / z_1^*,$$

где $S_0 = 0,098$; $i = \pm 1, \pm 2$ ($i = \pm 1$ это одна пара, в которой зазор равен нулю).

Для известной величины K_1 по формуле (10) рассчитаем значение коэффициента $b_i = 2,943 \cdot 10^{-5}$, а по выражению (20) – значение коэффициента $a_i = 5,597 \cdot 10^{-6}$ мм/Н. После чего, решая трансцендентное уравнение (7) с учетом полученного для функции $(F_n - F_i)$ выражения (29), определим усилия, воспринимаемые каждой из трех пар зубьев: $P_{i=2} = 11390$ Н; $P_{i=\pm 1} = 24650$ Н; $P_{i=2} = 11390$ Н, зная которые, по зависимости (4) рассчитаем величину крутящего момента $T_1 = 4323,14$ НМ. Для расчета максимальных контактных напряжений

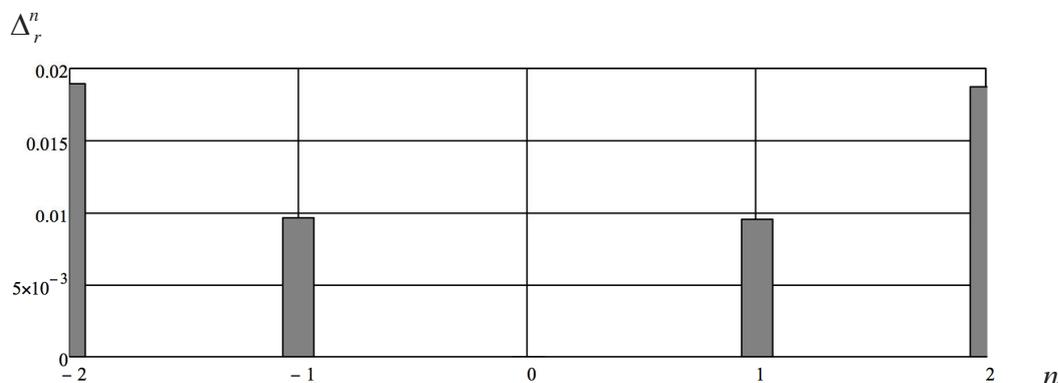


Рис. 4. Величины Δ_r^n в зубчатых парах, соседних с контактирующей

Fig. 4. Values Δ_r^n in gear pairs adjacent to the contacting one



Рис. 5. Ручные приводы четверть оборотного шарового крана ДУ 300 на основе ПКП

Fig. 5. Manual drives of quarter turn ball DN 300 based on bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion

σ_{H_i} , возникающих в контактирующих парах, достаточно воспользоваться выражениями (9): $\sigma_{H_{i=-2}}=230,882$ МПа; $\sigma_{H_{i=\pm 1}}=298,66$ МПа; $\sigma_{H_{i=+2}}=230,882$ МПа.

Поставим задачу определения крутящего момента T_1 , если величина допускаемого контактного напряжения материала зубчатых колес равна $[\sigma_H]=550$ МПа. Обратившись к зависимости (14), рассчитаем значение P_{\max} , подставляя которое в формулу (5), установим величину деформации $W_1=\Delta=0,085$, принимаемую ранее равной нулю. Учитывая эту деформацию в функции зазоров между контактирующими парами зубьев, вновь, решая трансцендентное уравнение (7), определим усилия, воспринимаемые каждой из трех пар зубьев: $P_{i=-2}=138700$ Н; $P_{i=\pm 1}=153600$ Н; $P_{i=2}=138700$ Н. Возникающие в парах зубьев контактные напряжения рассчитаем по формуле (9): $\sigma_{H_{i=-2}}=531,137$ МПа; $\sigma_{H_{i=\pm 1}}=549,610$ МПа; $\sigma_{H_{i=+2}}=531,137$ МПа, а передаваемый передачей крутящий момент – по выражению (4) $T_1=39280,0$ НМ. В завершение расчетов представим значения полудлины площадок контакта l_{ai} , вычисленных для каждой пары по формулам (11): $l_{ai=-2}=9,699$ мм, $l_{ai=\pm 1}=10,036$ мм, $l_{ai=2}=9,699$ мм, и полуширин площадок контакта, рассчитанных по выражениям (12): $l_{ai=-2}=4,624$ мм, $l_{ai=\pm 1}=4,785$ мм, $l_{ai=2}=4,624$ мм. Поскольку ширина зуба колеса равна $b_w=25$ мм, заключаем, что при используемой продольной модификации поверх-

ности зуба кромочный контакт в зацеплении зубьев отсутствует.

На рис. 5 показаны изготовленные приводы шарового крана ДУ300, содержащие ПКП с описанными выше параметрами и коническую передачу ($i=5$).

Испытания приводов при $T_1=40000,0$ НМ подтвердили работоспособность передачи в течение требуемого по техническим условиям эксплуатации числа циклов закрытия и открытия шарового крана (5000 циклов).

Заключение

Для проектирования приводов запорной арматуры нефтегазопроводов на основе полуобкатных плоскоконических передач разработана методика их проверочного расчета на контактную прочность при заданной величине крутящего момента. Методика учитывает особенности геометрии многопарного контактирования поверхностей зубьев колеса и шестерни полуобкатной передачи с продольной локализацией контакта, контактные и изгибные деформации зубьев. Представлен пример расчета нагрузочной способности полуобкатной плоскоконической передачи соосного редуктора с передаточным отношением 65 привода шарового крана ДУ-300. Результаты расчета нагрузочной способности передачи подтверждены ее испытанием в составе привода шарового крана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Набиев Р.М. Червячный редуктор электропривода – пережиток прошлого или актуальная классика // Территория Нефтегаз. – 2010. – № 6. – С. 100–102.
2. Geometry and investigation of Klingelnberg-type worm gear drive / F.L. Litvin, K. Yukishima, K. Hayasaka, I. Gonzalez-Perez, A. Fuentes // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. – 2007. – V. 129 (1). – P. 17–22.
3. Айрапетов Э.Л. Распределение нагрузки между зубьями глобоидной передачи: колебания редукторных систем. – М.: Наука, 1980. – 136 с.
4. Спиroidные редукторы трубопроводной арматуры / В.И. Гольдфарб и др. – М.: Вече, 2011. – 222 с.
5. Face Gear Drive with Spur Involute Pinion: Geometry, Generation by a Worm, Stress Analysis / F.L. Litvin, A. Fuentes, C. Zanzi, M. Pontiggia, R.F. Handschuh // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2002. – V. 191. – P. 2785–2813.
6. Goldfarb V.I., Trubachev E.S. Manufacturing synthesis of spiroid gearing // Proceeding of the 2004 the Eleventh World Congress in Mechanism and Machine Science. – Tianjin, China, 2004. – P. 901–904.
7. Goldfarb V.I., Trubachev E.S., Savelieva T.V. Unification of the hobs in spiroid gears // VDI Berichte. – 2005. – Iss. 1904 II. – P. 1755–1759.
8. Slip bearing and lubricants in low-speed heavy-duty spiroid gears // V.I. Goldfarb, S.M. Reshetnikov, E.S. Trubachev, E.V. Kharanzhevskii, A.S. Kuznetsov, A.A. Kornilov // Russian Engineering Research. – 2015. – V. 35. – Iss. 8. – P. 584–588.
9. Trubachev E. Several issues of tooth generating process by two-parametric families of generating lines // Mechanisms and Machine Science. – 2016. – V. 34. – P. 97–116.
10. Syzrantsev V., Kotlikova V. Mathematical and program provision of design of bevel gearing with small shaft angle // Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems. – UK, 3–6 July, 2000. – P. 13–18.
11. The Design and Production of Drives Based on Pan Process Gear for Oil and Gas Machinery / V. Syzrantsev, J. Denisov, V. Wiebe, A. Pazyak // ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. – Boston, USA, 2015. – V. 10. – P. V010T11A057; 8 pages. DOI: 10.1115/DETC2015-47096.
12. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V., Pazyak A.A. Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear // Proceedings of the 6th International Symposium on Industrial Engineering – SIE 2015. – Belgrade, Serbia, 24–25 September, 2015. – P. 334–337.
13. Соосный редуктор: пат. Рос. Федерация № 2529943; заявл. 16.04.2013, опубл. 10.10.2014. – Бюл. № 28. – 8 с.
14. Пазяк А.А., Сызранцев В.Н. Продольная модификация поверхности зуба колеса полуобкатной прямозубой плоскоконической передачи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2016. – № 3. – С. 122–129.
15. Litvin F.L., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory. – Cambridge, UK: University Press, 2004. – 800 p.
16. Лопато Г.А., Кабатов Н.Ф., Сегаль М.Г. Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
17. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М.: Станкин, 1999. – 494 с.
18. Litvin F.L. Development of Gear Technology and Theory of Gearing. – Cleveland, Ohio, USA, NASA Reference Publication, 1998. – 124 p.
19. Airapetov E.L. Calculation of contact stresses in gear transmissions with localized tooth contact // Soviet engineering research. – 1985. – V. 5 (12). – P. 7–10.
20. Айрапетов Э.Л. Расчет контактной нагрузки в зубчатых зацеплениях // Вестник машиностроения. – 1982. – № 10. – С. 3–5.
21. Airapetov E.L. Static loading of multi-pair toothed transmissions // Soviet engineering research. – 1990. – V. 10 (1). – P. 6–10.
22. Зубчатые передачи / Е.Г. Гинзбург и др. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416 с.
23. Airapetov E.L. Contact deformation of cylinders with parallel axes // Soviet engineering research. – 1988. – V. 6. – P. 6–10.
24. Дьяконов В. MathCad 2001: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 832 с.

Поступила 01.03.2017 г.

Информация об авторах

Сызранцев В.Н., доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности Тюменского индустриального университета.

Пазяк А.А., старший преподаватель кафедры машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности Тюменского индустриального университета.

UDC 621.833.2(31)

CALCULATING LOADING CAPACITY OF BEVEL GEARS WITH A SMALL SHAFT ANGLE WITH A NON-GENERATED GEAR AND A GENERATED PINION FOR DRIVES OF STOP VALVES

Vladimir N. Syzrantsev¹,

v_syzrantsev@mail.ru

Andrey A. Pazyak¹,

a.a.pazyak@gmail.com

¹ Industrial University of Tyumen,
38, Volodarskogo street, Tyumen, 625000, Russia.

The relevance of the discussed issue. Nowadays, most of modern stop valve drives are based on the use of worm or spiroid gears. They have very low efficiency (typically, about 0,3), at short-time work have a high moment of ultimate joint, which leads to necessity of using enhanced electric power. Implementation of remote control system of stop valve drives in the Far North causes the failure of the electric motors due to their failures as a result of «sticking» both ball valves, and worm or spiroid gears. The drives based on bevel precessional gears provide the required efficiency and reliability of stop valves in selected operating conditions. The mathematical models of gear generating process have already made and the geometry of gearing have already studied for these gears. Bevel gears with a small shaft angle with a generated pinion and a non-generated gear with longitudinal tooth modification are easy to manufacture and more effective. They provide the required geometric and kinematic characteristics. At the same time, for implementing the design of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion it is necessary to determine their loading capacity under the criterion providing contact strength. The principal difficulty of solving this problem is the presence of several pairs in gears mesh. The number of gear pairs depends on the geometry of tooth surfaces, transmitted torque, bending and contact deformation in gears mesh.

The main aim of the study is to develop a methodology for calculating loading capacity by value of transmitted torque considering the condition to ensure contact strength. Geometry of gears teeth and mechanical characteristics of the gear material are known.

The methods used in the study: theory of gearing, methods of structural mechanics based on eliminating static indeterminacy of elastic systems with one-sided constraints, numerical techniques of the transcendental (nonlinear) equations.

The results. The authors have developed a method of checking calculation on contact strength at a given torque for designing drives of pipeline valve drives based on bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion. The methodology is illustrated by the example of the loading capacity calculation of coaxial gearbox with gear ratio 65 of the ball valve drives DN 300.

Key words:

Bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion, localized contact, multiple contact, contact stresses, loading capacity.

REFERENCES

- Nabiev R.M. Screw gear motor is a relic of the past or current classical. *Territoria neftegaz – Oil and gas territory*, 2010, no. 6, pp. 100–102. In Rus.
- Litvin F.L., Yukishima K., Hayasaka K., Gonzalez-Perez I., Fuentes A. Geometry and investigation of Klingelnberg-type worm gear drive. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, vol. 129 (1), pp. 17–22.
- Ayrapetov E.L. *Raspredelenie nagruzki mezhu zubyami globoidnoy peredachi: kolebaniya reduktornykh sistem* [Load distribution between the teeth of globoidal gears: Oscillations of gear systems]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 136 p.
- Goldfarb V.I. *Spiroidnye reduktory truboprovodnoy armatury* [Spiroid Gearboxes for Pipeline Valves]. Moscow, Veche Publ., 2011. 222 p.
- Litvin F.L., Fuentes A., Zanzi C., Pontiggia M., Handschuh R.F. Face Gear Drive with Spur Involute Pinion: Geometry, Generation by a Worm, Stress Analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002, vol. 191, pp. 2785–2813.
- Goldfarb V.I., Trubachev E.S. Manufacturing synthesis of spiroid gearing. *Proceeding of the 2004 the Eleventh World Congress in Mechanism and Machine Science*. Tianjin, China, 2004. pp. 901–904.
- Goldfarb V.I., Trubachev E.S., Savelieva T.V. Unification of the hobs in spiroid gears. *VDI Berichte*, 2005, Iss. 1904 II, pp. 1755–1759.
- Goldfarb V.I., Reshetnikov S.M., Trubachev E.S., Kharanzhevskii E.V., Kuznetsov A.S., Kornilov A.A. Slip bearing and lubricants in low-speed heavy-duty spiroid gears. *Russian Engineering Research*, 2015, vol. 35, Iss. 8, pp. 584–588.
- Trubachev E. Several issues of tooth generating process by two-parametric families of generating lines. *Mechanisms and Machine Science*, 2016, vol. 34, pp. 97–116.
- Syzrantsev V., Kotlikova V. Mathematical and program provision of design of bevel gearing with small shaft angle. *Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems*. UK, 3–6 July, 2000. pp. 13–18.
- Syzrantsev V., Denisov J., Wiebe V., Pazyak A. The Design and Production of Drives Based on Pan Precess Gear for Oil and Gas Machinery. *ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Boston, USA, 2015. Vol. 10, pp. V010T11A057, 8 pages. DOI: 10.1115/DETC201547096.
- Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V., Pazyak A.A. Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear. *Proceedings of the 6th International Symposium on Industrial Engineering – SIE 2015*. Belgrade, Serbia, 24–25, September, 2015. pp. 334–337.
- Denisov Yu.G., Syzrantsev V.N., Vibe V.P. *Soosny reduktor* [Coaxial gearbox]. Patent RF, no. 2529943, 2014.
- Pazyak A.A., Syzrantsev V.N. Longitudinal crowning of the gear tooth surface of straight bevel gears with a small shaft angle with non-generated gear and generated pinion. *Higher Educational Institutions News. Oil and Gas*, 2016, no. 3, pp. 122–129. In Rus.
- Litvin F.L., Fuentes A. *Gear Geometry and Applied Theory*. Cambridge, UK, University Press, 2004. 800 p.

16. Lopato G.A., Kabatov N.F., Segal M.G. *Konicheskie i gipoidnye peredachi s krugovymi zubami* [Bevel and hypoid gears with spiral teeth]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 423 p.
17. Sheveleva G.I. *Teoriya formoobrazovaniya i kontakta dvizhushchikhsya tel* [The theory of formation and contact of the moving bodies]. Moscow, Stankin Publ., 1999, 494 p.
18. Litvin F.L. *Development of Gear Technology and Theory of Gearing*. Cleveland, Ohio, USA, NASA Reference Publication, 1998. 124 p.
19. Airapetov E.L. Calculation of contact stresses in gear transmissions with localized tooth contact. *Soviet engineering research*, 1985, vol. 5 (12), pp. 7–10.
20. Airapetov E.L. Contact loads in gear engagements. *Soviet Engineering Research*, 1982, vol. 10, Iss. 2, pp. 3–5. In Rus.
21. Airapetov E.L. Static loading of multi-pair toothed transmissions. *Soviet engineering research*, 1990, vol. 10 (1), pp. 8–17.
22. Ginzburg E.G. *Zubchatye peredachi* [Gears]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1980. 416 p.
23. Airapetov E.L. Contact deformation of cylinders with parallel axes. *Soviet engineering research*, 1988, vol. 6, pp. 6–10.
24. Dyakonov V. *MathCad 2001: spetsialny spravochnik* [MathCad 2001: special reference]. St-Petersburg, Piter Publ., 2002. 832 p.

Received: 01 March 2017.

Information about the authors

Vladimir N. Syzrantsev, Dr. Sc., professor, Honorary worker of science of the Russian Federation, head of the department, Industrial University of Tyumen.

Andrey A. Pazyak, senior lecturer, Industrial University of Tyumen.